



全国高等职业院校
招生考试复习教材

数学

王招秀 主编

QUANGUO GAODENG ZHIYEUANXIAO
ZHAOSHENGKAOSHI
FUXIJIAOCAI



新世界出版社
NEW WORLD PRESS

全国高等职业院校招生考试复习教材

数 学

王招秀 主编

全国高等职业院校招生考试复习教材
数 学

作者 王招秀

责任编辑 李淑英

出版发行 世界图书出版公司

社 址 北京市百万庄路24号

邮政编码 100037

网 址 <http://WWW.newworld-press.com> <http://WWW.nwp.com.cn>

电子邮箱 public@nwp.com.cn nwpcn@public.ftn.net.cn

印 刷 北京市彩虹印刷有限责任公司

登 记 北京市版权局

开 本 787×1092 字 数 1330千字 印 张 250

版 次 2007年6月第1版 2007年6月第1次印刷

书 号 ISBN 978-7-80528-378-7

定 价 全套(共3册)75.00元



新世界出版社
NEW WORLD PRESS

版权所有 侵权必究 未经许可 不得转载

图书在版编目(CIP)数据

全国高等职业院校招生考试复习教材. 数学/徐亮等编著. —北京: 新世界出版社,

2007. 6

ISBN 978-7-80228-378-7

I. 全… II. 徐… III. 数学课—高等学校: 技术学校—入学考试—自学参考资料

IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 089475 号

学 数
主 编 王 路 袁
全国高等职业院校招生考试复习教材
数 学

作 者/王招秀

责任编辑/李跃农

出版发行/新世界出版社

社 址/北京市百万庄路 24 号

邮政编码/100037

网 址/<http://WWW.newworld-press.com> <http://WWW.nwp.com.cn>

电子邮件/public@nwp.com.cn nwpcn@public.bta.net.cn

印 刷/北京市彩虹印刷有限责任公司

经 销/新华书店

开 本/16 787×1092 字 数/1236 千字 印 张/50

版 次/2007 年 6 月第 1 版 2007 年 6 月第 1 次印刷

书 号/ISBN 978-7-80228-378-7

定 价/全套(共 3 册)75.00 元

新世界版图书, 版权所有, 侵权必究。新世界版图书, 印装错误可随时退换。

前 言

在大力发展职业教育的新形势下,参加高职考试的学生越来越多,为帮助这些考生全面、系统、高效地复习备考,我们组织了北京多年从事高职考试辅导、具有丰富教学经验的资深教师,依据最新高职考纲,在认真分析各省市多年来命题的特点及变化趋势的基础上,精心编写了《全国高等职业院校招生考试复习教材》。

本套教材每章都设有五个栏目:“复习要求”,根据大纲所列知识要求进行简析;“内容总结”,对大纲中要求的内容进行系统阐述、讲解;“典型例题解析”,精选与大纲内容及难度相符的例题进行分析,重点讲解思路和方法;“同步练习”,精选重点、难点题型进行测试练习;“参考答案”,为“同步练习”中的题目提供解题答案。

本套教材有以下一些特点:

1. 紧扣新大纲,及时适应高职考试新变化。本套教材紧扣新大纲,覆盖了新大纲规定的全部考试内容,学习起点低,重点突出,能够满足不同水平的高职考生复习备考的需要,更加有利于对科学知识内容的理解,提高复习效率,达到事半功倍的效果。

2. 体例科学,内容的编排和选择与“新大纲”的知识系统完全一致,充分体现了“新大纲”的知识能力要求。结构的安排是按照简单到复杂,由浅入深,循序渐进的原则,以便帮助老师教学和培养学生的应试能力。

3. 针对性强,内容的选择和编排坚持少而精的原则,本套教材针对高职考试的实际,注重基础知识复习和能力训练,精编大量的应用型和能力型练习题并附有参考答案,以便考生能及时检验复习效果。

