铁路职业教育铁道部规划教材

数学

SHUXUE

TIELU ZHIYE JIAOYU TIEDAOBU GUIHUA JIAOCAI

邹淑桢／主编　周素芳／副主编

高职

中国铁道出版社
CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE

数学

铁路职业教育铁道部规划教材

（高　职）

数　学

邹淑桢　主　编
周素芳　副主编
曾庆柏　主　审

中 国 铁 道 出 版 社
2007 年·北 京

内 容 简 介

本书为铁路职业教育铁道部规划教材系列丛书中的一本.

主要讲授了空间图形、排列组合、二项式定理、概率论、集合与函数、极限与连续、导数与微分、不定积分、定积发、行列式、矩阵和线性方程组。每一章章前有学习目标,章后附有小结和习题,供学生预习和复习之用.

本书主要作为高等职业学院数学课程的教材(带 * 号的内容为选学内容),也可供成人教育学院数学课程的教材.

图书在版编目(CIP)数据

数学/邹淑桢主编.—北京:中国铁道出版社,2007.8
铁路职业教育铁道部规划教材.高职
ISBN 978-7-113-08259-8

Ⅰ.数… Ⅱ.邹… Ⅲ.数学-高等学校:技术学校-教材 Ⅳ.01

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 129927 号

书　　名:数　　学

作　　者:邹淑桢　主编　周素芳　副主编

责任编辑:刘红梅　　**电话:**010-51873134　　**电子信箱:**mm2005@tom.com
封面设计:陈东山
责任校对:张玉华
责任印制:金洪泽

出版发行:中国铁道出版社
地　　址:北京市宣武区右安门西街 8 号　　邮政编码:100054
网　　址:www.tdpress.com　　电子信箱:发行部　ywk@tdpress.com
　　总编办　zbb@tdpress.com
印　　刷:中国铁道出版社印刷厂
版　　次:2007 年 8 月第 1 版　2007 年 8 月第 1 次印刷
开　　本:787 mm×1 092 mm　1/16　印张:11.5　字数:287 千
书　　号:ISBN 978-7-113-08259-8/O·169
定　　价:23.00 元

版权所有　侵权必究

凡购买铁道版的图书,如有缺页、倒页、脱页者,请与本社读者服务部调换。
电　　话:市电(010)63549495　路电(021)73170(发行部)
打击盗版举报电话:市电(010)63549504　路电(021)73187

前 言

本教材根据全国铁路职业教育建筑工程专业教学指导委员会三届二次会议精神，并参照2000年教育部颁布的《高等职业学校数学大纲(试行)》教学要求，借鉴国外先进的职业教育理念和模式，按照以能力培养为本位，以“必需，够用”为度的基本原则编写的.

本教材有以下特点：

1. 有较强的选择性. 本教材着力于教材内容的削枝强干，贯彻少而精原则，不贪多求全，不攀高求深，文字叙述力求通俗，以易于接受和记忆的方式叙述一些重要结论. 在内容的编排上对课程体系进行了模块化处理，选择各专业公共的、最基本的教学内容作为基础模块，要求所有专业必修. 在基础模块上再设置若干模块，供不同专业选用.

2. 突出了与信息技术的有机结合. 我们认为，有效地利用计算器来帮助学员学会从数学的角度思考问题十分重要，因此，书中能用计算器进行计算的地方尽可能地使用. 这样可以减少学员的学习负担，将学习重点放到学习数学方法上去.

3. 有较强的可读性. 我们认为，数学课程既要激发基础好的学生多思考，同时也要使那些基础薄弱的学生容易理解. 因此本书采用形象生动、通俗易懂的语言进行表述，突出可读性，以符合学生的心理特征和认知规律.

4. 突出了应用性. 注意从实例引入概念，并以典型例题来巩固和强化所学理论. 在例题和习题的选用上，尽可能采用在生产、生活实际中的例子，以激发学生的求知欲.

