



21世纪高等学校教材

普通高等教育“十一五”汽车类专业(方向)规划教材

汽车测试技术

主 编 唐 岚

副主编 李涵武



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

21 世纪高等学校教材

普通高等教育“十一五”汽车类专业（方向）规划教材

汽车测试技术

主 编 唐 岚
副主编 李涵武
参 编 赵雨旻 吴 石
陈 翀 赵 玲
童 勇
主 审 苏清祖



机械工业出版社

本书主要介绍了汽车测试技术的基础理论和方法。全书共分九章,包括信号及其分类,测试装置的基本特性,常用传感器原理及其测量电路,信号调理、处理与记录,测量误差分析,静、动态测量数据处理,微机在测试技术中的应用及典型汽车测试系统等内容。

本书为高等学校车辆工程以及相关专业本科生教材,高职高专层次亦可选用,同时也可供研究生和从事汽车测试及其相关专业工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

汽车测试技术/唐岚主编. —北京:机械工业出版社, 2006.6

21世纪高等学校教材·普通高等教育“十一五”汽车类专业(方向)规划教材

ISBN 7-111-19035-1

I. 汽... II. 唐... III. 汽车—测试技术—高等学校—教材
IV. U467

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第040008号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)

策划编辑:赵爱宁、冯春生 责任编辑:冯春生 版式设计:冉晓华

责任校对:王欣 封面设计:王伟光 责任印制:杨曦

北京机工印刷厂印刷

2006年7月第1版第1次印刷

184mm×260mm $1/16$ · 9.5印张 · 231千字

0 001—3 000册

定价:18.00元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

本社购书热线电话(010) 68326294

编辑热线电话(010) 88379711

封面无防伪标均为盗版

普通高等教育汽车类专业（方向）
教材编审委员会

主任：	北京理工大学	林逸
副主任：	黑龙江工程学院	齐晓杰
	湖北汽车工业学院	陶健民
	扬州大学	陈靖芯
	西华大学	黄海波
	机械工业出版社	邓海平
委员：	吉林大学	方泳龙
	吉林大学	刘玉梅
	北京航空航天大学	高峰
	同济大学	陈永革
	上海交通大学	喻凡
	上海大学	何忱予
	哈尔滨理工大学	徐雳
	武汉理工大学	张国方
	山东理工大学	邹广德
	山东交通学院	李祥贵
	燕山大学	韩宗奇
	长沙理工大学	张新
	青岛理工大学	卢燕
	河南科技大学	张文春
	南京工程学院	贺曙新
	淮阴工学院	刘远伟
秘书：	机械工业出版社	赵爱宁
	机械工业出版社	冯春生

序

汽车被称为“改变世界的机器”。由于汽车工业具有很强的产业关联度，因而被视为一个国家经济发展水平的重要标志。近 10 年来，我国汽车工业快速而稳步发展，汽车产量年均增长 15%，是同期世界汽车产量增长量的 10 倍。汽车工业正在成为拉动我国经济增长的发动机，汽车工业的繁荣，使汽车及其相关产业的人才需求量大幅度增长。与此相应地，作为人才培养主要基地的汽车工业高等教育也得到了长足发展。据不完全统计，迄今全国开办汽车类专业的高等院校已达百余所。

从未来发展趋势看，打造我国自主品牌、开发核心技术是我国汽车工业的必然选择，但当前我国汽车工业还处在以技术引进、加工制造为主的阶段，这就要求在人才培养时既要具有前瞻性，又要与我国实际情况相结合。要在注重培养具有自主开发能力的研究型人才的同时，大力培养知识、能力、素质结构具有鲜明的“理论基础扎实，专业知识面广，实践能力强，综合素质高，有较强的科技运用、推广、转换能力”特点的应用型人才。这也意味着对我国高等教育的办学体制、机制、模式和人才培养理念等提出了全新的要求。

为了满足新形势下对汽车类高等工程技术人才培养的需求，在中国机械工业教育协会机械工程及自动化学科教学委员会车辆工程学科组的领导下，成立了教材编审委员会，组织制定了多个系列的普通高等教育规划教材。其中，为了解决高等教育应用型人才培养中教材短缺、滞后等问题，组织编写了“普通高等教育‘十一五’汽车类专业（方向）规划教材”。

