

微积分与工程数学

陈琳 主编

- 极限
- 导数与微分
- 不定积分与定积分
- 常微分方程
- 无穷级数
- 积分变换
- 行列式与矩阵
- 随机事件的概率与随机变量的分布



电子科技大学出版社

高等职业教育计算机系列教材

微积分与工程数学

丛书主编：刘甫迎

丛书副主编：朱晋蜀 党晋蓉 杨明广 廖亚平

丛书编委：邓礼清 王道学 姜文国 倪继烈 刘枝盛 许鸿川

蒋正萍 宋国明 刘新民 刘 虹 张 京 陈 琳

岳德坤 李 琦 刘光会 饶 斌 蔡方凯

主 编：陈 琳

电子科技大学出版社

内 容 提 要

全书共十四章，内容包括函数与极限、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分及其应用、常微分方程、无穷级数、多元函数微分法、傅立叶变换、拉普拉斯变换、线性代数和概率论。

本教材的教学时数为 160 学时左右，打“*”号的内容不作教学要求，仅供选用。

本教材适用于工科高等学校计算机等专业。

声 明

本书无四川省版权防盗标识，不得销售；版权所有，违者必究，举报有奖。举报电话：(028)6636481 6241146 3201496

微积分与工程数学

陈 林 主著

出 版：电子科技大学出版社(成都建设北路二段四号 邮编：610054)

责 任 编 辑：吴艳玲

发 行：新华书店经销

印 刷：郫县民政印刷厂

开 本：787×1092 1/16 印张 23.25 字数 565 千字

版 次：1999 年 9 月第一版

印 次：2001 年 8 月第二次

书 号：ISBN 7—81065—242—7/O · 11

印 数：4001—6000 册

定 价：25.00 元

序

诞生于本世纪中叶的计算机科学较之其他现代科学技术的发展更迅速，在世纪之交到来之际，它几乎可以称为“知识爆炸”了。21世纪是知识经济和信息的时代，信息技术的发展水平、运用水平和教育水平已经成为衡量社会进步的重要标志。面对挑战与机遇并存的发展形势，世界范围内的多层次、多侧面的计算机教育热潮正在蓬勃掀起。

要使得计算机教育和学习水平跃上一个新台阶，首先要提高对计算机教学重要地位和计算机应用基本目标的认识。显然，计算机的广泛普及与应用，使人们传统的工作、学习、生活、乃至思维方式都发生了巨大变化。不会利用计算机进行读写，不会利用计算机进行思维、工作和学习，将成为下一世纪的“文盲”。另一方面，计算机技术与其他学科领域交叉融合，促进了学科发展与专业更新，引发了新兴交叉学科与技术不断涌现。人们若不能很好地使用计算机，将无法掌握最先进、最有效的研究与开发手段，直接影响到其所从事专业的发展。计算机基础如同数学和外语等一样，已经成为面向21世纪人才培养方案中必不可少的、最重要的基础之一，必须花大力气搞好计算机教学。

高等学校计算机教学分为非计算机专业的计算机基础教学与计算机专业教学。前者的目标是：使学生掌握计算机软、硬件技术的基本知识，培养学生在本专业与相关领域中的计算机应用开发能力，培养学生利用计算机分析问题、解决问题的意识，提高学生的计算机文化素质。后者的目标应是：使学生有较扎实、系统的计算机软、硬件技术知识，具有安装、调试并维护前、后端数据库管理系统(DBMS)和客户/服务器模式的计算机网络的能力，能开发利用基于上述网络模式的管理信息系统(MIS)和其他应用软件(如图形、多媒体软件等)；能进行Internet网上的开发和应用；能进行计算机一般故障的维修等。非计算机专业教学与计算机专业教学两者不能截然分开，往往后者又是前者深入、拓展后学习者要求的必然。人们希望有一套计算机教学丛书能满足此需求。