本教材中每一小节后面都配备了习题，以巩固相应小节的教学内容，供课内外作业用；每章最后配有一组复习题，供复习全章用.

本书共9章，书中加“*”号的为选学内容. 高职各专业根据专业需要，可从中选择适合本专业的内容. 各章内容和参考课时如下：

*	空间图形	20
*	排列、组合、二项式定理	8
*	概率论	12
	集合、函数	12
	极限与连续	12
	导数与微分	16
	不定积分	10
	定积分	10
	行列式、矩阵、线性方程组解法	16

本教材由湖南交通工程职业技术学院邹淑桢副教授担任主编，周素芳担任副主编. 湖南对外经济贸易职业学院曾庆柏副教授担任主审. 参加编写的有湖南交通工程职业技术学院的聂学建、罗弟国、王建社、曹向平、唐亚娜. 各部分编写分工如下：邹淑桢编写第1章和第7章，聂

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

学建编写第2章和第8章,王建社编写第3章和第9章,罗弟国编写第4章,周素芳编写第5章,曹向平、唐亚娜共同编写第6章;其中唐亚娜还负责了全部的文字输入工作,曹向平负责了本书排版及图表校定工作;本校建筑工程系的张长科负责了本书插图的绘制工作,在此表示感谢!

由于成书仓促,不足之处在所难免,恳请广大师生提出宝贵意见.

编　者

2007年7月

目　录

*第1章

空间图形

学习目标

1. 理解空间直线、平面的概念和平面的基本性质，并会画出平面图形在水平平面内的直观图．

2. 理解空间的直线和直线、直线和平面、平面和平面的位置关系，了解它们的性质定理和判定定理．

3. 理解异面直线所成的角，直线和平面所成的角，直线垂直平面，二面角等概念，理解三垂线定理及其逆定理，并能应用这些概念和定理进行简单的计算．

4. 了解多面体和旋转体的概念，能利用公式进行柱、锥、台、球表面积和体积的计算．

5. 通过本章教学，逐步帮助学生建立空间概念，培养和提高学生的空间想象能力和逻辑推理能力．

在平面几何里，研究了平面图形的概念、性质及应用．构成平面图形的基本元素是点、线．在科技生产中还会遇到另外的几何图形，这些图形上的点不完全在同一个平面内，称为空间图形（或立体图形）．构成空间图形的基本元素是点、线、面．本章将从这些基本元素入手，研究基本空间图形的概念、性质和应用．

1.1　平　　面

1.1.1　平面及其表示法

平面是广阔无垠，可以无限伸展的几何图形．它没有边界，没有厚度；它将空间分成两个部分．我们日常见到的桌面、黑板面、窗玻璃面及平静的水面等，都可看作平面的一部分．几何里的平面就是从这样的一些物体抽象出来的．

直线两端是无限延伸的．通常我们画出直线的一部分来表示直线．同样地，也可以画出平面的一部分来表示平面．当我们站在适当的位置观察桌面或黑板面时，感到它很像平行四边形，因此，通常用平行四边形来表示平面．

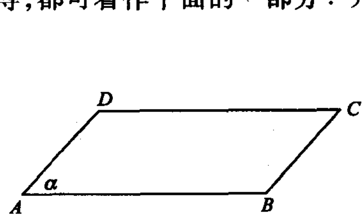


图　1－1

在画水平放置的平面时，通常把平行四边形的一组对边画成水平的，并将其锐角画成45°，横边画成邻边的2倍长（如图1－1）．平面通常用希腊字母$\alpha,\beta,\gamma,\delta\cdots$来表示，如平面$\alpha$、平面$\beta$．也可用平行四边形顶点的字母来表示，如平面$ABCD$或平面$AC$.

两个相交平面的画法:如图 1-2 所示,先画两个平面的两边和交线,再画表示两个平面的平行四边形;当一个平面的一部分被另一个平面遮住时,被遮住部分用虚线表示或不画,这样看来立体感就强一些.