本系列教材在学科体系上适应普通高等院校培养应用型人才的需求；在内容上注重介绍新技术和新工艺，强调实用性和工程概念，减少理论推导；在教学上强调加强实践环节。此外，本系列教材将力求做到：

1) 全面性。目前本系列教材包括汽车设计与制造、汽车运用与维修、汽车服务工程、物流工程等专业方向，今后还将扩展专业领域，更全面地涵盖汽车类专业方向。

2) 完整性。对于每一个专业方向，今后还将继续根据行业变化对教学提出的要求填平补齐，使之更加完善。

3) 优质性。在教材编审委员会的领导下，继续优化每一本教材的规划、编审、出版和修订过程，让教材的生产过程逐步实现优质和高效。

4) 服务性。根据需要，为教材配备 CAI 课件和教学辅助教材，召开新教材讲习班，在相应网站开设研讨专栏等。

相信本系列教材的出版将对我国汽车类专业的高等教育产生积极的影响,为我国汽车行业应用型人才培养模式作出有益的探索。由于我国汽车工业还处于快速发展阶段,对人才不断提出新的要求,这也就决定了高等教育的人才培养模式和教材建设也处于不断变革之中。我们衷心希望更多的高等院校加入本系列教材建设的队伍中来,使教材体系更加完善,以更好地为高等教育培养汽车专业人才服务。

中国汽车工程学会 常务理事
中国机械工业教育
协会车辆工程学科 副主任
林 逸

前 言

测试技术是汽车技术发展的关键。多年以来,“测试技术”一直被本科生视为较为难学的课程之一。产生这种念头的原因是多方面的:测试技术所涉及的知识面较广,要求的数学知识较高,概念的物理意义难于理解等是客观存在的,然而一个不可忽略的原因是“测试技术”很难自学,这与教材的编写有着较为重要的关系。

本书的作者长期从事“测试技术”的教学与科研工作,此书在总结这些经验的基础上,根据普通高等教育汽车类专业教材编审委员会提出的要求,并在参考同类教材优点的基础上,力图编写一本既能突出“汽车测试技术”的基础理论知识,又能反映“测试技术”在汽车工程上的具体应用,且内容与形式上都有新意的教材。在本书编写过程中力求做到深入浅出、概念清楚及物理意义明确、应用实例生动、突出便于学生自学的特点。另外随着高新技术的飞速发展和应用,汽车测试技术进入了一个新的阶段,所以在本书的编写中增添了新技术,如虚拟仪器技术在汽车测试中的应用等。

本书的主要使用对象为车辆工程及汽车应用类专业的本科生,适用于40学时的教学内容,并可供研究生及有关工程技术人员参考。本书共分九章,出发点是从工程应用的角度阐述汽车测试技术的基础理论与方法。第一章简要介绍了汽车测试技术的发展与研究内容、测试技术的基本内容和本课程的研究对象与任务;第二章介绍了信号及其分类,避免了单纯的数学推导,用较为精炼的语言说明了有关教学内容的物理意义;第三章介绍了测试装置的特性,阐明了测试系统的动态特性是如何通过频率响应,对典型信号输入的时间响应来描述的;第四章介绍了常用传感器原理及其测量电路,让学生对传感器的工作原理、结构及其典型的测量电路有较为深刻的理解,并掌握传感器的选用原则;第五章介绍了信号调理、处理与记录;第六章介绍了测量误差分析;第七章介绍了静态、动态测试数据处理,阐明了试验数据的处理方法;第八章介绍了微机在测试技术中的应用,使学生对所学理论有个综合理解,增强学生对组成测试系统的整体认识;第九章从工程应用的角度阐述了典型汽车测试系统,增加了学生的知识面,开阔了学生的眼界,有利于学生成为车辆工程的专业技术人才。为了使学能尽快掌握每个章节的基本内容,各章后面都有习题作为支撑。学习本课程之前,学生应修完工程数学、电工学、微机原理等课程。

本书由西华大学唐岚担任主编,黑龙江工程学院李涵武担任副主编。第一章、第四章由西华大学唐岚编写;第二章、第五章由黑龙江工程学院李涵武编

写；第三章由西华大学唐岚、赵玲编写；第六章、第七章由黑龙江工程学院赵雨旸编写；第八章由哈尔滨理工大学吴石编写；第九章第一节由西华大学唐岚编写，第二节由西华大学童勇编写，第三、四节由西华大学陈翀编写。