由于时间紧迫,疏漏之处在所难免,敬请广大读者批评指正。

编 者

数学 第一章

目 录

(82)	复习要求	(1)
(82)	内容总结	(1)
(82)	典型例题解析	(3)
(82)	同步练习	(5)
(82)	参考答案	(6)

第一章 集合与逻辑用语

(82)	复习要求	(1)
(82)	内容总结	(1)
(82)	典型例题解析	(3)
(82)	同步练习	(5)
(82)	参考答案	(6)

第二章 函数

(87)	复习要求	(8)
(87)	内容总结	(8)
(87)	典型例题解析	(13)
(87)	同步练习	(19)
(87)	参考答案	(23)

第三章 不等式和不等式组

(88)	复习要求	(26)
(88)	内容总结	(26)
(88)	典型例题解析	(28)
(88)	同步练习	(35)
(88)	参考答案	(37)

第四章 数列

(101)	复习要求	(38)
(101)	内容总结	(38)
(101)	典型例题解析	(39)
(101)	同步练习	(47)
(101)	参考答案	(50)

第五章 复数

复习要求	(52)
内容总结	(52)
典型例题解析	(55)
同步练习	(60)
参考答案	(63)

第六章 导数

复习要求	(66)
内容总结	(66)
典型例题解析	(68)
同步练习	(71)
参考答案	(73)

第七章 三角函数及其有关概念

复习要求	(76)
内容总结	(76)
典型例题解析	(78)
同步练习	(84)
参考答案	(86)

第八章 三角函数式的变换

复习要求	(88)
内容总结	(88)
典型例题解析	(90)
同步练习	(98)
参考答案	(101)

第九章 三角函数的图象和性质

复习要求	(104)
内容总结	(104)
典型例题解析	(107)
同步练习	(115)

参考答案	(119)
------	-------

第十章 解三角形

复习要求	(123)
内容总结	(123)
典型例题解析	(124)
同步练习	(132)
参考答案	(134)

第十一章 平面向量

复习要求	(139)
内容总结	(139)
典型例题解析	(142)
同步练习	(148)
参考答案	(152)

第十二章 直 线

复习要求	(154)
内容总结	(154)
典型例题解析	(156)
同步练习	(166)
参考答案	(171)

第十三章 圆锥曲线

复习要求	(175)
内容总结	(175)
典型例题解析	(178)
同步练习	(193)
参考答案	(198)

第十四章 立体几何

复习要求	(202)
内容总结	(202)

典型例题解析	(209)
同步练习	(219)
参考答案	(222)

第十五章 排列、组合与二项式定理

复习要求	(226)
内容总结	(226)
典型例题解析	(228)
同步练习	(234)
参考答案	(236)

第十六章 概率与统计初步

复习要求	(239)
内容总结	(239)
典型例题解析	(243)
同步练习	(250)
参考答案	(252)

附 录

全国高等职业院校招生考试全真模拟试题——数学	(255)
------------------------	-------

(255)	全国高等职业院校招生考试全真模拟试题——数学	(255)
(256)		
(257)		
(258)		
(259)		
(260)		
(261)		
(262)		
(263)		
(264)		
(265)		
(266)		
(267)		
(268)		
(269)		
(270)		
(271)		
(272)		
(273)		
(274)		
(275)		
(276)		
(277)		
(278)		
(279)		
(280)		
(281)		
(282)		
(283)		
(284)		
(285)		
(286)		
(287)		
(288)		
(289)		
(290)		
(291)		
(292)		
(293)		
(294)		
(295)		
(296)		
(297)		
(298)		
(299)		
(300)		

第一章 集合与逻辑用语

复习要求

1. 理解集合、子集、并集、交集、补集的概念,了解属于、包含、相等关系的意义,掌握有关术语、符号,正确地表示一些简单集合.
2. 了解逻辑用语中的且、或、非(否)的意义,了解充分、必要条件的意义.

内容总结

一、集合

1. 集合的基本概念

(1) 集合与元素

集合:把一些确定的对象看成一个整体就形成了一个集合,一般用大写字母 $A, B, C, \dots$ 表示集合.

