中等职业技术教育系列教材

数学 下

（第2版）

SHUXUE

◎ 主编 饶青 雷军

华中科技大学出版社
http://www.hustp.com

中等职业技术教育系列教材

数　学（下）

（第2版）

主　编　饶　青　雷　军
副主编　曾晓蓉　方世芳

华中科技大学出版社
（中国·武汉）

图书在版编目(CIP)数据

数学(下)(第2版)/饶 青 雷 军 主编
武汉:华中科技大学出版社,2006年8月
ISBN 7-5609-3417-X

Ⅰ.数…
Ⅱ.①饶… ②雷…
Ⅲ.高等数学-高等学校:技术学校-教材
Ⅳ.O13

数学(下)(第2版) 饶 青 雷 军 主编

责任编辑:谢燕群 封面设计:刘 卉
责任校对:周 娟 责任监印:熊庆玉

出版发行:华中科技大学出版社(中国·武汉)
武昌喻家山 邮编:430074 电话:(027)87557437

录 排:武汉佳年华科技有限公司
印 刷:仙桃市新华印务有限责任公司

开本:787mm×1092mm 1/16 印张:8.75 字数:196 000
版次:2006年8月第2版 印次:2007年8月第3次印刷 定价:12.00元
ISBN 7-5609-3417-X/O·355

再版前言

目前，中等职业学校各方面形势在不断地发生变化，这就要求大力改革教学方法，对教材内容也要做大的调整.

本书是根据教育部最新颁布的文化基础课教学大纲的要求，由武汉市部分中等职业技术学校的骨干教师编写而成的.

编写本书时，根据目前中等职业学校生源的实际情况，结合中等职业学校教学改革的现状，在介绍定义、公式、定理时非常注意简明扼要，清晰具体；语言运用上强调逻辑性，避免晦涩难懂，也强调概念之间的平滑过渡，避免跳跃性过大，使学生在学习时感到相对比较轻松. 同时也注意了初中知识与中专内容的衔接，加强了基础知识、基本技能等方面的内容，使本书精练实用，具有鲜明的针对性和较强的实用性.

本书分上、下两册，上册包括集合与函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数、平面向量、直线与圆等内容；下册包括圆锥曲线、复数、立体几何、数列、排列与组合、概率等内容.

本书采用模块式教学形式编排，其中上册为必修课程内容；下册可分专业进行选修. 第6章圆锥曲线、第8章立体几何为机械加工专业必修内容；第7章复数为电子、电工专业必修内容；第9章数列、第10章排列与组合、第11章概率为生化专业必修内容. 在修订过程中，主要是对立体几何部分的内容进行了加强与补充，更正了初版中存在的一些错漏.

本教材可供招收初中毕业生的各工科中专学生选用，也可供各类对口高职升学学生使用.

本书上册由饶青同志任主编，下册由饶青、雷军同志任主编. 曾晓蓉、方世芳任副主编. 李峥嵘、王琳、陈仲胜、郝丘克、邱服丽、文建平、沈华兵、戚菊梅同志参加了本书的编写. 由钟建华、范忻两位同志担任主审.

编写该书的过程中得到了武汉市教育科学研究院、武汉市第一轻工业学校、武汉市电子信息职业技术学校、武汉市东西湖职业技术学校等各院校领导的大力支持，在此表示感谢！

由于时间仓促，水平有限，缺点和错误在所难免，恳请广大教师和读者批评指正.

编　者

2006 年 6 月

目　　录

第6章　二次曲线及其图形

6.1　椭圆的标准方程

1. 椭圆的定义及标准方程

椭圆是一种常见的曲线，如行星和卫星的运动轨道就是椭圆.

(1) 定义

取一条定长的细绳，把它的两端固定在画板上的F_1和F_2两点，当绳长大于F_1和F_2之间的距离时，用铅笔把绳子拉紧使笔尖在图板上慢慢移动，就可以画出一个椭圆.

图6-1所示椭圆是由与点F_1和F_2的距离之和等于这条绳长的点组成的.

我们把平面内与两个定点F_1，F_2的距离的和等于常数(大于$|F_1F_2|$)的点的轨迹叫做**椭圆**，这两个定点叫做**椭圆的焦点**，两焦点之间的距离叫做**焦距**.