当前，我国的改革正向更深层次发展。国家机关和企、事业单位的机制都发生了深刻的变化，许多人都面临着重组自己的知识、能力结构的问题。职业教育，特别是“高职”(即高等职业)教育，不仅是职业高中(即“职高”)，学生毕业后继续深造的需要，它更成了机构改革的一种社会需求，计算机教学无疑是其中最重要的组成部分。但是，至今未见到一套较完整的计算机高等职业教育丛书。基于上述需求的呼唤和为了全面提高学生的计算机业务素质，我们编辑了这套“高等职业教育计算机系列教材”。

本系列教材的特点是：

1. 这些书的作者是一些长期从事计算机教学和科研的教师，不少作者在以前都有大量计算机方面的著作出版。例如，本系列教材中《Visual FoxPro实用教程》一书的作者，10多年前回国后最早将“狐狸”软件介绍到祖国大陆，这一本书已是他的第九本Fox方面的著作了。《数据结构》一书的作者是全国高校大专计算机专业教学指导委员会的委员，这一本书已是他的第六本著作。本系列教材中《计算机应用基础》一书的作者是四川省普通高等学校非计算机专业等级考试委员会委员，本身就是四川省计算机等级考试大纲的起草者之一，并多

次参加计算机等级考试的命题工作,他以前参加编写的有关计算机等级考试的书已获四川省优秀教材奖。坚实的作者基础是这套书质量的最根本的保证。

2. 本系列教材是面向 21 世纪的计算机教学的教材,其内容既体现了最新计算机科学发展的先进性(例如,《Visual FoxPro 实用教程》就是以 1998 年 8 月 26 日才推出的最新版本 Visual FoxPro 6.0 为背景写的),又注意了其内容的基础性。

3. 本系列教材可以根据不同读者的需求进行课程体系的组合。计算机专业的读者可以按如下顺序学习:

《微积分与工程数学》,《计算机应用基础》,《计算机器件基础》,《C++ 语言程序设计》,《数据结构》,《Visual BASIC 教程》,《Visual FoxPro 实用教程》,《微机原理与接口技术》,《操作系统》,《计算机网络技术》,《微型计算机故障诊断与维护》,《Windows NT 教程》,《Internet(因特网)及其应用》,《Photoshop 与三维动画》。这里已将“面向对象的程序设计”、“多媒体技术”、“Windows 编程”、“软件工程”、“操作系统”、“计算机网络技术”以及“Web 页面制作”等内容融合到这套书的相应课程中了。本系列教材注意了以“必须和够用”为度,既注意了前后教材之间的衔接,又避免了内容的重复(例如,OLE 的内容在 VB 中是很重要的,但由于在《Visual FoxPro 实用教程》中对 Windows 平台的 OLE 已作了详细讲解,故在 VB 中便不再赘述它了)。

非计算机专业的读者可以将本系列教材的《计算机应用基础》、《Visual BASIC 教程》和《Visual FoxPro 实用教程》等作为国家教委提出的计算机基础教育“三个层次”(即第一层次为计算机文化基础,第二层次为包括计算机语言、结构化程序设计和面向对象程序设计的计算机技术基础,第三层次为包括计算机信息管理基础与多媒体应用基础等的计算机应用基础)的主干课程,其他教材可选学,各书中带 * 号的内容可以不学。

4. 本系列教材强调了实用性和实践性。各书都有教学大纲和实验指导书,便于教师的教学和读者的上机实践。

编写一套系列教材,是一个巨大的系统工程。这套书的作者们、电子科技大学出版社的领导们和编辑们,都为她的诞生付出了辛勤的劳动。她的成长,更离不开大家的扶持。

希望广大读者多提批评意见,以利这套系列教材今后的改进。

希望读者们能喜欢这套书。

编委会

1998 年 11 月 20 日

前　　言

面对即将来临的 21 世纪，高等教育要在高度信息化的时代培养高水平的科技人才，必须对传统的教学内容和教学方式进行改革。特别是基础课教学，如何为专业课服务，怎样与专业课紧密配合，这是一个越来越突出的问题，本教材就是为适应当前教改形势，在兼顾数学学科的科学性、系统性的基础上，着重为高等学校计算机等专业课的学习打好基础而编写的。本教材是“高等学校计算机专业”系列教材之一。

