

金融学季刊

Quarterly Journal of Finance

编委会名单(按姓氏拼音排序)

执行主编

刘力/北京大学
徐信忠/北京大学
朱武祥/清华大学

主编

陈学彬/复旦大学 | 吴冲锋/上海交通大学
刘锡良/西南财经大学 | 郑振龙/厦门大学

副主编

巴曙松/国务院发展研究中心	汪昌云/中国人民大学
柴俊/香港城市大学	王春锋/天津大学
陈守东/吉林大学	王晓芳/西安交通大学
杜化宇/台湾政治大学	魏国强/香港科技大学
贺强/中央财经大学	巫和懋/台湾大学
胡金焱/山东大学	吴军/对外经贸大学
金雪军/浙江大学	杨胜刚/湖南大学
李心丹/南京大学	叶永刚/武汉大学
刘少波/暨南大学	曾勇/电子科技大学
柳永明/上海财经大学	张华/香港中文大学
陆军/中山大学	张荔/辽宁大学
马君潞/南开大学	张维/天津财经学院
裴平/南京大学	张新/中国人民银行
史永东/东北财经大学	周春生/北京大学
唐齐鸣/华中科技大学	朱新蓉/中南财经政法大学
万解秋/苏州大学	

编辑部

张崢 张燕 魏聃

金融学季刊

2007 年 第 3 卷 第 2 期

目 录

递减相对风险规避系数、习惯形成和资产

定价 王亚平 杨云红 毛小元 (1)

融资约束与公司现金持有的现金流敏感性

——基于中国上市公司的实证研究 金雪军 王利刚 (17)

市场透明与市场效率:一个基于纯粹限价指令

市场的模型 王茂斌 孔东民 (45)

企业债违约、政府埋单与债券发行管制:

1986—1999 年 朱武祥 成九雁 (75)

中国 A 股、H 股的价格发现 杨 婷 朱 彤 (93)

机构投资者利用 PEAD 了吗? 谭伟强 (118)

Quarterly Journal of Finance

Vol. 3, No. 2, 2007

CONTENTS

- Decreasing Relative Risk Aversion, Habit Formation and
Asset Return Yaping Wang Yunhong Yang Xiaoyuan Mao (1)
- Financial Constraint and the Cash Flow Sensitivity of Cash Holdings
—The Empirical Research Based on Chinese
Listed Corporates Xuejun Jin Ligang Wang (17)
- Market Transparency and Market Efficiency: A Model Based
on a Pure Limit Order Market ... Maobin Wang Dongmin Kong (45)
- China's Enterprise Bond Default, the Government's Paying off and
the Regulations on Bond Issuance:
1986—1999 Wuxiang Zhu Jiuyan Cheng (75)
- Dual Listings and Price Discovery: Evidence
from China Yang Ping Zhu Tong (93)
- Do Institutional Investors Exploit the Post-earning-
announcement Drift? Weiqiang Tan (118)

递减相对风险规避系数、习惯形成和 资产定价

王亚平 杨云红 毛小元*

摘要 本文建立了一个代表性投资者基于消费的资产定价模型,模型以几何布朗运动的消费过程、递减相对风险规避的效用函数以及外在型的习惯形成为基础,旨在解释股票市场中观察到的一些异常现象,包括股价的顺周期波动、股票收益波幅的逆周期波动、高的风险溢价、低水平和低波动的无风险利率等。模型校准和模拟分析显示,本文所构造的模型能很好地模拟美国股票数据的高风险溢价和高夏普比率;同时,它还能解释高股票市场波动率、股票收益均值回归和低波动的甚至常数的利率水平等现象。

关键词 相对风险规避,习惯形成,风险溢价之谜

一、前言

自从 Lucas(1978)开创性的工作以来,代表性投资者均衡模型(representative agent equilibrium model)在金融学和经济学中得到了广泛使用。然而,在时间可分的幂效用函数和完美市场的标准假设下,这种模型无法解释许多现象,例如“股市风险溢价之谜”(Mehra and Prescott, 1985)、“无风险利率之谜”(Weil, 1989)、“股市波动之谜”(Campbell, 1999)和“股票收益均值回归”(Fama, 1991)。为了解释这些异常现象,人们对标准模型的假设进行了各种推广,针对这个主题的综述见 Campbell(2000)、Constantinides(2002)和 Barberis and Huang(2006)。国内相关的研究包括熊和平(2005)和龚六堂等(2006)。