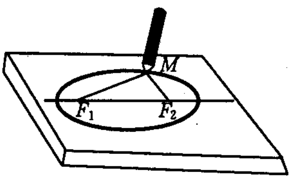

图6-1

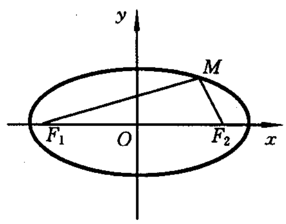

图6-2

(2) 标准方程

取过焦点F_1，F_2的直线为x轴，线段F_1F_2的垂直平分线为y轴，建立直角坐标系，如图6-2所示.

设$M(x,y)$是椭圆上任意一点，椭圆的焦距为$2c$ $(c>0)$，M与F_1和F_2的距离之和等于正常数$2a$，则F_1，F_2的坐标分别是$(-c,0)$，$(c,0)$. 由椭圆的定义，有

$$|MF_1|+|MF_2|=2a.$$

由两点间距离公式知

$$|MF_1|=\sqrt{(x+c)^2+y^2},\quad |MF_2|=\sqrt{(x-c)^2+y^2},$$

所以

$$\sqrt{(x+c)^2+y^2}+\sqrt{(x-c)^2+y^2}=2a.$$

移项,两边二次方,得

$$(x+c)^2+y^2=4a^2-4a\sqrt{(x-c)^2+y^2}+(x-c)^2+y^2,$$

化简,得

$$a^2-cx=a\sqrt{(x-c)^2+y^2},$$

两边再二次方,得

$$a^4-2a^2cx+c^2x^2=a^2x^2-2a^2cx+a^2c^2+a^2y^2,$$

整理,得

$$(a^2-c^2)x^2+a^2y^2=a^2(a^2-c^2).$$

又因为

$$2a>2c,$$

即

$$a>c,$$

所以

$$a^2-c^2>0.$$

设 $a^2-c^2=b^2, b>0$,得

$$b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2,$$

所以

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \quad (a>b>0). \tag{1}$$

反之,如果点 $M(x,y)$ 的坐标满足方程(1),那么点 M 在椭圆上,所以上述方程是椭圆的方程. 我们把它叫做**椭圆的标准方程**. 它表示中心是原点、焦点在 x 轴上、焦点是 $F_1(-c,0)$ 和 $F_2(c,0)$、$c^2=a^2-b^2$ 的椭圆方程.

猜一猜,中心在原点、焦点在 y 轴上的椭圆的方程是____________________,焦点是 F_1 ________,F_2 ________.

例1 平面内两个定点的距离是8,写出到这两个定点的距离之和是10的点的轨迹方程.

解 这个轨迹是一个椭圆,两个定点是焦点,用 F_1,F_2 表示,取过点 F_1 和 F_2 的直线为 x 轴,取线段 F_1F_2 的垂直平分线为 y 轴. 因为

$$2a=10, \quad 2c=8,$$

所以

$$a=5, \quad c=4,$$

$$b^2=a^2-c^2=5^2-4^2=9, \quad b=3,$$

所以椭圆的标准方程是

$$\frac{x^2}{5^2}+\frac{y^2}{3^2}=1,$$

即

$$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1.$$

例2 分别求椭圆 A:$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 与椭圆 B:$\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{4}=1$ 的焦点.

解　因为 $4>3$，所以椭圆 A 的焦点在 x 轴上，椭圆 B 的焦点在 y 轴上，且

$$a^2=4,\quad b^2=3,$$

因此
$$c^2=a^2-b^2=1,\quad c=1.$$

椭圆 A 的焦点是 $(-1,0)$，$(1,0)$，椭圆 B 的焦点是 $(0,-1)$，$(0,1)$.

2. 椭圆的几何性质

我们根据椭圆的标准方程 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\quad(a>b>0)$ 来研究椭圆的几何性质.

(1) 范围

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

$$\Rightarrow\frac{x^2}{a^2}\leqslant 1,\quad \frac{y^2}{b^2}\leqslant 1$$

$$\Rightarrow\quad x^2\leqslant a^2,\quad y^2\leqslant b^2$$

$$\Rightarrow\quad |x|\leqslant a,\quad |y|\leqslant b.$$

这说明椭圆位于直线 $x=\pm a$ 和 $y=\pm b$ 所围成的矩形里.

(2) 对称性

在标准方程中把 x 替换成 $-x$、把 y 替换成 $-y$，或同时替换，方程式不变，所以图形关于 y 轴、x 轴、原点对称，坐标原点是椭圆的中心，如图 6-3 所示.