本教材力求贯彻“基础理论教育以应用为目的，以必需、够用为度，以掌握概念，强化应用为教学重点”的原则。讲清概念，减少理论证明，注重培养学生具有初步抽象概括问题的能力、一定的逻辑推理能力、基本的运算能力以及综合运用所学知识去分析问题、解决问题的能力，努力体现高等学校计算机等专业数学教学特色。

本教材第九章由董艳编写，教材中所有的图形由梁兵作出，本教材由成和平审校，杨仲秋给本教材提出了很好的建议，在此，表示衷心的感谢。

由于成书时间短促，又限于编者水平，书中难免存在一些缺点和错误，敬请专家和读者们批评指正。

编者

1999.5

目 录

第一篇 微积分

第一章 函数与极限	1
1.1 函数	1
1.1.1 区间	1
1.1.2 函数	2
1.1.3 函数的几种特性	4
1.1.4 复合函数 初等函数	5
习题 1.1	6
1.2 数列的极限	7
1.2.1 极限法	7
1.2.2 数列	8
1.2.3 数列的极限	9
习题 1.2	10
1.3 函数的极限	11
1.3.1 自变量趋向有限值时函数的极限	11
1.3.2 自变量趋向无穷大时函数的极限	13
习题 1.3	13
1.4 无穷小量与无穷大量	14
1.4.1 无穷小量	14
1.4.2 无穷大量	15
1.4.3 无穷小量与无穷大量的关系	15
习题 1.4	16
1.5 极限的运算法则	16
习题 1.5	19
1.6 两个重要极限	20
1.6.1 第一个重要极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$	20
1.6.2 第二个重要极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$	21
习题 1.6	23

1.7 无穷小的比较.....	24
习题 1.7	26
1.8 函数的连续性与间断点.....	26
1.8.1 函数的连续性.....	26
1.8.2 函数的间断点.....	28
习题 1.8	30
1.9 初等函数的连续性.....	30
1.9.1 连续函数的运算.....	30
1.9.2 初等函数的连续性.....	31
习题 1.9	32
1.10 闭区间上连续函数的性质.....	33
习题 1.10	34
第二章 导数与微分	35
2.1 导数的概念	35
2.1.1 引例	35
2.1.2 导数的概念.....	36
2.1.3 导数的几何意义.....	39
2.1.4 可导与连续的关系.....	39
习题 2.1	40
2.2 函数的求导法则.....	41
2.2.1 导数的和、差、积、商的求导法则.....	41
2.2.2 反函数的求导法则.....	42
2.2.3 复合函数的求导法则.....	43
习题 2.2	45
2.3 高阶导数	46
习题 2.3	47
2.4 隐函数及由参数方程所确定的函数的导数.....	48
2.4.1 隐函数的导数.....	48
2.4.2 由参数方程所确定的函数的导数.....	49
习题 2.4	50
2.5 函数的微分	51
2.5.1 微分的概念.....	51
2.5.2 微分的几何意义.....	53
2.5.3 基本初等函数的微分公式及其微分运算法则.....	53
习题 2.5	54
*2.6 微分在近似计算中的应用	55
习题 2.6	56