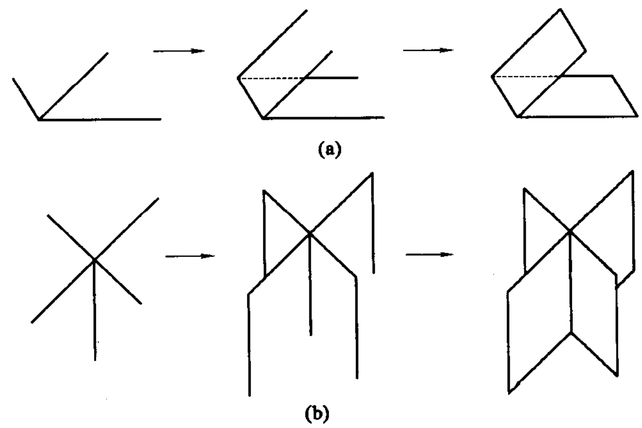


图 1-2

1.1.2 平面的基本性质

平面有三个基本性质,我们把它当作公理(即不加证明而直接选用),作为进一步推理的基础.

公理 1 如果一条直线上的两点在一个平面内,则这条直线上所有的点都在这个平面内(图 1-3).

公理 1 给出了判定直线在平面内、判定点在平面内的方法. 依据公理 1,要判定一条直线是否在一个平面内,只要直线上有任意两点在这个平面内即可. 同时,一条直线在一个平面内,也可以说成“平面通过这条直线”.

点 A 在直线 a 上,记作 $A\in a$;点 A 在平面 α 内,记作 $A\in \alpha$;直线 a 在平面 α 内,记作 $a\subset\alpha$.

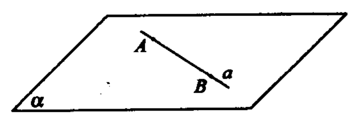


图 1-3

由图 1-3,我们有

$$\left.\begin{array}{l}\text{点 } A,B\in \text{直线 } a\\ \text{点 } A,B\in \text{平面 } \alpha\end{array}\right\}\Rightarrow a\subset\alpha$$

公理 2 如果两个平面有一个公共点,则它们有且仅有一条通过这个点的公共直线(图 1-4).

公理 2 是判断两个平面是否相交的根据. 只要两个平面有一个公共点,就可以判断它们一定相交于过这点的一条直线. 也可以利用这个公理,判定某点是否在相交平面的交线上.

由图 1-4,我们有

$$\left.\begin{array}{l}\text{点 } A\in \text{平面 } \alpha\\ \text{点 } A\in \text{平面 } \beta\end{array}\right\}\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}\alpha\cap\beta=a\\ A\in a\end{array}\right.$$

公理 3 经过不在同一直线上的三点,有且仅有一个平面(图 1-5).

这时,我们也说,“不共线的三点确定一平面”.

例如,一扇门用两个枢轴和一把锁就可以固定了. 由图1－5,我们还可以说,若点 A,B,C 不在同一条直线上,则 A,B,C 点共属于某平面 α,且 α 是唯一的.

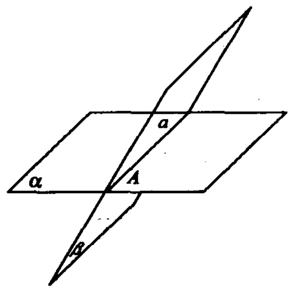


图 1－4

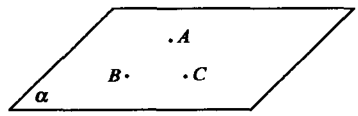


图 1－5

根据上述公理,可以得出下面的推论:

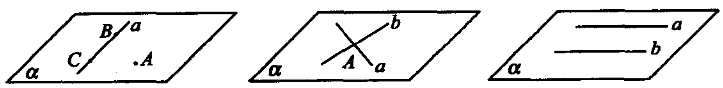
推论1　经过一直线和这条直线外的一点,有且仅有一个平面[图1－6(a)].