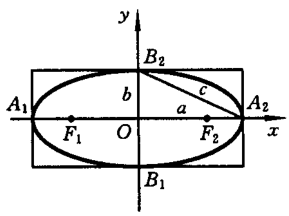

图 6-3

(3) 顶点

令 $x=0$，得 $y=\pm b$，说明 $B_1(0,-b)$，$B_2(0,b)$ 是椭圆和 y 轴的两交点；令 $y=0$，得 $x=\pm a$，说明 $A_1(-a,0)$，$A_2(a,0)$ 是椭圆和 x 轴的两交点. 这四个交点叫做**椭圆的顶点**.

其中，A_1A_2，B_1B_2 分别叫做**椭圆的长轴和短轴**，它们的长分别为 $2a$，$2b$；a 和 b 分别叫做**椭圆的长半轴长和短半轴长**.

(4) 离心率

椭圆的焦距与长轴长的比 $e=\dfrac{c}{a}$ 叫做**椭圆的离心率**. 因为 $a>c>0$，所以 $0<e<1$.

例 3　求椭圆 $16x^2+25y^2=400$ 的长轴的长、短轴的长、离心率、焦点和顶点的坐标，并用描点法画出它的图形.

解　方程化为标准方程

$$\frac{x^2}{5^2}+\frac{y^2}{4^2}=1.$$

因为 $a=5,\quad b=4,\quad c=\sqrt{25-16}=3,$

所以长轴长 $2a=10,$

短轴长 $2b=8,$

离心率 $e=3/5,$

焦点 $F_1(-3,0),\quad F_2(3,0),$

顶点 $A_1(-5,0),\quad A_2(5,0),\quad B_1(0,-4),\quad B_2(0,4).$

将已知方程变为 $y=\pm\frac{4}{5}\sqrt{25-x^2}$,在 $0\leqslant x\leqslant 5$ 范围内对应的 y 值如表 6-1 所示.

表 6-1

x	0	1	2	3	4	5
y	4	3.9	3.7	3.2	2.4	0

描点画出第一象限图形,再用对称性画出整个椭圆,如图 6-4 所示.

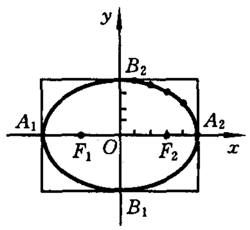

图 6-4

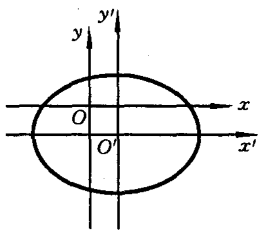

图 6-5

例 4 画出方程 $4x^2+9y^2-8x+18y-23=0$ 的曲线.

解 将已知方程按 x,y 分别配方,得

$$4(x-1)^2+9(y+1)^2=36,$$

即

$$\frac{(x-1)^2}{9}+\frac{(y+1)^2}{4}=1. \tag{1}$$

作移轴变换 $x'=x-1,\quad y'=y+1,$

坐标原点移到 $O'(1,-1)$,代入方程(1),得

$$\frac{x'^2}{9}+\frac{y'^2}{4}=1. \tag{2}$$

这是中心在新坐标原点 O'、长半轴和短半轴的长分别是 3 和 2 的椭圆方程(见图 6-5).

练 习

1. 写出适合下列条件的椭圆的标准方程：

(1) $a=4$，焦点 $F_1(-3,0)$，$F_2(3,0)$；

(2) $a=4$，焦点 $F_1(0,-3)$，$F_2(0,3)$.

2. 求下列椭圆的焦点与焦距：

(1) $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$； (2) $\frac{x^2}{144}+\frac{y^2}{169}=1$；

(3) $2x^2+y^2=8$.

3. 已知椭圆中心在坐标原点，求适合下列条件的椭圆的标准方程：

(1) $a=4$，$c=\sqrt{15}$，焦点在 y 轴上；

(2) 经过点(4,3)和(6,2)，焦点在 x 轴上.

4. 写出下列椭圆的顶点坐标：

(1) $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$； (2) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1$；

(3) $4x^2+y^2=16$.

5. 求下列椭圆的长轴、短轴的长和离心率：

(1) $\frac{x^2}{81}+\frac{y^2}{9}=1$； (2) $4x^2+y^2=1$.

6. 求焦距是6、离心率 $e=\frac{3}{5}$、焦点在 y 轴上的椭圆的标准方程.

7. 已知椭圆中心在坐标原点，焦点在 x 轴上，$e=\frac{1}{2}$，焦距是 $4\sqrt{2}$，求椭圆方程.