第三章 中值定理与导数的应用	57
3.1 中值定理	57
3.1.1 罗尔定理	57
3.1.2 拉格朗日中值定理	57
3.1.3 柯西中值定理	58
习题 3.1	59
3.2 罗彼塔法则	60
习题 3.2	63
3.3 函数的单调性和极值的判别法	63
3.3.1 函数单调性的判别法	63
3.3.2 函数的极值及其求法	65
习题 3.3	68
3.4 曲线的凹凸与拐点	69
习题 3.4	71
3.5 函数图形的描绘	71
习题 3.5	73
3.6 最大值、最小值问题	73
习题 3.6	75
*3.7 曲率	75
3.7.1 弧微分	76
3.7.2 曲率及其计算公式	76
3.7.3 曲率圆与曲率半径	78
习题 3.7	79
第四章 不定积分	80
4.1 不定积分的概念与性质	80
4.1.1 原函数与不定积分的概念	80
4.1.2 基本积分表	81
4.1.3 不定积分的性质	82
习题 4.1	83
4.2 不定积分的换元积分法	84
4.2.1 第一换元法	84
4.2.2 第二换元法	87
习题 4.2	90
4.3 不定积分的分部积分法	92
习题 4.3	94
4.4 简单有理函数的积分	95
4.4.1 有理函数的积分	95

4.4.2 三角函数有理式的积分.....	96
习题 4.4	97
*4.5 积分表的使用	98
4.5.1 直接查积分表.....	98
4.5.2 先进行变量代换，再查表.....	98
4.5.3 用递推公式.....	99
习题 4.5	99
第五章 定 积 分	101
5.1 定积分的概念与性质.....	101
5.1.1 引例	101
5.1.2 定积分的概念.....	103
5.1.3 定积分的几何意义.....	104
5.1.4 定积分的性质.....	104
习题 5.1	105
5.2 微积分基本公式.....	106
5.2.1 变上限函数及导数.....	106
5.2.2 牛顿 - 莱布尼兹公式.....	107
习题 5.2	109
5.3 定积分的换元积分法和分部积分法.....	110
5.3.1 定积分的换元积分法.....	110
5.3.2 定积分的分部积分法.....	112
习题 5.3	113
5.4 广义积分	114
5.4.1 无穷区间的广义积分.....	114
5.4.2 无界函数的广义积分.....	116
习题 5.4	117
第六章 定积分的应用	119
6.1 定积分的元素法.....	119
6.2 平面图形的面积.....	120
6.2.1 直角坐标情形.....	120
6.2.2 极坐标情形.....	121
习题 6.2	122
6.3 体积 平面曲线的弧长.....	124
6.3.1 平行截面面积为已知的立体体积.....	124
6.3.2 旋转体体积.....	125
6.3.3 平面曲线的弧长.....	127
习题 6.3	128

*6.4 定积分的近似计算	129
6.4.1 矩形法	129
6.4.2 梯形法	130
习题 6.4	130
第七章 常微分方程	131
7.1 微分方程的基本概念	131
习题 7.1	132
7.2 可分离变量的微分方程 齐次方程	133
7.2.1 可分离变量的微分方程	133
7.2.2 齐次方程	135
习题 7.2	136
7.3 一阶线性微分方程	137
习题 7.3	139
7.4 二阶常系数齐次线性微分方程	140
习题 7.4	143
7.5 二阶常系数非齐次线性微分方程	144
7.5.1 $f(x) = e^{\lambda x} P_m(x)$ 型	144
7.5.2 $f(x) = e^{\lambda x} [P_l(x)\cos \alpha x + P_n(x)\sin \alpha x]$ 型	146
习题 7.5	147
第八章 无穷级数	148
8.1 常数项级数的概念和性质	148
8.1.1 常数项级数的概念	148
8.1.2 无穷级数的基本性质	150
8.1.3 级数收敛的必要条件	150
习题 8.1	152
8.2 常数项级数的审敛法	152
8.2.1 正项级数及其审敛法	152
8.2.2 交错级数及其审敛法	156
8.2.3 绝对收敛与条件收敛	157
习题 8.2	158
8.3 幂级数	159
8.3.1 函数项级数的一般概念	159
8.3.2 幂级数及其收敛区间	160
8.3.3 幂级数的运算	162
习题 8.3	164
8.4 函数展开成幂级数	164