本书由江苏大学苏清祖教授担任主审，对全书进行了仔细而全面的审阅，并提出了大量宝贵的意见和建议。同时此书的编写得到了兄弟院校多方面的帮助，在此一并表示诚挚的感谢。

由于作者学识和水平有限，书中难免有错误和疏漏，恳请广大读者批评指正。

编 者

目 录

序

前言

第一章 绪论 1

- 第一节 汽车测试技术的发展与研究 1
- 内容 1
- 第二节 测试技术的基本内容 2
- 第三节 本课程的研究对象与任务 3
- 思考题及习题 3

第二章 信号及其分类 4

- 第一节 信号的分类及描述 4
- 第二节 周期信号与离散频谱 6
- 第三节 非周期信号与连续频谱 8
- 第四节 随机信号 9
- 思考题及习题 11

第三章 测试装置的基本特性 12

- 第一节 概述 12
- 第二节 测试装置的静态特性 13
- 第三节 测试装置的动态特性 15
- 第四节 测试装置实现不失真测量的条件 26
- 第五节 测试装置动态特性的测定 27
- 思考题及习题 30

第四章 常用传感器原理及其测量

电路 32

- 第一节 传感器的分类 32
- 第二节 常用传感器 34
- 思考题及习题 61

第五章 信号调理、处理与记录 62

- 第一节 电桥 62

- 第二节 调制与解调 64

- 第三节 滤波器 70

- 第四节 信号的放大 76

- 第五节 信号的显示和记录 78

- 思考题及习题 84

第六章 测量误差分析 85

- 第一节 误差的基本概念 85
- 第二节 随机误差 86
- 第三节 系统误差 88
- 第四节 粗大误差与异常数据的取舍 90
- 第五节 测量结果的误差分析 93
- 思考题及习题 96

第七章 静态、动态测试数据处理 97

- 第一节 静态测试数据处理 97
- 第二节 动态测试数据处理 101
- 思考题及习题 108

第八章 微机在测试技术中的应用 109

- 第一节 微机测试系统 109
- 第二节 通用串行总线 (USB) 112
- 第三节 虚拟仪器与系统 118
- 思考题及习题 123

第九章 测试技术在汽车上的应用 124

- 第一节 概述 124
- 第二节 发动机参数的测试 124
- 第三节 汽车振动的测试 129
- 第四节 汽车动力学的测试 136
- 思考题及习题 140

参考文献 141

第一章 绪 论

第一节 汽车测试技术的发展与研究内容

汽车技术的发展在很大程度上取决于测试技术的发展,随着社会的进步与科学的发展,汽车测试技术的手段与内容不断地被丰富和完善着。了解汽车从设计到出厂的整个产品周期,就可以看到测试始终贯穿于生产过程的每个环节,测试的重要性是不言而喻的。由于汽车的使用条件复杂,所以对产品的性能、寿命、质量和成本等方面的要求也较高,而影响产品质量的因素是多方面的,所涉及的技术领域也极为广泛,但现在对一些问题的研究还是不够充分。技术上许多新的发现和突破以及新设计的产品,即使在设计和制造时考虑得非常周密,也都必须以试验测试为基础经过试验来检验。测试技术是帮助人们深入了解汽车在实际使用中各种现象的本质及其规律,并推动其技术进步的一种极为重要的方法,它是保证产品性能、提高产品质量和竞争力的重要手段。

汽车测试技术涉及的学科门类繁多,测试技术与汽车工业相辅相成,特别是随着汽车电子技术的不断发展,测试的手段发生了很大的变化。汽车电子化、智能化的发展方向也使得汽车开发与测试技术“节节高”,不断适应了汽车技术与标准的发展需要。