习 题 6.1

1. 求适合下列条件的椭圆的标准方程：

(1) 经过两点 $P(-2\sqrt{2},0)$，$Q(0,\sqrt{5})$；

(2) 长轴长是短轴长的3倍，经过点 $P(3,0)$；

(3) 焦点坐标是 $\left(-2\sqrt{3},0\right)$ 和 $\left(2\sqrt{3},0\right)$，并且经过点 $P\left(\sqrt{5},-\sqrt{6}\right)$；

(4) 离心率等于0.8，焦距是8.

2. 求下列椭圆的焦点坐标、长轴长、短半轴长和焦距：

(1) $4x^2+y^2=16$； (2) $5x^2+9y^2=100$；

(3) $2x^2=1-y^2$.

3. 求椭圆$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1$上一点$M(2.4,4)$与焦点的距离.

4. 已知椭圆的面积公式是$S=\pi ab$,其中a,b分别是椭圆长半轴长和短半轴长,利用上述公式求下列椭圆的面积:

(1) $9x^2+y^2=8$; (2) $9x^2+25y^2=100$.

5. 我国发射的科学实验人造地球卫星的运行轨道是以地球的中心为一个焦点的椭圆,近地点距地面266 km,远地点距地面1 826 km,求这颗卫星的轨道方程.

6. 求下列椭圆的离心率:

(1) 从焦点看,短轴两端点的视角为60°;

(2) 从短轴的一个端点看,两焦点的视角为直角.

7. 点P与一定点$F(2,0)$的距离和它到一定直线$x=8$的距离的比是$1:2$,求点P的轨迹方程,并说明它是什么图形.

8. $\triangle ABC$的一边的两顶点是$B(0,6)$和$C(0,-6)$,另两边的斜率的乘积是$-\frac{4}{9}$,求顶点A的轨迹.

9. 点M与椭圆$\frac{x^2}{13^2}+\frac{y^2}{12^2}=1$的左焦点和右焦点的距离的比为$2:3$,求点$M$的轨迹方程.

10. 求下列直线与椭圆的交点坐标:

(1) $3x+10y-25=0$, $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{4}=1$;

(2) $3x-y+2=0$, $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$.

11. 求证两椭圆$b^2x^2+a^2y^2-a^2b^2=0$,$a^2x^2+b^2y^2-a^2b^2=0$的交点共圆.

6.2　双　曲　线

1. 双曲线的定义及标准方程

(1) 定义

平面内与两定点F_1，F_2的距离之差的绝对值是常数（小于$|F_1F_2|$且不等于零）的点的轨迹叫做**双曲线**，这两个定点叫做**双曲线的焦点**，两焦点的距离叫做**焦距**.

(2) 标准方程

取过焦点F_1，F_2的直线为x轴，线段F_1F_2的垂直平分线为y轴，如图6-6所示.

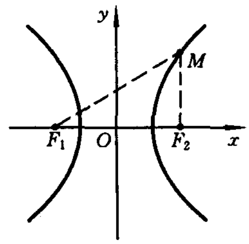

图6-6

设$M(x,y)$是双曲线上的任意一点，双曲线的焦距是$2c(c>0)$，那么F_1，F_2的坐标分别是$(-c,0)$，$(c,0)$. 又设点M与点F_1和F_2的距离差的绝对值等于常数$2a$，则点M适合条件

$$|MF_1|-|MF_2|=\pm 2a.$$

而
$$|MF_1|=\sqrt{(x+c)^2+y^2},\quad |MF_2|=\sqrt{(x-c)^2+y^2},$$

由此得方程

$$\sqrt{(x+c)^2+y^2}-\sqrt{(x-c)^2+y^2}=\pm 2a,$$

化简，得

$$(c^2-a^2)x^2-a^2y^2=a^2(c^2-a^2).$$

由双曲线的定义可知$2c>2a$，即$c>a$，所以$c^2-a^2>0$.

设$c^2-a^2=b^2\quad(b>0)$，代入上式，得

$$bx^2-a^2y^2=a^2b^2,$$

两边除以a^2b^2，得

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\quad(a>0,b>0).\tag{1}$$

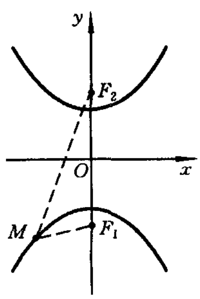

图6-7

反之，我们可以证明，如果点$M(x,y)$的坐标满足方程(1)，那么点M一定在双曲线上，因此，方程(1)是双曲线的方程. 通常把这个方程叫做**双曲线的标准方程**. 其焦点在x轴上，焦点是$F_1(-c,0)$，$F_2(c,0)$. 这里$c^2=a^2+b^2$，且$a>0$，$b>0$，$c>0$.