在代表性投资者均衡框架下的各种推广模型中,引入习惯形成(habit for-

* 王亚平,北京大学光华管理学院副教授;杨云红,北京大学光华管理学院副教授;毛小元,北京大学光华管理学院博士研究生。通信作者及地址:杨云红,北京大学光华管理学院,100871。电话:010-62759182;E-mail: yhyang@gsm.pku.edu.cn。作者感谢周春生教授、周国富教授和邹恒甫教授有益的点评和建议。

mation)是成功解释这些异常现象的一种重要方法。在引入习惯形成的框架下,每个消费者的效用函数定义为实际消费对消费的某个参考水平的相对值。根据参考水平决定因素的不同,习惯形成可以分成两种:内在型(internal)习惯形成和外在型(external)习惯形成。内在型的习惯形成着眼于人类行为方式的基本特征,也即对重复的刺激的反应是逐渐减弱的。这样,个体的效用是他自身过去消费的减函数,同时边际效用是他自身过去消费的增函数。Constantinides(1990)、Sundaresan(1989)、Detemple and Zapatero(1991)和 Dai(2003)等均使用了这类习惯形成模型。外在型习惯形成模型强调个人的消费参考水平依赖于社会总消费的历史,而不是个体自身过去的消费,Abel(1990,1999)、Campbell and Cochrane(1999)和 Wachter(2006)中的消费习惯就属于这一类。因此,外在型习惯形成也被称作“追赶时髦”或“攀比效应”。习惯形成模型的有效消费的设定形式也分为两种,一种是差额式,另一种是比率式。在差额式习惯模型中,每个消费者的效用函数定义为实际消费和参考水平的差值;而在比率式习惯模型中,每个消费者的有效消费定义为实际消费对参考水平的比值。Abel(1990,1999)使用的是比率式习惯模型,而 Constantinides(1990)、Campbell and Cochrane(1999)、Wachter(2006)使用的则是差额式习惯模型。

在标准的时间可分禀效用函数模型中,相对风险规避系数和跨期替代弹性存在着倒数关系,这也是导致无风险利率之谜和风险溢价之谜的根本原因。Abel(1990)比率式外在型习惯形成模型成功地分离了两者的倒数关系,并且对利率之谜和风险溢价之谜给出了一种解释。然而,Campbell(2000)指出,Abel(1990)的模型不能解释股票收益波动率的逆周期波动。由于股票价格是社会总消费流经过风险调整、折现后的期望值,所以股票收益波动率的逆周期波动可能是由社会总消费增长的高异方差引起,也可能由时变的风险调整引起。而实证研究表明,社会总消费增长存在高异方差的证据是非常弱的,因此,股票收益波动率的逆周期波动的原因就只可能是存在时变的风险规避。基于以上的观察,Campbell and Cochrane(1999)提出了差额式外在型习惯形成模型。^[1]当恰当地选择参数时,这种模型的相对风险规避系数是递减的。由于社会总消费本身是增长的,也即时变的,因此任何的带差额式习惯形成的常相对风险规避系数(CRRA)效用函数都能产生时变的风险规避,所以 Campbell and Cochrane(1999)能够解释股票市场的大量动态资产定价的异常现象,例如股票市场波动率和股票收益均值回归等。

虽然差额式习惯模型在解释资产定价反常现象的过程中已经取得了巨大

[1] 在基于标准的禀效用函数的差额式习惯模型里,效用函数实际上是 Merton(1971)的双曲的绝对风险规避效用函数,并且以习惯水平作为效用函数的下界。

的成功,但是它也有一个很大的缺点——很难保证习惯水平始终低于实际消费水平。而当习惯水平高于实际消费水平时,效用函数没有定义。为了解决负的有效消费问题,Campbell and Cochrane(1999)和 Wachter(2006)使用非线性随机习惯形成设定,在其模型中, t 期的习惯依赖于 t 期的消费冲击。^[2]这样,他们的习惯是随机的,而不是前定的,即不是由先前的消费水平和习惯水平决定的。正如 Dai(2003)所指出,这样的随机习惯形成设定,会引起一个相当令人迷惑的问题:习惯的随机冲击从何而来?由此导致人们对这种习惯形成设定的合理性产生怀疑。

本文提出了一个外在型比率式习惯形成模型,用来解释上述的所有资产定价中的反常现象。我们的模型既避免了差额式习惯模型中存在的负有效消费问题,也能解释 Abel(1990)比率式模型不能解释的股票收益波动率的逆周期波动等现象。模型使用外在型而不是内在型习惯形成是为了简单起见;使用比率式有效消费的形式是为了避免差额式习惯模型中存在的负的有效消费问题。与大多数基于消费的资产定价模型一致,我们也假定社会总消费过程是几何布朗运动。我们模型的设定有以下三个显著的特点。