如图1－6(a),A 是直线 a 外的一点,在直线 a 上任取不同的两点 B,C,经过这三点有且只有一个平面 α. 因 B,C 在 α 内,所以直线 a 在平面 α 内. 因此,经过直线 a 和直线外一点 A 有且仅有一个平面.

同样,可以得出下面两个推论:

推论2　过两条相交直线有且仅有一个平面[图1－6(b)].

推论3　过两条平行直线有且仅有一个平面[图1－6(c)].



(a)　(b)　(c)

图 1－6

公理3及其三个推论给出了确定平面的条件. 其中,"有且仅有一个平面",也可以说成"确定一个平面"."确定"二字包括两个方面,即"存在性"与"唯一性".

例1　证明两两相交且不过同一点的三条直线,必在同一个平面内(共面).

已知　直线 AB、BC、CA 两两相交,交点分别为 A,B,C(图1－7).

求证　直线 AB、BC、CA 共面.

证明　因为直线 AB 和 CA 相交于点 A,

所以　直线 AB 和 CA 确定一个平面 α(推论2).

因为　$B\in AB, C\in AC$,

所以　$B\in\alpha, C\in\alpha$,

所以　$BC\subset\alpha$(公理1),

因此,直线 AB 、BC 、AB 都在平面 α 内,即它们共面.

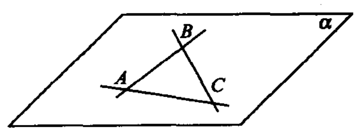


图 1－7

1.1.3　平面图形直观图的画法

我们知道,在水平平面内画矩形不是画它的真实形状,而是画成平行四边形,这个平行四边形通常称为矩形的直观图,一般地,我们把平面图形(或空间图形)在水平平面内所画成的

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

图形称为该图形的直观图．下面举例说明平面图形的直观图的画法．

例2　在水平平面 α 内画已知正方形 $ABCD$ 的直观图(图 1－8)．

画法　(1)在平面 α 内画水平线段 A_1B_1，使 $A_1B_1=AB$.

(2)作 $\angle B_1A_1D_1=45°$，并且取 $A_1D_1=\frac{1}{2}AD$.

(3)作 $D_1C_1 /\!/ A_1B_1$，并且取 $D_1C_1=A_1B_1$.

(4)连接 B_1C_1，则$\square A_1B_1C_1D_1$ 就是正方形 $ABCD$ 的直观图．

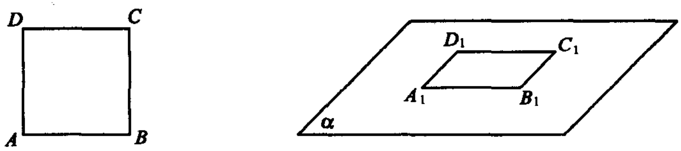


图　1－8

例3　在水平平面 α 内画已知三角形 ABC 的直观图(图 1－9)．

画法　(1)在 $\triangle ABC$ 内作高 CD.

(2)在平面 α 内画水平线段 A_1B_1，使 $A_1B_1=AB$.

(3)在 A_1B_1 上取 $A_1D_1=AD$，作 $\angle C_1D_1B_1=45°$，且取 $D_1C_1=\frac{1}{2}DC$.