8.4.1 泰勒 (Taylor) 级数	164
8.4.2 函数展开成幂级数	165
习题 8.4	169
8.5 傅立叶级数	169
8.5.1 三角函数系的正交性 三角级数	169
8.5.2 周期为 2π 的周期函数展开成傅立叶级数	170
8.5.3 奇函数和偶函数的傅立叶级数	174
习题 8.5	175
8.6 定义在有限区间上的函数展开成傅立叶级数	175
8.6.1 $f(x)$ 只在 $[-\pi, \pi]$ 上有定义	175
8.6.2 $f(x)$ 在只 $[0, \pi]$ 上有定义	177
习题 8.6	178
8.7 以 $2l$ 为周期的周期函数的傅立叶级数	178
习题 8.7	180
*第九章 多元函数微分法	182
9.1 空间解析几何简介	182
9.1.1 空间直角坐标系	182
9.1.2 空间两点的距离公式	183
9.1.3 曲面与方程	183
9.1.4 常见的二次曲面及其方程	184
习题 9.1	187
9.2 多元函数、极限和连续	188
9.2.1 多元函数的概念	188
9.2.2 二元函数的极限	189
9.2.3 二元函数的连续性	190
习题 9.2	191
9.3 偏导数	192
9.3.1 偏导数的概念	192
9.3.2 偏导数的几何意义	192
9.3.3 偏导数的计算	193
9.3.4 高阶偏导数	194
习题 9.3	195
9.4 全微分	195
习题 9.4	197
9.5 多元复合函数求导法则和隐函数求导公式	197
9.5.1 多元复合函数求导法则	197
9.5.2 隐函数的求导公式	199

习题 9.5	200
9.6 多元函数的极值.....	201
9.6.1 二元函数的极值.....	201
9.6.2 二元函数的最大值和最小值.....	202
习题 9.6	203

第二篇 工程数学

第一部分 积分变换

第十章 傅立叶变换与拉普拉斯变换.....	204
10.1 傅立叶变换	204
10.1.1 傅立叶积分公式.....	204
10.1.2 傅立叶变换.....	206
10.1.3 谱分析	207
10.1.4 卷积	210
习题 10.1	211
10.2 拉普拉斯变换	211
10.2.1 拉普拉斯变换.....	211
10.2.2 拉普拉斯变换的性质.....	213
10.2.3 拉普拉斯逆变换.....	216
10.2.4 拉普拉斯变换的应用.....	216
习题 10.2	219

第二部分 线性代数

第十一章 行列式	222
11.1 二阶、三阶行列式与 n 阶行列式.....	222
11.1.1 二阶、三阶行列式.....	222
11.1.2 n 阶行列式.....	225
习题 11.1.....	227
11.2 行列式的性质.....	228
习题 11.2.....	232
11.3 克莱姆法则.....	233
习题 11.3.....	235

第十二章 矩阵与线性方程组.....	237
12.1 矩阵的概念与运算.....	237
12.1.1 矩阵的概念.....	237
12.1.2 矩阵的运算.....	237
12.1.3 矩阵的转置.....	240
12.1.4 方阵的行列式.....	241
习题 12.1	242
12.2 逆矩阵	243
习题 12.2	247
12.3 矩阵的秩与初等变换.....	247
12.3.1 矩阵的秩.....	247
12.3.2 矩阵的初等变换.....	248
习题 12.3	252
12.4 用初等变换求逆矩阵.....	252
习题 12.4	255
12.5 用初等变换求解线性方程组.....	255
12.5.1 线性方程组有解判别定理.....	256
12.5.2 齐次线性方程组有解判别定理.....	259
习题 12.5	260

第三部分 概率论

第十三章 随机事件及其概率.....	261
13.1 随机事件	261
13.1.1 随机试验与随机事件.....	261
13.1.2 基本事件与样本空间.....	262
13.1.3 事件的关系与运算.....	262
习题 13.1	264
13.2 概率的统计定义 古典概型.....	265
13.2.1 概率的统计定义.....	265
13.2.2 古典概型.....	266
习题 13.2	267
13.3 概率的加法公式.....	268
13.3.1 互斥事件概率的加法公式.....	268
13.3.2 任意事件概率的加法公式.....	269
习题 13.3	270
13.4 条件概率 乘法公式.....	271
13.4.1 条件概率.....	271