元素:集合里的每个对象叫做集合的元素,一般用小写字母 $a, b, c, \dots$ 表示集合的元素.

$a \in A$:表示 a 是集合 A 的元素,读作“ a 属于 A ”.

$a \notin A$:表示 a 不是集合 A 的元素,读作“ a 不属于 A ”.

(2) 集合的分类(按元素的个数划分)

有限集:含有有限个元素的集合叫有限集.

无限集:含有无限个元素的集合叫无限集.

空集:不含有任何元素的集合叫做空集.记作 $\emptyset$.

(3) 常见的数集表示

$\mathbf{N}$ —自然数集,也即非负整数集

$\mathbf{Z}$ —整数集($\mathbf{Z}^+$ 表示正整数集, $\mathbf{Z}^-$ 表示负整数集)

$\mathbf{Q}$ —有理数集($\mathbf{Q}^+$ 表示正有理数集, $\mathbf{Q}^-$ 表示负有理数集)

$\mathbf{R}$ —实数集($\mathbf{R}^+$ 表示正实数集, $\mathbf{R}^-$ 表示负实数集)

复数集:全体复数的集合叫做复数集,通常记作 $\mathbf{C}$.

2. 交集

由集合 A 与集合 B 的所有公共元素所组成的集合,叫做 A 与 B 的交集,记作 $A \cap B$ (如图 1-1).由交集的定义可知: $A \cap A = A$,
 $A \cap \emptyset = \emptyset$.

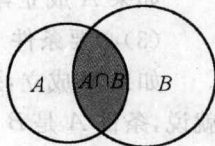


图 1-1

3. 并集

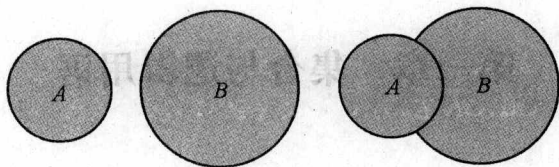


图 1-2

把集合 A 与集合 B 的所有元素并在一起所组成的集合,叫做 A 与 B 的并集,记作 $A \cup B$.

(如图 1-2)阴影部分表示集合 A, B 并集 $A \cup B$.

由并集定义可知: $A \cup A = A, A \cup \emptyset = A$.

4. 补集

全集:在研究集合与集合之间的关系时,这些集合常常都是某一给定的集合的子集,这个给定的集合叫做全集,用符号 U 表示.

补集:已知全集 U ,集合 $A \subseteq U$,由 U 中所有不属于 A 的元素组成的集合,叫集合 A 在集合 U 中的补集,记作 $C_U A$

(如图 1-3).

说明:集合 A 在集合 U 中的补集也可记作 $\bar{A}$.

由补集的定义可知: $A \cup C_U A = U, A \cap C_U A = \emptyset$.

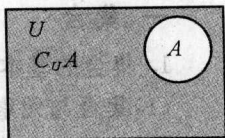


图 1-3

二、几种常用的数学符号的确切含义

① $a \geq b$ 是指 $a = b$ 或 $a > b$.

② $a = \pm b$ 是指 $a = b$ 或 $a = -b$.

③ $a \neq \pm b$ 是指 $a \neq b$ 且 $a \neq -b$.

④ $a > b = c$ 是指 $a > b$ 且 $b = c$.

三、充分条件、必要条件、充分必要条件的概念及判断

1. 充分条件、必要条件、充分必要条件的概念

(1) 命题的条件和结论

一个数学命题都有条件和结论两部分. 如果把条件和结论分别用 A, B 表示,那么命题可以写成“如果 A 成立,那么 B 成立”,或简写成:“若 A , 则 B ”.

(2) 充分条件

如果 A 成立,那么 B 成立,即 $A \Rightarrow B$,这时就说条件 A 是 B 成立的充分条件.

(3) 必要条件

如果 B 成立,那么 A 成立,即 $B \Rightarrow A$,或者,如果 A 不成立,那么 B 就不成立,这时,就说,条件 A 是 B 成立的必要条件.