自 1876 年 5 月汽车测试技术的第一张汽车发动机示功图起,测试技术经历了 100 多年的发展,特别是 20 世纪 80 以及 90 年代以来,计算机技术的应用使汽车测试技术得到了飞速的发展。从最初的汽车零部件性能试验,已经发展到目前的动力系统测试、车身和底盘测试、安全性测试、汽车电子测试和生产测试等,如图 1-1 所示。另外应用虚拟仪器进行的汽车零部件与整车性能的测试,使汽车测试技术无论在方法上和内容上,或是测试设备上都达到了较为完善的程度。例如:对现代汽车而言,舒适、效率及安全性很大程度上都依赖于各类电子控制系统 ECU 的应用。随着 ECU 功能的不断增强、油耗要求与排放标准的提高以及自动诊断系统的完善,采用传统的测试手段很难在较短的时间内完成对每一个电子控制系统 ECU 单独的测试,所以应用汽车网络总线测试系统,则可较好地在规定时间内完成对 ECU 性能的测试。

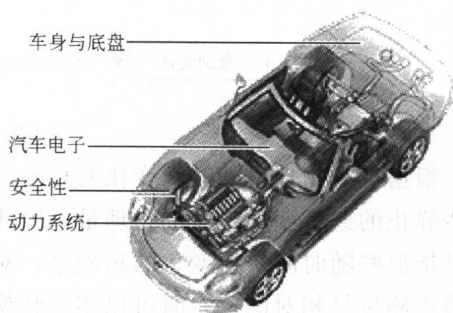


图 1-1 汽车测试技术基本分类示意图

由于电子技术在汽车上的应用越来越广泛,以及汽车各系统在功能上的不断提升与扩展,因此汽车测试技术也必须得到相应的发展。目前汽车测试技术总的发展方向具体表现在以下几点:①新的系统、新的方法、新的标准要求新的检测设备;②向单机智能化方向,具有自检、自动运行功能方向发展;③向显示技术、高精度传感技术迅速发展;④向综合化方向发展。

第二节 测试技术的基本内容

测试技术是一门综合性技术。测量、计量与测试是相互关联的术语。测量是以被测对象属性量值为目的的全部操作；计量是为了实现测量单位统一和量值准确性的一种科学方法；而测试技术则是测量技术与试验技术的综合。测试的过程是从客观事物中获取有用信息的过程，测试的目的是帮助人们认识各种现象的本质及其规律，同时也是科学研究的基本方法。

测试的基本任务是获取有用的信息。信息总是蕴涵在某些物理量之中，并依靠它们来传输，这些物理量就是信号。就具体物理性质而言，信号有电信号、光信号、力信号等。其中，电信号在变换、处理、传输和运用等方面都有明显的优点，因而成为目前应用最广泛的信号。各种非电信号也往往被转换成电信号，而后传输、处理和运用。信息、信号、测试系统之间的关系可表述为：获取信息是测试的目的，信号是信息的载体，测试是得到被测参数信息的技术手段。

一个测量或测试系统大体上可用图 1-2 所示的原理框图来说明。

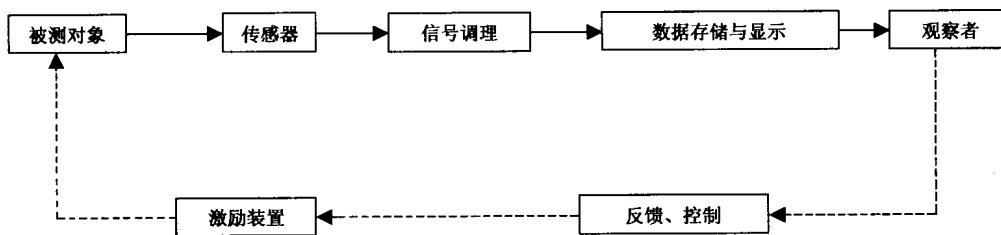


图 1-2 测试系统原理框图

根据被测物理量随时间变化的特性，可将它们总体地分为静态量和动态量。静态量是指那些静止的或者变化缓慢的物理量，因此对这类物理量的测量称之为静态测量；相反，动态量是指那些随时间快速变化的物理量，对动态变量的测量相应地称之为动态测量。动态测量与静态测量是相对的，有时可以相互转换。

在使用测量方法时，不能简单地评价静态与动态测量的优劣性。静态和动态测量方法是两种不同的方法，采用哪种方法取决于被测对象的性质和对测量的要求。对每一种方法而言，相应地都有它自己的测量理论、测量手段和专门的仪器。测量的复杂程度完全取决于被测量本身的特征及测量所要达到的要求（精度、稳定性等）。