(4)分别连接 A_1C_1 和 B_1C_1，则 $\triangle A_1B_1C_1$ 就是三角形 ABC 的直观图．

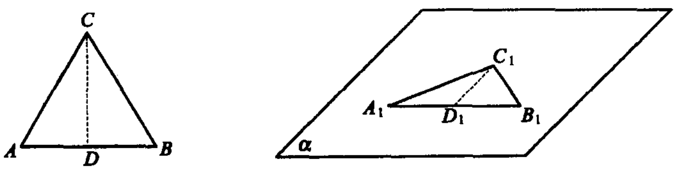


图　1－9

归纳上面的例子可以知道，在水平平面内画平面图形的直观图一般可遵循下面原则：

(1)选择已知图形的水平方向线段(或作辅助的水平线段)；

(2)凡水平方向的线段仍画成水平方向，其长度不变(即实长)；

(3)凡与水平方向垂直的线段画成与水平方向成 45°角(或 135°)的线段，其长度为实长的一半．

习题 1.1

1. 三角形一定是平面图形吗？为什么？

2. 经过三点的平面是否只有一个？为什么？

3. 空间三条直线两两平行，最多能确定几个平面？

4. 过一条直线可以作多少个平面？过一条直线的一个已知点，可以作多少条直线和这条已知直线垂直？

5. 一条直线与两条平行直线都相交，这三条直线在同一平面内吗？

6. 一条直线与两条相交直线都相交，这三条直线在同一平面内吗？

7. 画水平放置的等腰三角形的直观图.

1.2 直线和直线的位置关系

1.2.1 两条直线的位置关系

我们知道,同一平面内的两条直线的位置关系有两种:相交或平行. 也可以说成相交或平行的两直线是共面直线. 但是,在空间的两条直线的位置关系却存在着不在同一平面内的情况. 例如,教室中黑板的边缘的一条横线与下垂的电灯线,它们既不相交又不平行. 对这样的两条直线给出如下的定义:

定义1 不在同一平面内的两条直线称为**异面直线**.

空间的两条不重合直线的位置关系有以下三种:

(1)相交直线——只有一个公共点 } 在同一平面内;
(2)平行直线——没有公共点 }
(3)异面直线——既没有公共点,也不在在同一平面内.

注意,在异面直线定义1中,两条直线不在同一平面内的含义是:无法找到一个平面,使得这两条直线同在此平面内. 因此,它们既不相交,也不平行.

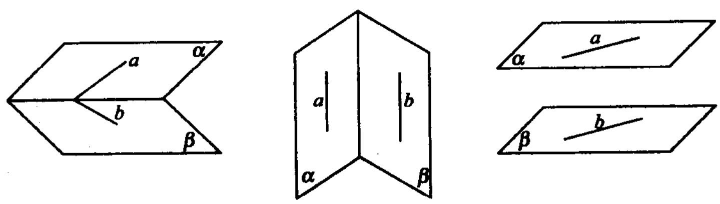


图 1-10

如图1-10所示,虽然直线a、b分别在平面α和β内,但是如果它们是相交或平行的,那么a和b仍可以同在某一平面内. 因此,a和b并不是异面直线. 也就是说,分别在两个平面内的两条直线不一定是异面直线.

画异面直线时,常用平面衬托法,如图1-11那样,以突出a、b不共面的特点.

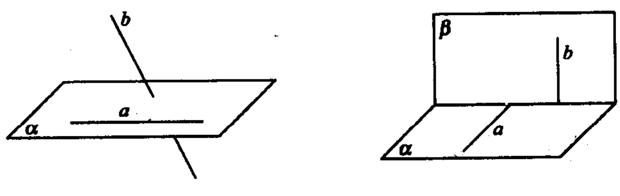


图 1-11

两条直线a、b相交于点A,记作$a \cap b = A$;两条直线c、d平行,记作$c /\!/ d$.

1.2.2 空间直线的平行关系

为了研究空间直线的平行关系,我们引入下面的公理.

公理4 平行于同一条直线的两条直线互相平行.

如图1-12所示,$AA_1 /\!/ BB_1$,$BB_1 /\!/ CC_1$,则$AA_1 /\!/ CC_1$.

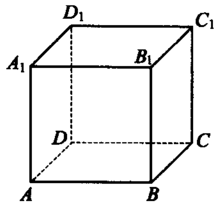


图 1-12

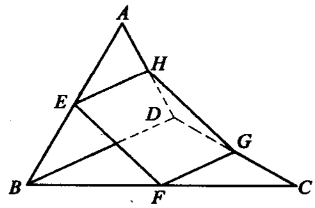


图 1-13

例1　已知 $ABCD$ 为空间四边形，E、F、G、H 分别为 AB、BC、CD、DA、的中点(图 1-13)，连接 EF、FG、GH、HE，求证 $EFGH$ 是一个平行四边形．

证明　因为 EH 是 $\triangle ABD$ 的中位线，所以 $EH \underline{\mathbin{/\!/}} \frac{1}{2}BD$，同理有 $FG \underline{\mathbin{/\!/}} \frac{1}{2}BD$.