(4) 充要条件

如果条件 A 是 B 成立的充分条件,又是 B 成立的必要条件,即既有 $A \Rightarrow B$,又有 $B \Rightarrow A$,这时,就说条件 A 是 B 成立的充分必要条件,简称充要条件.

2. 充分条件、必要条件、充要条件的判断

充分条件、必要条件、充要条件的判断,主要是通过命题的形式判断,判断方法如下:

若原命题成立,逆命题不成立,则原命题中的条件是结论成立的充分而不必要条件.

若原命题不成立,而逆命题成立,则原命题中的条件是结论成立的必要而不充分条件.

若原命题成立,逆命题也成立,则原命题中的条件是结论成立的充要条件.

说明 若 $A \Rightarrow B$, 则有: A 是 B 成立的充分条件, B 是 A 成立的必要条件.

若 $A \Leftrightarrow B$, 则有: A 是 B 成立的充要条件, 同时 B 也是 A 成立的充要条件.

典型例题解析

例1 设全集 $U = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, 集合 $A = \{0, 1, 2, 3\}$, 集合 $B = \{2, 3, 4\}$, 则 $C_U A \cup C_U B$ 等于().

- (A) $\{0\}$ (B) $\{0, 1\}$ (C) $\{0, 1, 4\}$ (D) $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

解法一 $C_U A = \{4\}$, $C_U B = \{0, 1\}$, $C_U A \cup C_U B = \{0, 1, 4\}$, 故选 C.

解法二 $A \cap B = \{2, 3\}$, 而 $C_U A \cup C_U B = C_U (A \cap B) = \{0, 1, 4\}$, 故选 C.

例2 已知集合 $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, \dots, 9, 10\}$. 集合 M 满足 $A \subseteq M \subseteq B$, 这样的集合 M 共有().

- (A) 7 个 (B) 255 个 (C) 256 个 (D) 254 个

分析: 集合 M 应是集合 A 与集合 $\{3, 4, 5, \dots, 9, 10\}$ 的非空子集的并集, 所以求集合 M 的个数即为求集合 $\{3, 4, 5, \dots, 9, 10\}$ 的非空子集的个数.

解: 对于集合 $\{3, 4, 5, \dots, 9, 10\}$ 中的每个元素可以出现在子集中, 也可以不全出现在子集中, 即每个元素都有取与不取两种可能, 由于非空子集, 不能全部不取; 所以非空子集个数为: $2^8 - 1 = 255$ 个, 故选 B.

例3 三角形全等是三角形面积相等的().

- (A) 充分但不必要条件 (B) 必要但不充分条件
(C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

分析: 要判断一个命题的条件是结论成立的什么条件, 首先要分清楚“条件”“结论”, 分别用 P 、 Q 表示, 然后, 再检查是否有 $P \Rightarrow Q$ 成立, 或 $Q \Rightarrow P$ 成立. 本题中, P 为“两个三角形全等”, Q 为“这两个三角形的面积相等”. 显然, $P \Rightarrow Q$ 成立, 而 $Q \Rightarrow P$ 不成立. 故选 A.

例4 设集合 $M = \{(x, y) | xy > 0\}$, $N = \{(x, y) | x > 0 \text{ 且 } y > 0\}$, 则().

- (A) $M \cup N = M$ (B) $M \cup N = N$
(C) $M \cap N = M$ (D) $M \cap N = \emptyset$

分析: $M = \{(x, y) | xy > 0\} = \{(x, y) | x > 0 \text{ 且 } y > 0\} \cup \{(x, y) | x < 0 \text{ 且 } y < 0\}$ 有 $N \subseteq M$, 所以 $M \cup N = M$. 故选 A.

例 5 (1) 设全集 $U = \{a, b, c, d, e\}$, 集合 $M = \{a, b, d\}$, $N = \{b\}$, 则集合 $\complement_U M \cup N =$.

分析: $\complement_U M = \{c, e\}$, $N = \{b\} \Rightarrow \complement_U M \cup N = \{c, e, b\}$, 答: $\{b, c, e\}$.