传感器是测试系统中的第一个环节，用于从被测对象中获取所需要的信息，并将其转换为适用于测量的变量或信号，是测量的源头。对于一个测量任务来说，第一步是能够有效地获取从被测对象上所能取得的有用信息，所以传感器在整个测量系统中的作用是很重要的。

信号调理环节是对来自于传感器的信号作进一步的加工和处理，例如将幅值放大、转换滤波、分析等，最后传递给数据存储与显示部分，供人们用于观察和分析。从图 1-2 可以看出，被测对象和观察者也是测试系统的组成部分，它们同传感器、信号调理部分和数据存储与显示部分一起构成了一个完整的测试系统。这是由于在用传感器获取被测对象的有用信号时，被测对象与传感器之间不同的连接方式或耦合方式也会对传感器产生影响和作用，同样

观察者自身的行为和方式也直接或间接地影响着系统的传递特性，所以在评价测试系统性能时也要考虑这两个环节。

第三节 本课程的研究对象与任务

本课程研究的对象是汽车测试中测试系统的静、动态特性，静、动态测试中的常用传感器特性和与之匹配的测量电路及记录仪器的结构与工作原理，电子计算机在测试系统中的应用，测试信号的分析 and 数据处理方法。本书将在这些方面着重进行展开和讨论。

对高等学校车辆工程及汽车运用工程相关专业的学生来讲，“汽车测试技术”是一门专业基础课。通过本课程的学习，学生应该掌握有关测试技术的基本理论和技术，培养学生能较为正确地选择测试装置，初步掌握试验方法和测试技术，正确处理试验数据和分析试验结果，为学生进一步学习、研究和处理汽车工程技术中的测试技术问题打下基础。为此，本课程的重点内容包括：

1) 掌握信号与信号处理的理论和方法。包括信号时域和频域的描述方法，建立明确的信号的频谱概念；掌握频谱分析和相关分析的基本原理和方法；掌握数字信号处理的基本理论和方法。

2) 掌握测试系统特性的评价方法。包括测试系统传递特性的时域、频域描述，脉冲响应函数和频率响应函数，一阶、二阶系统的动态特性描述及其参数的测量方法，以及不失真测试的条件。

3) 了解传感器理论。包括各类常用传感器的原理、结构及性能参数等，并能较为正确地选用传感器。

4) 掌握信号调理的原理和方法。包括电桥电路、信号的调制与解调、信号的放大与滤波、信号的存储与记录等，以及上述各种电路的原理与应用。

5) 对微机组成的测试系统有一个完整的概念。

6) 了解汽车工程中典型的测试方法。

“汽车测试技术”课程中涉及到过去所学的许多有关知识，需要多种学科知识的综合运用，其内容包括常用的试验基本理论和技能，具有涉及面宽、实践性强的特点。学生在学习过程中要注意理解物理概念，掌握基本原理和特性，密切联系实际，加强实践环节。学习中，学生必须通过必要的试验课，亲自动手完成某些试验项目的全过程，受到科学试验能力的基本训练，才能掌握有关试验的知识和测试技术，初步具有在实际生产、科研中组织、实施各种试验工作的能力。

思考题及习题

- 1-1 汽车测试技术的内容包括哪些方面？
- 1-2 测试技术的基本内容有哪些？
- 1-3 本课程的研究任务是什么？

第二章 信号及其分类

从信息论的观点看,信息就是事物存在的方式和运动状态的特征。在生产实践和科学研究中,为了获取有关研究对象状态与运动特征等方面的信息,经常要对许多客观存在的物体或物理过程进行观测。被研究对象的信息量往往是非常巨大的,测试工作是按一定的目的和要求,获取感兴趣的、有限的某些特定信息,而不是全部信息。

一般来说,工程测试信息总是通过某些物理量的形式表现出来,这些物理量称为信号。信号是信息的载体,信息则是信号所载的内容。信息与信号是互相联系的两个概念,信号不等于信息。譬如一台机床在运行过程中,某一时间某一位置均会有热、声、振动等内部信息的外部表现,用测试仪器观测到的就是温度、声音、振动等变化的信号(数据形式或图像形式)。实际上,工程测试就是信号的获取、加工、处理、显示记录及分析的过程,因此深入了解信号及其表述是工程测试的基础。