根据公理 4 可知 $EH \underline{\mathbin{/\!/}} FG$，即 $EFGH$ 是一个平行四边形．

我们知道，在平面内，对应边平行并且方向相同的两个角相等．在空间也有类似的结论．

定理　不在同一平面内的两个角，如果其中一个角的两边和另一个角的两边分别平行并且方向相同，那么这两个角相等．

已知　$\angle ABC \subset \alpha$，$\angle DEF \subset \beta$，$BA /\!/ ED$，$BC /\!/ EF$，并且方向相同(图 1-14)．

求证　$\angle ABC = \angle DEF$.

证明　在 BA、ED、BC、EF 上分别截取 $BM = EN$，$BP = EQ$，连接 BE、MN、PQ、MP、NQ.

因为 $BM /\!/ EN$，即 $BMNE$ 是平行四边形，所以 $BE /\!/ MN$；同理有 $BE /\!/ PQ$. 根据公理 4 可知，$MN /\!/ PQ$，即 $MNQP$ 是平行四边形，$MP = NQ$.

于是 $\triangle BMP \cong \triangle ENQ$，所以 $\angle ABC = \angle DEF$.

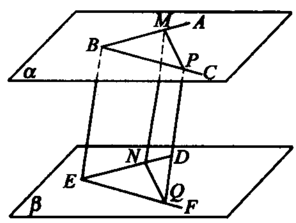


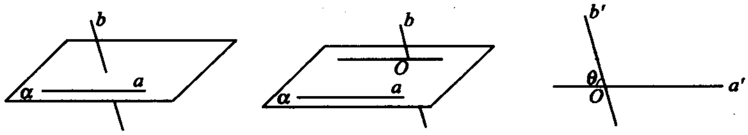
图 1-14

1.2.3　两条异面直线所成的角

如图 1-15(a)所示，a、b 为两条异面直线，经过空间任一点 O，分别作直线 $a' /\!/ a$、$b' /\!/ b$，于是我们得到相交直线 a' 和 b' 所成的锐角(或直角)θ，θ 的大小仅由直线 a、b 的位置决定，而与点 O 的位置无关．为简便考虑，点 O 常取在两条异面直线中的一条上[图 1-15(b)]．从而我们有如下定义：

定义 2　经过空间任意一点分别作与两条异面直线平行的直线，这两条直线相交所成的锐角(或直角)称为两条异面直线所成的角．如果所成的角是直角，则称这两条异面直线垂直，记为 $a \perp b$.

在图 1-15(c)中，θ 就是异面直线 a、b 所成的角．



(a)　(b)　(c)

图 1-15

例2　如图1－16所示的长方体，$\angle BAB_1=30°$，求下列直线所成的角：

(1)AB 和 CC_1；　　　　(2)AB_1 和 D_1C_1.

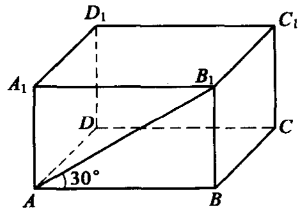


图　1－16

解　(1)因为 AB 和 CC_1 是异面直线，而 $BB_1 /\!/ CC_1$，$AB\perp BB_1$，根据异面直线所成的角的定义，所以 AB 和 CC_1 成直角.

(2)因为 AB_1 和 D_1C_1 是异面直线，而 $D_1C_1 /\!/ AB$，$\angle BAB_1=30°$，所以 AB_1 和 D_1C_1 所成的角是30°.