首先,我们构造了一个相对风险规避系数递减(DRRA)的效用函数并采用了比率式习惯形成的形式。在基于消费的资产定价文献(包括 Abel(1990, 1999)和 Campbell and Cochrane(1999))中,几乎所有的模型都使用 CRRA 函数,包括幂效用函数和 Epstein-Zin 递归效用函数等。使用 CRRA 函数的原因是,由于社会总消费过程是增长的,如果使用其他形式的效用函数,则会使得模型产生一个与事实相悖的非平稳的利率过程。然而,在 CRRA 效用函数中风险的价格也是常数,这样就不能解释股票收益波动率的逆周期变动。为了解决这一问题,本文引入 DRRA 效用函数。我们引入 DRRA 效用函数是基于如下考虑,如果投资者具有习惯形成,且平均来说,习惯和实际消费以相同的比率增长,则有效消费将是平稳过程。利率,作为有效消费的函数,也就不再是非平稳的了。因此,如果结合习惯形成,我们在基于消费的资产定价方法下选择效用函数形式就有了一定的自由。为了产生时变的风险溢价和逆周期的股票收益波动率,我们可以直接使用 DRRA 效用函数。

事实上,CRRA 效用函数假设可能本身并不是合理的。Pratt(1964)认为,当财富低于某个特定水平时,相对风险规避应该是递减的,之后才是递增的。Hara, Huang and Kuzmics(2006)认为,即使单个消费者的相对风险规避并不是

[2] 另外一种解决负的有效消费问题的方法见 Constantinides(1990)。Constantinides(1990)在带生产的均衡框架中使用线性习惯设定形式,在该框架下,有效消费被假设服从几何布朗运动,真实消费过程内生决定,这样,负的有效消费问题就不存在了。但是,为了保证有效消费服从几何布朗运动,真实消费过程必须受到高度限制,并与实际历史数据存在很大差异(Chapman, 1998, 2002)。

递减的,代表性消费者仍呈现出递减的风险规避态度。更巧合的是,递减的相对风险规避模型还是预测股票收益长期表现的较好的选择。He and Leland (1993)提出,在某种条件下,股票收益存在均值回归特性,当且仅当风险规避系数是递减的。

其次,我们假设的习惯完全由过去的消费来决定。具体而言, t 期的习惯依赖于 t 期之前的消费和习惯,也就是说,我们的习惯是完全前定的习惯形成。由于使用了比率式习惯模型,我们并不需要一个随机习惯形成来确保有效消费过程是正的,这也是我们的模型和 Campbell and Cochrane (1999)、Wachter (2006) 和 Dai (2003) 等模型的主要区别。

最后,我们使用了一种新颖的、非线性习惯形成设定来控制无风险利率的波动。许多线性习惯形成模型会产生不稳定的无风险利率问题。Abel (1999) 使用杠杆来控制无风险利率的波动,而 Campbell and Cochrane (1999) 和 Wachter (2006) 使用习惯冲击的随机波动率来调整无风险利率的波动率。在本文中,我们使用习惯水平本身来控制波动。更进一步,当我们适当选择参数时,我们的模型中无风险利率可以是如下形式的任何一种:(1) 常数;(2) 完全为正;(3) 有效消费的递减函数(消费平滑占优);(4) 有效消费的递增函数(预防性储蓄占优);(5) 有效消费的凸函数(消费平滑和预防性储蓄都不占优)。这种灵活性有利于解释各种异常现象。

模型校准和模拟分析显示,本文所构造的模型能很好地模拟美国股票数据的高风险溢价和高夏普比率。同时,它还能解释高股票市场波动率、股票收益均值回归和低波动的甚至常数的利率水平等现象。

文章剩余部分的安排如下:第二节给出了 DRRA 效用函数并设定了非线性的习惯形成;第三节尝试使用校准和模拟分析对各种谜进行解释;第四节是本文的结论。

二、模 型

本节建立代表性投资者均衡定价模型。假定市场上有两种资产,一种是无风险资产,另外一种为长期证券,长期证券产生的红利流 D_t 服从几何布朗运动

$$dD = D(\mu dt + \sigma dW) \quad (1)$$

其中, W 是标准的布朗运动, μ 和 σ 是常数。代表性投资者是风险规避的,对消费和投资作出最优决策。在均衡时,所有的红利都用于消费,也即 $C_t = D_t$ 。