(2) 设集合 $M = \{x | -1 \leq x \leq 10\}$, $N = \{x | 5 \leq x \leq 15\}$, 则 $M \cap N =$.

分析: 在数轴上画图可得, 如图 1-4.

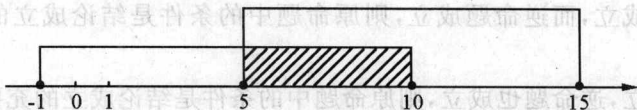


图 1-4

答: $\{x | 5 \leq x \leq 10\}$.

例 6 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{1, 4\}$, 则 $\bar{A}$ 的所有子集的个数是().

- (A) 3 (B) 6 (C) 7 (D) 8

分析: $\bar{A} = \{2, 3, 5\}$, $\bar{A}$ 的子集为 $\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{2, 3\}, \{3, 5\}, \{5, 2\}, \{2, 3, 5\}$. 故选 D.

例 7 由不大于 7 的质数所组成的集合是().

- (A) $\{1, 2, 3, 5, 7\}$ (B) $\{2, 3, 5, 7\}$
(C) $\{2, 3, 5\}$ (D) $\{x | x \leq 7\}$

分析: 1 不是质数; 选择项 C 表示小于 7 的质数所组成的集合, 选择项 D 表示不大于 7 的实数所组成的集合, 故选 B.

例 8 条件甲: $x^2 + y^2 = 0$ 是条件乙: $xy = 0$ 的().

- (A) 充分非必要条件 (B) 必要非充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既非充分也非必要条件

分析: 条件甲: $x^2 + y^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$ 且 $y = 0$,

$$\text{条件乙: } xy = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, y = 0 \\ x = 0, y \neq 0 \\ x \neq 0, y = 0 \end{cases}$$

因此, 甲 $\Rightarrow$ 乙, 乙 $\nRightarrow$ 甲.

甲是乙的充分非必要条件, 故选 A.

例 9 $a = 2$ 是直线 $l_1: (6-a)x + ay + 5 = 0$ 和直线 $l_2: -x + ay + 3 = 0$ 互相垂直的().

- (A) 充要条件 (B) 充分而不必要条件
(C) 必要而不充分条件 (D) 既不充分也不必要条件

分析: $l_1: A_1x + B_1y + C_1 = 0$, $l_2: A_2x + B_2y + C_2 = 0$

$l_1 \perp l_2 \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 = 0$, 则知

$(6-a)(-1) + a^2 = 0$, 即 $a^2 + a - 6 = 0$, $a = 2$ 或 $a = -3$.

故 $a = 2$ 是直线 l_1 与 l_2 垂直的充分而不必要条件, 故选 B.

例 10 $ab > ac$ 是 $b > c$ 的().

- (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件

(C)充要条件

(D)非充分非必要条件

分析: $ab > ac \nRightarrow b > c$ 当 $a > 0$ 时, $b > c$; $a < 0$ 时, $b < c$, $b > c \nRightarrow ab > ac$ 当 $a > 0$ 时, $ab > ac$; $a \leq 0$ 时 $ab \leq ac$, 故选 D.

例 11 设二次方程 $x^2 - px + 15 = 0$ 的解集为 A; 方程 $x^2 - 5x + q = 0$ 的解集为 B, $A \cap B = \{3\}$ 时, 求集合 A 和 B.