习题1.2

1. 两条直线互相垂直，它们一定相交吗？
2. 垂直于同一直线的两条直线，有几种位置关系？
3. 一条直线和两条异面直线相交，一共可以确定几个平面？
4. 已知 a 和 b 是异面直线，直线 $c /\!/ a$，直线 b 和 c 不相交，求证：b、c 是异面直线.
5. 如图1－16所示的长方体，$AB=10\text{cm}$，$BC=5\text{cm}$，$BB_1=15\text{cm}$. 求下列直线所成的角：

(1)BB_1 和 DC_1；　　(2)AA_1 和 B_1C_1；　　(3)AC_1 和 DC.

1.3　直线和平面的位置关系

1.3.1　直线和平面的相关位置

我们观察教室的墙面和地面，它们的交线在地面上；两墙面的交线与地面只相交于一点；墙面和天花板的交线与地面没有交点，它反映出直线与平面之间存在着不同的位置关系，我们对于后面两种情况，给出下面的定义：

定义1　如果一条直线 l 和一个平面 α 没有公共点，则称直线 l 和平面 α 平行，记作 $l /\!/ \alpha$；如果一条直线和一个平面只有一个公共点，那么称这条直线和这个平面相交.

由此可知，一条直线和一个平面的位置关系有三种：

(1)直线在平面内——有无数个公共点；

(2)直线和平面平行——没有公共点；

(3)直线和平面相交——只有一个公共点.

画直线和平面平行时，要把直线画在表示平面的平行四边形的外面，并且与平行四边形的一条边平行(图1－17).

画直线和平面相交时，要把直线延伸到表示平面的平行四边形的外面(图1－18).

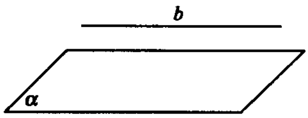


图 1-17

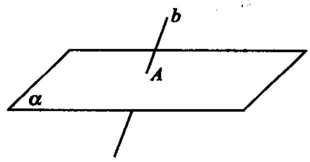


图 1-18

1.3.2 直线和平面平行

1. 直线和平面平行的判定定理

直线和平面平行，除可以根据定义判定外，还有以下的判定定理：

定理1 如果平面外的一条直线平行于这个平面内的一条直线，则这条直线就和这个平面平行.

如图1-19所示，如果直线 $a/\!/b$，而 a 在平面 α 外，$b\subset\alpha$，则 $a/\!/\alpha$.（证明从略）.

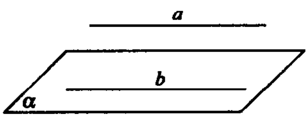


图 1-19

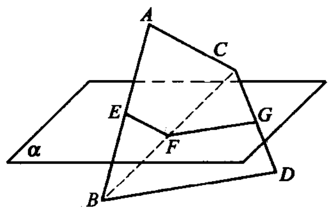


图 1-20

例1 如图1-20所示，设 AB,BC,CD 是不在同一平面内的三条线段，E、F、G 分别是它们的中点，过 E、F、G 三点作平面 α，试证 $AC/\!/\alpha$，$BD/\!/\alpha$.

证明 在 $\triangle ABC$ 中，由于 E、F 分别是 AB 和 BC 的中点，因此 $EF/\!/AC$.

又因 $EF\subset\alpha$，AC 在平面 α 外，根据直线和平面平行的判定定理，

我们有 $AC/\!/\alpha$. 同理可证 $BD/\!/\alpha$.

2. 直线和平面平行的性质定理

定理2 如果一条直线和一个平面平行，则过这条直线的平面与已知平面的交线和这条直线平行.

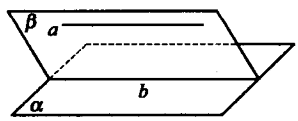


图 1-21

已知 $a/\!/\alpha,a\subset\beta,\alpha\cap\beta=b$（图1-21）

求证 $a/\!/b$.

证明 因为 $a/\!/\alpha$，所以 $\alpha\cap a=\varnothing$.