如果双曲线的焦点在y轴上，焦点是$F_1(0,-c)$，$F_2(0,c)$（见图6-7），只要将方程(1)的x，y互换，就可以得到

它的方程．这时方程是

$$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1 \quad (a>0,b>0). \tag{2}$$

这个方程也是双曲线的标准方程．

例 1 已知两点$F_1(-5,0)$，$F_2(5,0)$，求与它们的距离的差的绝对值是 6 的轨迹方程．

解 按定义，所求点的轨迹是双曲线．因$c=5$，$a=3$，所以

$$b^2=c^2-a^2=5^2-3^2=4^2,$$

且焦点在x轴上，因此所求方程是

$$\frac{x^2}{3^2}-\frac{y^2}{4^2}=1,$$

即

$$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1.$$

例 2 设$a=1$，焦点为$F_1(0,-2)$，$F_2(0,2)$，求双曲线的标准方程．

解 依题意，$a=1$，$c=2$，则$b^2=c^2-a^2=2^2-1^2=3$，且焦点在y轴上，因此所求方程是

$$\frac{y^2}{1^2}-\frac{x^2}{3}=1,$$

即

$$y^2-\frac{x^2}{3}=1.$$

2. 双曲线的几何性质

我们根据双曲线的标准方程(1)

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1 \quad (a>0,b>0)$$

来研究它的几何性质．

(1) 范围

由标准方程可知，双曲线上点的坐标(x,y)对任何实数x,y都适合不等式$\frac{x^2}{a^2}\geqslant 1$，即$x^2\geqslant a^2$，所以$x\geqslant a$或$x\leqslant -a$．这说明对于所讨论的标准方程，双曲线在两条直线$x=a$，$x=-a$的外侧．

(2) 对称性

双曲线关于每条坐标轴和坐标原点都是对称的．这时，坐标轴是双曲线的对称轴，坐标原点是双曲线的对称中心．双曲线的对称中心叫做**双曲线的中心**．

（3）顶点

在标准方程(1)中，令 $y=0$，得 $x=\pm a$，因此双面线和 x 轴有两个交点 $A_1(-a,0)$，$A_2(a,0)$. 因为 x 轴是双曲线的对称轴，所以双曲线和它的对称轴有两个交点，它们叫做**双曲线的顶点**.

令 $x=0$，得 $y^2=-b^2$. 这个方程没有实数根，说明双曲线和 y 轴没有交点，但我们也把 $B_1(0,-b)$，$B_2(0,b)$ 画在 y 轴上（见图 6-8），线段 A_1A_2 叫做**双曲线的实轴**，它的长等于 $2a$，a 叫做**双曲线的实半轴长**.

线段 B_1B_2 叫做**双曲线的虚轴**. 它的长等于 $2b$，b 叫做**双曲线的虚半轴长**.

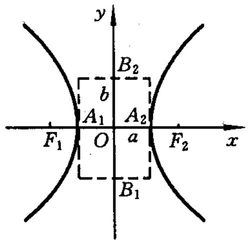

图 6-8

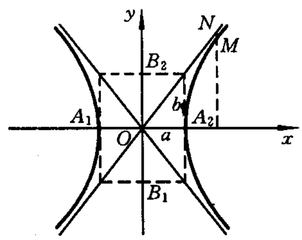

图 6-9

（4）渐近线

经过点 A_2，A_1 作 y 轴的平行线 $x=\pm a$，经过点 B_2，B_1 作 x 轴的平行线 $y=\pm b$，四条直线围成一个矩形（见图 6-9）. 矩形的两条对角线所在的直线方程是 $y=\pm\dfrac{b}{a}x$，从图 6-9 可以看出，双曲线的各支向外延伸时，与这两条直线逐渐接近. 下面我们来讨论这两条直线与双曲线的关系.