解: $\because A \cap B = \{3\}, \therefore 3 \in A$ 且 $3 \in B$ $\therefore$ 将 3 代入方程 $x^2 - px + 15 = 0$, 得 $p = 8$ 将 3 代入方程 $x^2 - 5x + q = 0$, 得 $q = 6$ 于是原方程为 $x^2 - 8x + 15 = 0$ 和 $x^2 - 5x + 6 = 0$ $\therefore$ 解方程 $x^2 - 8x + 15 = 0$, 得两根为 3 和 5解方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$, 得两根为 2 和 3 $\therefore A = \{3, 5\}, B = \{2, 3\}$

同步练习

一、选择题

- “ $A = C \neq 0, B = 0$ ”是“二元二次方程 $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ 表示圆”的().
 (A)充分非必要条件 (B)必要非充分条件
 (C)充分且必要条件 (D)既非充分又非必要条件
- 命题“明天刮风或者下雨”的否命题是().
 (A)明天不刮风或者不下雨 (B)明天不刮风且不下雨
 (C)明天刮风且不下雨 (D)明天不刮风且下雨
- 下列命题是“非 p ”形式的是().
 (A)4 不能整除 5 (B)10 是 2 和 5 的公倍数
 (C)品学兼优的学生 (D)方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的解是 2 和 3
- 下列关系中正确的是().
 (A) $0 = \emptyset$ (B) $0 \subseteq \emptyset$ (C) $0 \in \emptyset$ (D) $0 \notin \emptyset$
- 设 $U = \{\text{三角形}\}, M = \{\text{锐角三角形}\}, N = \{\text{直角三角形}\}$, 则 $\overline{M \cup N}$ ().
 (A) $\{\text{锐角三角形}\}$ (B) $\{\text{直角三角形}\}$
 (C) $\{\text{钝角三角形}\}$ (D) $\{\text{三角形}\}$
- 若非空集合 A、B 存在关系 $A \subseteq B, U$ 是全集, 下列集合中为空集的是().
 (A) $A \cap B$ (B) $\overline{A} \cap \overline{B}$ (C) $\overline{A} \cap B$ (D) $A \cap \overline{B}$

7. 已知集合 $A=\{1,2,3,4,6,12\}$, $B=\{1,2,4,8,16\}$, 则 $A \cup B =$ ().
 (A) $\{1,2,3,4,6,12,1,2,4,8,16\}$ (B) $\{3,6,8,12,16\}$
 (C) $\{1,2,3,4,6,8,12,16\}$ (D) $\{1,2,3,6,8,12,16\}$
8. 设 $I=\{x|x=k, k \in \mathbb{Z}\}$, $Q=\{x|x=2k, k \in \mathbb{Z}\}$, $T=\{x|x=2k+1, k \in \mathbb{Z}\}$ ().
 (A) $Q - \bar{T}$ (B) $Q \cup T \subset I$ (C) $Q \subseteq T$ (D) $Q \supseteq T$
9. 由平方为 4 的数所组成的集合是 ().
 (A) $\{2\}$ (B) $\{-2\}$ (C) ± 2 (D) $\{2, -2\}$
10. 设全集 $I=\{\text{平行四边形}\}$, $A=\{\text{菱形}\}$, $B=\{\text{矩形}\}$, $C=\{\text{正方形}\}$, 则 ().
 (A) $C \subset A \cap B$ (B) $A \cap B = C$ (C) $\bar{B} \supset C$ (D) $\bar{A} \supset C$

二、填空题

1. 数集 $\{2a, a^2 - a\}$ 中 a 的取值范围是 _____.
2. 用适当的符号填空: (1) a _____ $\{a\}$; (2) $\{a\}$ _____ $\{a, b\}$; (3) 若 $A \cup B = B$, 则 $A =$ _____ B ; (4) 若 $A \cap B = A$, 则 A _____ B ;
3. 四边形两条对角线相互垂直是这个四边形为 _____ 形的必要条件.
4. 若集合 $M=\{0, 1, 2\}$, $S=\{1, 3, 5\}$, 则 $M \cup S =$ _____.
5. 若 $\{0, x, 3, 2\} \cap \{8, 4, y, 6\} = \{2, 6\}$ 则 $x =$ _____, $y =$ _____.
6. $\{a, b, c, d\}$ _____ $\{b, c, a, d\}$.
7. $\emptyset$ _____ $B = \{x|x+1 < 0\}$
8. 设全集 $U = \mathbb{R}$, 集合 $A = \{x|\sqrt{x+1} \leq 0\}$, $B = \{x|x^2 - 3x - 4 > 0\}$, 则 $A \cap C_U B =$ _____.
9. “ $3 > 2$ ”是 _____ 命题(填真假).
10. “ $k < 0$ ”是“一次函数 $y = kx + b$ 为减函数”的 _____ 条件.