因为 $b\subset\alpha$，所以 $a\cap b=\varnothing$.

因为 $a\subset\beta,b\subset\beta$，所以 $a/\!/b$.

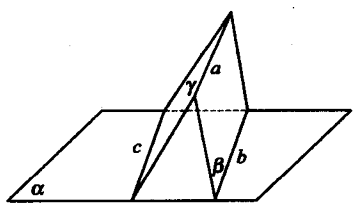


图 1-22

例2 已知 $a\subset\beta,a\subset\gamma,\alpha\cap\beta=b,\alpha\cap\gamma=c$ 且 $a/\!/b$（图1-22）.

求证 $b/\!/c$.

证明 因为 $a/\!/b$，且 $b\subset\alpha$，所以 $a/\!/\alpha$，

而 $\alpha\cap\gamma=c$，且 $a\subset\gamma$，所以 $a/\!/c$，

从而 $b/\!/c$.

1.3.3 直线和平面垂直

1. 直线和平面垂直的定义

电线杆和路面，下垂的日光灯吊线和天花板等例子，都给我们以直线和平面垂直的形象．对直线和平面的这种位置关系给出下面的定义：

定义2 设一条直线 l 和一个平面 α 相交：

(1)如果直线 l 和平面 α 内的任何一条直线都垂直，则称直线 l 和平面 α 相互垂直，记作 $l \perp \alpha$，称 l 为平面 α 的垂线；垂线与该平面的交点称为垂线足(或垂足)．

(2)如果直线 l 和平面 α 不相互垂直，则称直线 l 为平面 α 的斜线；斜线和该平面的交点，称为斜线足(或斜足)．

画直线和平面垂直时，要把直线画成和表示平面的平行四边形的一条边垂直(图)．

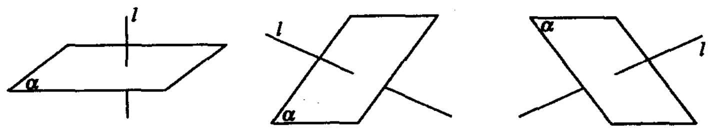


图 1-23

2. 直线和平面垂直的判定定理

判定直线和平面垂直，除根据定义外，还有下面的定理：

判定定理1 如果一条直线和一个平面相交，并且和这个平面内两条相交直线都垂直，则这条直线和这个平面垂直．

如图1-24所示，直线 $L \perp a, L \perp b$，

而 $a \subset \alpha, b \subset \alpha$，且 $a \cap b = P$，则 $l \perp \alpha$(证明从略)．

由上面的定理可以推出：

判定定理2 如果两条平行直线中的一条直线垂直于一个平面，则另一条直线也垂直于这个平面．

如图1-25所示，$m /\!/ n, m \perp \alpha$，则 $n \perp \alpha$(证明从略)．

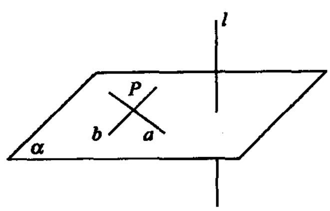


图 1-24

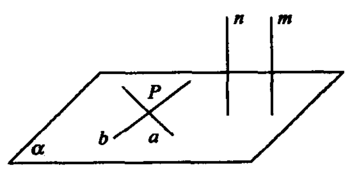


图 1-25

例3 如图1-26所示，两线段 AB 和 CD 不在同一平面内，且 $AC = BC, AD = BD$. 求证：$AB \perp CD$.

证明 取 AB 的中点 E，连接 CE, DE.

因为 $AB = BC$. 所以 $AB \perp CE$. 因为 $AD = BD$，所以 $AB \perp DE$.

而 $CE \subset$ 平面 CED，$CE \subset$ 平面 CED，$CE \cap DE = E$，所以 $AB \perp$ 平面 CED.

而 $CD \subset$ 平面 CED，所以 $AB \perp CD$.

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com