双曲线在第一象限内部分的方程可写为

$$y=\frac{b}{a}\sqrt{x^2-a^2}\ (x>a).$$

设 $M(x,y)$ 是它上面的点，$N(x,Y)$ 是直线 $y=\dfrac{b}{a}x$ 上与点 M 有相同横坐标的点，则 $Y=\dfrac{b}{a}x$. 因为

$$y=\frac{b}{a}\sqrt{x^2-a^2}=\frac{b}{a}x\sqrt{1-\left(\frac{a}{x}\right)^2}<\frac{b}{a}x=Y,$$

所以

$$|MN|=Y-y=\frac{b}{a}(x-\sqrt{x^2-a^2})$$

$$=\frac{b}{a}\frac{(x-\sqrt{x^2-a^2})(x+\sqrt{x^2-a^2})}{x+\sqrt{x^2-a^2}}$$

$$=\frac{ab}{x+\sqrt{x^2-a^2}}.$$

设d是点M到直线$y=\pm\frac{b}{a}x$的距离，则$d<|MN|$．当x逐渐增大时，$|MN|$逐渐减小；x无限增大时，$|MN|$接近于零，d也接近于零．这就是说，双曲线在第一象限的部分从射线ON的下方逐渐接近于射线ON.

在其他象限内也可以证明类似的情况，我们把两条直线$y=\pm\frac{b}{a}x$叫做**双曲线的渐近线**，实轴和虚轴等长的双曲线叫做**等轴双曲线**.

(5) 离心率

双曲线的焦距与实轴长的比$e=\frac{c}{a}$叫做**双曲线的离心率**．因为$c>a$，所以双曲线的离心率$e>1$.

由等式$c^2-a^2=b^2$可得

$$\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{c^2-a^2}}{a}=\sqrt{\frac{c^2}{a^2}-1}=\sqrt{e^2-1}.$$

因此，e越大，$\frac{b}{a}$也越大，即渐近线$y=\pm\frac{b}{a}x$的斜率的绝对值越大．这时，双曲线的形状就从扁狭逐渐变得开阔．由此可知，双曲线的离心率越大，它的开口就越开阔.

例3　求双曲线$5x^2-4y^2=20$的实半轴长、虚半轴长、焦点坐标、离心率、渐近线方程.

解　把方程化为标准方程，即

$$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1.$$

由此可知，实半轴长$a=2$，虚半轴长$b=\sqrt{5}$.

$$c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{4+5}=3.$$

焦点坐标是$(-3,0)$，$(3,0)$，离心率$e=\frac{c}{a}=\frac{3}{2}$，渐近线方程为$y=\pm\frac{\sqrt{5}}{2}x$.

练　习

1. 写出适合下列条件的双曲线的标准方程：

(1) $a=2$，焦点为$F_1(-3,0)$，$F_2(3,0)$；

(2) $a=2$，焦点为$F_1(0,-3)$，$F_2(0,3)$.

2. 求下列双曲线的焦点的坐标与焦距：

(1) $x^2-y^2=4$；　　(2) $y^2-x^2=1$；

(3) $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}=1$；　　(4) $9y^2-16x^2=144$.

3. 求适合下列条件的双曲线的标准方程：

(1) $a=4$，$b=3$，焦点在 y 轴上；

(2) $a=2\sqrt{5}$，经过点 $A(2,-5)$，焦点在 y 轴上.

4. 平面内到点 $(0,-5)$ 和 $(0,5)$ 的距离的差的绝对值是 6 的点的轨迹方程是（　　）.

(A) $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$　　(B) $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$

(C) $-\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$　　(D) $-\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$

5. 求证：椭圆 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ 与双曲线 $x^2-16y^2=15$ 的焦点相同.

6. 求下列双曲线的顶点的坐标：

(1) $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{81}=1$；　　(2) $\frac{y^2}{4}-\frac{x^2}{32}=1$.

7. 求下列双曲线的实轴长和虚轴长、离心率和渐近线方程，并画出它们的近似图形.

(1) $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$；　　(2) $\frac{y^2}{36}-\frac{x^2}{64}=1$.

8. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$，$e=2$，焦距 $2c=4\sqrt{2}$，求 a，b 的值.

9. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$，焦距为 8，渐近线的斜率为 $\pm\frac{1}{3}$，求 a，b 的值.

10. 如果双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0,b>0)$ 的两条渐近线互相垂直，则此双曲线的离心率是（　　）.

(A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　(B) $\sqrt{2}$　　(C) $\sqrt{3}$　　(D) $2\sqrt{2}$

11. 以已知双曲线的虚轴为实轴、实轴为虚轴，所形成的双曲线叫做原双曲线的共轭双曲线，求证：

(1) 双曲线和它的共轭双曲线有共同的渐近线；

(2) 双曲线和它的共轭双曲线的四个焦点在同一个圆上.