三、解答题

1. 已知集合 $A = \{a^2, 2a-1, -4\}$, $B = \{a-5, 1-a, 9\}$, 若 $A \cap B = \{9\}$, 试求 a 的值.
2. 设 $A = \{x|x-5 < 2\}$, $B = \{x|x^2 - 9 \geq 0\}$, 求 $A \cap B$, $A \cup B$, $\bar{A} \cap \bar{B}$, $\bar{A} \cap B$, $\bar{A} \cap \bar{B}$.
3. 在下列各题中, A 是 B 的什么条件: 充分不必要条件; 必要不充分条件; 充要条件; 既非必要又非充分条件.
- (1) $A: x^2 = 3x + 4$, $B: x = \sqrt{3x+4}$;
- (2) $A: x=1$ 是 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的一个根, $B: a+b+c=0$;
- (3) $A: a > b$, $B: a+c > b+c$.

参考答案

- 一、1. B 2. B 3. A 4. D 5. C 6. D 7. C 8. A 9. D 10. B
- 二、1. $a \neq 0$ 且 $a \neq 3$ 2. (1) $\in, \supset, \subset, \subseteq$ 3. 菱 4. $\{0, 1, 2, 3, 5\}$ 5. 6, 2 6. = 7. $\supset$ 8. $\{-1\}$ 9. 真 10. 充要
- 三、1. 解: 若 $a^2 = 9$, 则 $a = 3$ 或 $a = -3$.
 当 $a = 3$ 时, $B = \{-2, -2, 9\}$, 故 $a \neq 3$;

当 $a = -3$ 时, $B = \{-8, 4, 9\}$, $A = \{9, -7, -4\}$;

若 $2a - 1 = 9$, 则 $a = 5$, 此时 $A = \{25, 9, -4\}$, $B = \{0, -4, 9\}$, $A \cap B = \{-4, 9\}$, 与已知矛盾.

综上所述, $a = -3$.

2. 解: $A = \{x | x - 5 < 2\} = \{x | x < 7\}$

$B = \{x | x^2 - 9 \geq 0\} = \{x | x \geq 3 \text{ 或 } x \leq -3\}$

$\therefore A \cap B = \{x | x \leq -3 \text{ 或 } 3 \leq x < 7\}$

$A \cup B = R$

$\overline{A \cap B} = \{x | x \leq -3 \text{ 或 } 3 \leq x < 7\} = \{x | -3 < x < 3, x \geq 7\}$

$\overline{A \cap B} = \{x | x \geq 7\} \cap \{x | x \geq 3 \text{ 或 } x \leq -3\} = \{x | x \geq 7\}$

$\overline{A \cap B} = \{x | x \geq 7\} \cap \{x | -3 < x < 3\} = \emptyset$

3. 解: (1) 必要不充分条件; (2) 充要条件; (3) 充要条件.



第二章 函数

复习要求

1. 理解函数及其有关概念,掌握互为反函数的函数图象间的关系.
2. 理解函数单调性、奇偶性的概念,并能判断一些简单函数的单调性、奇偶性.
3. 掌握二次函数、幂函数、指数函数、对数函数的概念、图形、性质,用待定系数法确定一些函数的解析式.

内容总结

一、函数的概念

1. 函数的定义

如果在某变化过程中,有两个变量 x, y , 并且对于 x 在某个范围内的每一个确定的值,按某个对应法则, y 都有唯一确定的值和它对应,那么 y 就叫 x 的函数, x 叫做自变量,记作 $y=f(x)$ (其中 f 表示对应法则).

自变量 x 的取值范围,叫做函数的定义域,和 x 的值对应的 y 值,叫函数值. 函数值的集合叫函数的值域.

定义域、值域及对应法则称为函数的三要素.