13.4.2 乘法公式.....	272
13.4.3 事件的独立性.....	274
习题 13.4	275
13.5 全概率公式与贝叶斯公式.....	275
13.5.1 全概率公式.....	275
13.5.2 贝叶斯公式.....	277
习题 13.5	279
13.6 贝努利概型	279
习题 13.6	281
第十四章 随机变量与概率分布.....	282
14.1 随机变量	282
14.1.1 随机变量.....	282
14.1.2 分布函数.....	282
习题 14.1	284
14.2 离散型随机变量.....	284
14.2.1 离散型随机变量的分布密度.....	284
14.2.2 几种常见的概率分布密度.....	285
习题 14.2	288
14.3 连续型随机变量.....	289
14.3.1 连续型随机变量的概率密度.....	289
14.3.2 几种常见的连续型随机变量.....	290
习题 14.3	292
14.4 正态分布	293
14.4.1 正态分布的定义及其性质.....	293
14.4.2 标准正态分布的概率计算.....	294
14.4.3 一般正态分布的概率计算.....	295
习题 14.4	296
14.5 随机变量函数的分布.....	296
14.5.1 离散型随机变量函数的分布.....	297
14.5.2 连续型随机变量函数的分布.....	298
习题 14.5	299
14.6 数学期望	300
14.6.1 数学期望的概念.....	300
14.6.2 随机变量函数的数学期望.....	303
14.6.3 数学期望的性质.....	304
习题 14.6	304
14.7 方差	305
14.7.1 方差的概念.....	305

14.7.2 方差的计算.....	305
14.7.3 方差的性质.....	307
14.7.4 常见分布的数字特征.....	308
习题 14.7	309
附录 1 积分表	310
附录 2 傅立叶变换简表	320
附录 3 拉普拉斯变换简表	324
附录 4 泊松分布 $P(\xi = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$ 数值表	326
附录 5 标准正态分布表 $\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$	328
附录 6 《微积分与工程数学》教学大纲.....	329
习题答案	332

第一篇 微 积 分

第一章 函数与极限

函数是微积分中最重要的基本概念之一，也是微积分研究的对象。极限是贯穿“高等数学”始终的一个重要概念，是揭示变量的变化趋势的有力工具，又是建立其它基本概念（如导数、定积分等）的基础。函数的连续性与极限概念密切相关，它反映了函数的一种重要性态。

1.1 函 数

1.1.1 区间

我们沿用中学数学里有关集合的符号和术语。自然数集记作 N ，整数数集记作 Z ，有理数集记作 Q ，实数数集记作 R 。

设 $a, b \in R$ ，且 $a < b$ ，有限区间表示如下：

$$\text{开区间 } (a, b) = \{x \mid a < x < b\}$$

$$\text{闭区间 } [a, b] = \{x \mid a \leq x \leq b\}$$

$$\text{半开区间 } [a, b) = \{x \mid a \leq x < b\}, (a, b] = \{x \mid a < x \leq b\}$$

其中， a 和 b 称为区间的端点。数 $b - a$ 称为这些区间的长度。从数轴上看，这些区间（不包括端点或包括一个、两个端点）是长度为有限的线段。

另外，还有无限区间。引进记号 $+\infty$ （读作正无穷大）以及 $-\infty$ （读作负无穷大）。无限区间可表示如下：

$$(a, +\infty) = \{x \mid a < x\}$$

$$[a, +\infty) = \{x \mid a \leq x\}$$

$$(-\infty, b] = \{x \mid x \leq b\}$$

$$(-\infty, b) = \{x \mid x < b\}$$

$$(-\infty, +\infty) = R$$

以后，如果遇到所作的论述对各类区间（有限或无限；开或闭或半开）都适用时，为