以下我们引入非线性习惯形成和 DRRA 效用函数。引入 DRRA 效用函数的目的是为了得到时变的风险溢价和均值回归的收益;引入非线性习惯过程

的目的是为了保证无风险利率的平稳性和控制无风险利率的波动。

(一) 偏好

代表性投资者最大化其效用函数

$$E \int_0^{\infty} e^{-\delta t} u(C_t, H_t) dt$$

其中, C_t 是时期 t 的消费, H_t 是时期 t 的习惯水平。

类似于 Constantinides(1992) 和 Rogers(1997), 我们通过边际效用函数定义局部效用函数 $u(C, H)$, 即

$$\begin{aligned} \frac{\partial u(C, H)}{\partial C} &= (C/H)^{-\gamma_4} H^{\gamma_3-1} \exp\left[-\frac{\gamma_1}{1-\gamma_2} (C/H)^{1-\gamma_2}\right] \\ &= X^{-\gamma_4} \exp\left[-\frac{\gamma_1}{1-\gamma_2} X^{1-\gamma_2}\right] H^{\gamma_3-1} \end{aligned} \quad (2)$$

其中, $X = C/H$ 为有效消费, 参数满足

$$\gamma_1 \geq 0, \quad \gamma_2 \geq 0, \quad \gamma_3 \geq 0 \quad \text{和} \quad \gamma_4 \geq 0 \quad (3)$$

效用函数(2)可以重新表述为

$$u(C, H) = V(X) H^{\gamma_3} \quad (4)$$

其中,

$$V_X(X) = X^{-\gamma_4} \exp\left(-\frac{\gamma_1}{1-\gamma_2} X^{1-\gamma_2}\right)$$

这里定义的局部效用函数是有效消费的函数和习惯水平的函数的乘积。效用函数定义在消费与习惯水平的比值以及习惯水平本身上, 而在传统的习惯形成模型中, 习惯水平仅仅是通过有效消费来影响效用。而 Garcia, Renault and Semenov(2002) 考虑了习惯水平本身给消费者带来的效用并探讨了其对资产定价的含义。

当 $\gamma_2 = \gamma_4$ 时, 我们可以对边际效用函数(2)进行积分, 得到效用函数的显示形式

$$u(C, H) = -\frac{1}{\gamma_1} \exp\left(-\frac{\gamma_1}{1-\gamma_2} X^{1-\gamma_2}\right) H^{\gamma_3} \quad (5)$$

当 $\gamma_3 = 0$ 时, (5) 就是幂风险规避效用函数。Xie(2000) 详细检验了幂风险规避效用函数的性质并且探讨了其在经济增长模型中的含义。

对于(2)和(4)定义的函数的一般形式, 我们还必须确认其是否具有效用函数的一般特性。很显然, 这个函数是实际消费的递增的凹函数, 且当实际消费趋于零时边际效用趋于无穷大。同时, 习惯水平 H_t 对消费水平 C_t 存在互补效应。一般来说, 互补效应要求

$$\frac{\partial^2 u(C, H)}{\partial C \partial H} = \frac{\partial u}{\partial C} \left[\frac{\gamma_3 + \gamma_4 - 1}{H} + \gamma_1 C^{1-\gamma_2} H^{\gamma_2-2} \right] > 0 \quad (6)$$

在参数限定(3)下,如果 $\gamma_3 + \gamma_4 - 1 > 0$,这个不等式必定成立。相应地,我们之后的分析将限定 $\gamma_3 + \gamma_4 > 1$ 。合理的效用函数还必须是习惯水平的递减函数,即

$$\frac{\partial u}{\partial H} = V(X) \gamma_3 H^{\gamma_3-1} - \frac{\partial V}{\partial X} C H^{\gamma_3-2} < 0 \quad (7)$$

虽然(4)中的一般效用函数形式是未知的,但是我们很容易证明它具有负的上界。^[3]一旦效用函数具有负的上界,不等式(7)就成立了,因此我们知道,(2)和(4)给出的习惯形成效用函数是合理的。

在这个特定的局部效用函数设定下,相对风险规避系数为

$$RRA = \gamma_4 + \gamma_1 X^{1-\gamma_2} \quad (8)$$

当 $\gamma_2 > 1$ 时,我们有:(1)相对风险规避系数是消费的递减函数;(2)当消费趋于零时,相对风险规避系数趋于无穷,而当消费趋于无穷时,相对风险规避系数趋于 γ_4 。根据 He and Leland(1993),时变的相对风险规避系数是产生均值回归的必要条件,另外,时变的相对风险规避系数也是产生时变风险溢价的必要条件。基于以上分析,我们假定 $\gamma_2 > 1$ 。