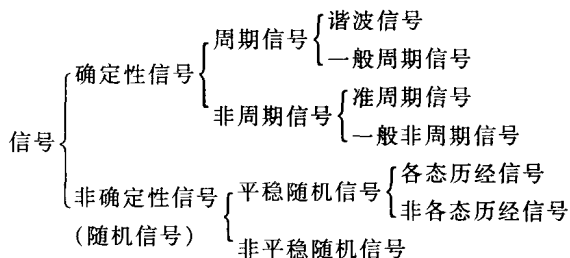
第一节 信号的分类及描述

按数学关系、取值特征、能量功率、处理分析等,可以将信号分为确定性信号和非确定性信号、连续信号和离散信号、能量信号和功率信号、时域信号与频域信号等。

直接检测或记录到的信号一般是随时间变化的物理量,称为信号的时域表述。这种以时间作为独立变量的方式能反映信号幅值随时间变化的关系,而不能明显揭示信号的频率结构特征。通常把时域表述的信号进行变换,以达到更加全面深入研究信号、从中获得更多有用信息的目的。所谓信号的频域表述就是以频率作为独立变量的方式,也就是信号的频谱分析。频域表述可以反映信号的各频率成分的幅值和相位特征。信号的时、频域表述是可以相互转换的,而且包含有同样的信息量。

一、确定性信号和非确定性信号

信号按数学关系可进行如下分类:



1. 确定性信号

确定性信号就是能用明确的数学关系式表达的信号。例如单自由度的无阻尼质量-弹簧振动系统,其位移信号 $x(t)$ 可以写为

$$x(t) = A \cos(\sqrt{\frac{k}{m}}t + \varphi_0) \quad (2-1)$$

可以将确定性信号分为周期信号和非周期信号两类。当信号按一定时间间隔周而复始重复出现时，称为周期信号，否则称为非周期信号。

周期信号的数学表达式为

$$x(t) = x(t + nT_0) \quad (2-2)$$

式中， $n = \pm 1, \pm 2, \dots$ ；

T_0 ——周期，表达式为： $T_0 = 2\pi/\omega_0 = 1/f_0$ ，其中 ω_0 为角频率， f_0 为频率。

显而易见，式 (2-1) 表达的信号是周期信号，其角频率 $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ ，周期为 $T_0 = 2\pi/\omega_0$ 。这种频率单一的正弦或余弦信号称为谐波信号。通常谐波信号的特征参量有峰值、均值、绝对均值、方均差值、方均根值（有效值）和方均值（平均功率）等。

一般周期信号是由多个乃至无穷多个频率成分（频率不同的谐波分量）叠加所组成，叠加后存在公共周期，例如周期方波、周期三角波等。准周期信号也是由多个频率成分叠加的信号，但叠加后不存在公共周期。

一般非周期信号又称为瞬变非周期信号，是在有限时间段存在，或随着时间的增加而幅值衰减至零的信号。

2. 非确定性信号

非确定性信号是无法用明确的数学关系式表达的信号，又称为随机信号，这类信号需要采用数理统计理论来描述，无法准确预见某一瞬时的信号幅值。非确定性信号根据是否能满足平稳随机过程的条件，又可以分成平稳随机信号和非平稳随机信号。

二、连续信号和离散信号

信号按取值特征可进行如下分类：

$$\text{信号} \begin{cases} \text{连续信号} \begin{cases} \text{模拟信号（信号的幅值与独立变量均连续）} \\ \text{一般连续信号（独立变量连续）} \end{cases} \\ \text{离散信号} \begin{cases} \text{一般离散信号（独立变量离散）} \\ \text{数字信号（信号的幅值与独立变量均离散）} \end{cases} \end{cases}$$

如果信号的独立变量取值连续，则是连续信号，如图 2-1a 所示；如果信号的独立变量取值离散，则是离散信号，如图 2-1b 所示。信号幅值也可分为连续的和离散的两种。如果信号的幅值和独立变量均连续，则称为模拟信号；如果信号幅值和独立变量均离散，则称为数字信号。目前，数字计算机所使用的信号都是数字信号。

三、能量信号和功率信号

信号按能量功率分类可分为能量信号和功率信号。在非电量测量中，常将被测信号转换为电压或电流信号来处理。显然，电压信号 $x(t)$ 加在单位电阻（ $R = 1$ 时）上的瞬时功率为： $P(t) = x^2(t)/R = x^2(t)$ 。信号在某时间段内的能量就是瞬时功率对时间积分。通常不考虑量纲，而直接把信号的平方与其对时间的积分分别称为信号的功率和能量。当