2. 函数的表示法

- (1) 解析法:用等式表示两个变量间函数的关系的方法. 这个等式叫函数的解析式.
- (2) 列表法:用列表表示两个变量间函数关系的方法.
- (3) 图像法:用图像表示两个变量间函数关系的方法.

二、映射与函数

(一) 映射

1. 映射的定义

设 A, B 是两个集合,如果按照某种对应法则 f , 对于集合 A 中的任何一个元素,在集合 B 中都有唯一的一个元素和它对应,这样的对应叫做从集合 A 到集合 B 的映射,记作 $f:A \rightarrow B$.

和 A 中元素 a 对应的 B 中元素 b 叫做 a 的像, a 叫做 b 的原像.

2. 一一映射

设 $f:A \rightarrow B$ 是从集合 A 到集合 B 的一个映射,如果在这个映射的作用下,对于 A 中的不同元素,在 B 中有不同的像,而且 B 中的每一个元素都有原像,那么这个映射就叫做集合 A 到集合 B 上的一一映射.

(二) 函数的单调性

设 $y=f(x)$, 如果在某个区间 M 上,对于自变量 x 的任意两个值 x_1, x_2 , 当 $x_1 < x_2$ 时,有 $f(x_1) < f(x_2)$, 那么,函数 $f(x)$ 在区间 M 上是增函数;如果对于自变量 x 的任

意两个值 x_1, x_2 , 当 $x_1 < x_2$ 时, 都有 $f(x_1) > f(x_2)$, 那么函数 $f(x)$ 在区间 M 上是减函数.

图像特征, 如果 $y=f(x)$ 是区间 M 上的增函数, 那么它的图像在区间 M 上的部分从左向右呈上升趋势; 如果 $y=f(x)$ 是 M 上的减函数, 那么它的图像在区间 M 上的部分从左向右呈下降趋势.

如果函数 $y=f(x)$ 在区间 M 上是增函数或减函数, 就说 $y=f(x)$ 在区间 M 上具有单调性, 区间 M 叫 $y=f(x)$ 的单调区间.

(三) 函数单调性的判断方法

(1) 由定义判断

按照单调性的定义判断函数的单调性, 一般按下列步骤进行:

- ① 设 x_1, x_2 是定义域区间 D 上的任意两个值, 且 $x_1 < x_2$ (注意利用 $-x_1 > -x_2$)
- ② 作差 $f(x_1) - f(x_2)$, 并将差的形式化简, 目标是有利于判断结果的正负号)
- ③ 判断 $f(x_1) - f(x_2)$ 的正负(判号)
- ④ 结论

(2) 由复合函数的单调性判断(见表 2-1)

表 2-1

$u=g(x)$	$y=f(u)$	$y=f(g(x))$
增函数	增函数	增函数
增函数	减函数	减函数
减函数	增函数	减函数
减函数	减函数	增函数

(3) 由图象特征进行判断

图象上升 $\Leftrightarrow$ 单调增函数

图象下降 $\Leftrightarrow$ 单调减函数

(四) 函数的奇偶性

1. 函数奇偶性的定义

设 $y=f(x)$, 在其定义域内任取一点 x , $-x$ 也在其定义域内

- (1) 若 $f(-x)=f(x)$, 则称函数 $f(x)$ 为偶函数
- (2) 若 $f(-x)=-f(x)$, 则称函数 $f(x)$ 为奇函数

2. 图象特征

函数 $y=f(x)$ 在定义域上具有奇偶性, 它的图象特征为:

- (1) $f(x)$ 为奇函数 $\Leftrightarrow f(x)$ 的图象关于原点对称
- (2) $f(x)$ 为偶函数 $\Leftrightarrow f(x)$ 的图象关于 y 轴对称

(五) 函数奇偶性的判断方法

(1) 定义法: 由定义判断函数的奇偶性, 一般按下列步骤进行:

- ① 确定函数的定义域是否是关于原点对称的区间, 若是, 再按下列步骤继续进行,