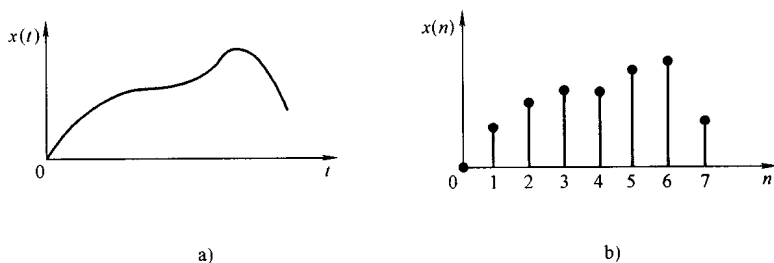


图 2-1 连续信号和离散信号

$x(t)$ 满足

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt < \infty \quad (2-3)$$

时, 则信号的能量有限, 称为能量有限信号, 简称能量信号, 譬如各类瞬变信号。满足能量有限条件, 实际上就满足了绝对可积条件。

若在区间内 $(-\infty, \infty)$ 内, $x(t)$ 的能量无限, 即不满足式 (2-3) 条件, 但在有限区间 $(-T/2, T/2)$ 内满足平均功率有限的条件

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t) dt < \infty \quad (2-4)$$

则称为功率信号, 如各种周期信号、常值信号、阶跃信号等。

第二节 周期信号与离散频谱

最简单的周期信号是谐波信号, 只有一种频率成分。利用傅里叶级数, 一般周期信号可以展开成多个乃至无穷多个不同频率谐波信号的线性叠加。

一、三角函数展开式

如果在 $[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}]$ 上, 对于任何一个周期为 T 的周期函数 $x(t)$, 满足狄利赫利条件, 即函数在 $[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}]$ 上满足: ① 连续或只有有限个第一类间断点 $[\lim_{t \rightarrow t_0^-} x(t) = \lim_{t \rightarrow t_0^+} x(t) \neq x(t_0)]$; ② 只有有限个极值点, 则可展开为

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\omega_0 t + \varphi_n) \quad (2-5)$$

式中 $a_0 = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt$;

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cos n\omega_0 t dt;$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \sin n\omega_0 t dt;$$

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2};$$

$$\varphi_n = \arctan\left(\frac{a_n}{b_n}\right)。$$

其中 a_0 、 a_n 、 b_n 为傅里叶系数；常数 $a_0/2$ 表示信号的静态分析，称为直流分量； $\omega_0 = 2\pi/T$ 为信号基频； $n\omega_0$ 为 n 次谐频； A_n 为各谐波分量的幅值； φ_n 为各谐波分量的初相角。

二、复指数展开形式

根据欧拉公式

$$\begin{aligned}\cos\varphi &= \frac{e^{j\varphi} + e^{-j\varphi}}{2} \\ \sin\varphi &= \frac{e^{j\varphi} - e^{-j\varphi}}{2j} = -\frac{j(e^{j\varphi} - e^{-j\varphi})}{2}\end{aligned}$$

式中 $j = \sqrt{-1}$ 。

可将式 (2-5) 改写成

$$\begin{aligned}x(t) &= \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \frac{e^{jn\omega_0 t} + e^{-jn\omega_0 t}}{2} - jb_n \frac{e^{jn\omega_0 t} - e^{-jn\omega_0 t}}{2} \right) \\ &= \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n - jb_n}{2} e^{jn\omega_0 t} + \frac{a_n + jb_n}{2} e^{-jn\omega_0 t} \right)\end{aligned}\quad (2-6)$$

若令

$$\begin{aligned}c_0 &= \frac{a_0}{2} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt \\ c_n &= \frac{a_n - jb_n}{2} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \\ c_{-n} &= \frac{a_n + jb_n}{2} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{jn\omega_0 t} dt\end{aligned}$$

则有

$$x(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (c_n e^{jn\omega_0 t} + c_{-n} e^{-jn\omega_0 t}) \quad n = (1, 2, \dots) \quad (2-7)$$

得到

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t} = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\int_{-T/2}^{T/2} x(\tau) e^{-jn\omega_0 \tau} d\tau \right] e^{jn\omega_0 t} \quad (2-8)$$

在式 (2-7) 中， c_n 为一复数， c_n 的模直接反映了 n 次谐波幅值的大小，而 c_n 的幅角则反映 n 次谐波的相位。

在三角函数形式中， n 次谐波 $A_n \sin(\omega t + \varphi_n)$ 的幅值为 $A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$ ，相位为 $\varphi_n = \arctan \frac{a_n}{b_n}$ 。而在复指数形式中， n 次谐波是指 $c_n e^{jn\omega_0 t} + c_{-n} e^{-jn\omega_0 t}$ ，因为

$$c_n = \frac{a_n - jb_n}{2}, \quad c_{-n} = \frac{a_n + jb_n}{2}$$

所以有

$$|c_n| = |c_{-n}| = \frac{1}{2} \sqrt{a_n^2 + b_n^2} = \frac{A_n}{2} \quad (2-9)$$

三、周期信号频谱的特点

(1) 离散性 只在 $n\omega_0$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) 离散值上取值或只在 $m\omega_0$ ($m = 0, \pm 1,$

$\pm 2, \dots$) 离散点上取值。

(2) 谐波性 每条频谱只出现在基波频率 ($\omega_0 = 2\pi/T$) 的整数倍的频率上, 基波频率是诸分量频率的公约数, 相邻谱线间隔为 $\Delta\omega$ 。

(3) 收敛性 常见的周期信号幅值总的趋势是随谐波次数的增多而减小。由于这种收敛性, 实际测量中在一定误差范围内可以忽略那些次数过多的谐波。

第三节 非周期信号与连续频谱

非周期信号包括准周期信号和瞬变冲激信号两种, 其频谱各有独自的特点。

如前所述, 周期信号的频谱具有离散性, 可展开成许多乃至无限项简谐信号之和, 诸谐波分量的频率具有一个公约数——基频。但几个简谐信号的叠加不一定是周期信号, 也就是说具有离散频谱的信号不一定是周期信号。只有各简谐成分的频率比是有理数, 它们能在某个时间间隔后周而复始, 合成后的信号才是周期信号。准周期信号就是由几个简谐信号叠加形成, 具有离散频谱, 但简谐信号频率比不是有理数, 合成后不是周期信号。一般所说的非周期信号是指瞬变冲激信号, 如矩形脉冲信号、指数衰减信号、衰减振荡、单脉冲等。对这种非周期信号, 不能直接用傅里叶级数展开。

一、频谱密度函数 $X(\omega)$

非周期信号可以看作是周期 T 为无穷大的周期信号。当周期 T 趋近无穷大时, 则基波谱线及谱线间隔 $\Delta\omega = \omega_0 = 2\pi/T \rightarrow d\omega$, 趋近无穷小, 于是离散的 $n\omega_0$ 就变为连续的 ω 。因此, 非周期信号的频谱是连续的。

傅里叶级数的复指数函数展开式可写为

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t} \quad (2-10)$$

傅里叶系数

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \quad (2-11)$$

当周期 $T \rightarrow \infty$ 时, 谱线间隔 $\Delta\omega = 2\pi/T$ 趋近无穷小, 即 $\Delta\omega \rightarrow d\omega \rightarrow 0$; 离散量 $n\omega_0$ ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) 转变为连续变量 ω , $n\omega_0 \rightarrow \omega$; 傅里叶系数 c_n 的模 $|c_n|$ 趋于无穷小, 将它放大 T 倍, 则式 (2-11) 变为

$$\lim_{T \rightarrow \infty} c_n T = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{jn\omega_0 t} dt \quad (2-12)$$

由于有 $n\omega_0 \rightarrow \omega$, 故式 (2-12) 变为

$$\lim_{d\omega \rightarrow 0} c_n \frac{2\pi}{d\omega} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \quad (2-13)$$

因为时间 t 是积分变量, 故式 (2-13) 积分后仅是 ω 的函数, 并记作 $X(\omega)$ 或 $F[x(t)]$, 即

$$X(\omega) = F[x(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt = \lim_{d\omega \rightarrow 0} c_n \frac{2\pi}{d\omega} \quad (2-14)$$