(二) 习惯形成

在文献中,大部分的习惯形成模型使用线性习惯设定(也即习惯水平是历史消费水平的加权平均)。这样的设定通常会导致过高的无风险利率波动性。Campbell and Cochrane(1999)使用了一种非线性的习惯设定,这种设定方法不仅保证习惯水平始终低于消费水平,而且能得到一个固定的利率水平。然而,在他们的设定中, t 时期的习惯水平 H_t 依赖于 t 时期的消费冲击, H_t 是随机的而不是前定的。在本文中,我们也将设定一个非线性的习惯形成模型,设定模型的目标是:保证无风险利率的平稳性,控制利率的波动性,以及分离相对风险规避系数和跨期替代弹性的联系,同时,保证习惯形成是完全前定的。

我们定义习惯水平 H_t 为

$$dH = H(a - b\gamma_1(C/H)^{1-\gamma_2}) dt \quad (9)$$

同时限定参数

$$a \geq 0, \quad b \geq 0 \quad (10)$$

[3] 例如,我们可以定义效用函数为 $u(C, H) = V(X)H^{\gamma_3}$, $V(X) = -\int_X^\infty y^{-\gamma_4} \exp\left(-\frac{\gamma_1}{1-\gamma_2} y^{1-\gamma_2}\right) dy$ 。

那么很显然 $u(C, H)$ 具有负的上界。

习惯方程(9)可以改写为

$$H_t = H_0 \exp \left[\int_0^t (a - b\gamma_1 (C_u/H_u)^{1-\gamma_2}) du \right] \quad (11)$$

显然,习惯水平依赖于历史的消费和习惯水平,也即 Abel(1990)提出的“追赶时髦”。参数 a 描述了习惯水平本身随时间的增长率,参数 b 描述了有效消费对习惯水平增长率的影响,高(低)的有效消费导致习惯水平更快(慢)的增长。

为分析的方便,我们定义一个状态变量, $y_t = (C/H)^{1-\gamma_2}$ 。因为 $\gamma_2 > 1$, y_t 是对有效消费的一种度量, y_t 低(或高)代表经济的繁荣(或衰退)。由伊藤引理,可得

$$dy_t = y_t(\gamma_2 - 1) \left[\left(a - \mu + \frac{1}{2}\gamma_2\sigma^2 - b\gamma_1 y_t \right) dt - \sigma dW_t \right] \quad (12)$$

这个方程表明,有效消费 $1/y$ 是服从条件对数正态分布,并且服从非线性均值的回归。下述的命题将给出这个状态变量具有平稳分布的条件。我们将利用平稳分布来计算资产收益率。

命题 2.1: 当

$$a - \mu + \left(1 - \frac{\gamma_2}{2} \right) \sigma^2 > 0 \quad (13)$$

时,状态变量 y_t 服从 Gamma 密度函数的平稳概率分布,其分布函数为

$$p_y(y) = k_0 y^{k_1} e^{-k_2 y}$$

其中,

$$k_0 = \frac{k_2^{k_1+1}}{\Gamma(k_1+1)}, \quad k_1 = \frac{2 \left[a - \mu + \left(1 - \frac{\gamma_2}{2} \right) \sigma^2 \right]}{(\gamma_2 - 1) \sigma^2}, \quad k_2 = \frac{2\gamma_1 b}{(\gamma_2 - 1) \sigma^2}$$

$\Gamma(\cdot)$ 是 Gamma 函数。状态变量 y 的长期均值和标准差分别为

$$E(y) = \frac{a - \mu + 1/2\sigma^2}{\gamma_1 b} \quad \text{和} \quad \sigma(y) = \frac{\sigma \sqrt{(\gamma_2 - 1)(2a - 2\mu + \sigma^2)}}{2\gamma_1 b}$$

并且, y 具有唯一的众数 $\tilde{y} = \frac{k_1}{k_2} = \frac{a - \mu + (1 - \gamma_2/2)\sigma^2}{\gamma_1 b}$ 。

此命题的证明与 Constantinides(1990)定理 2 的证明类似,所以本文省略其证明。通过比较均值和众数,我们发现由于 $\gamma_2 > 1$, 分布呈正协偏(positively skewed),也就是说,此模型可以产生偶然性的深度经济衰退,这与 Campbell and Cochrane(1999)的结论是一致的。

(三) 定价核

给定代表性投资者的效用函数、习惯形成和市场状况,我们就可以得出定价核。在本文中,由于我们假定的习惯是外在型的而不是内在型的,所以定价

核为

$$\pi_t = e^{-\delta t} U_c = e^{-\delta t} y_t^{\frac{\gamma_4}{\gamma_2-1}} e^{-\frac{\gamma_1}{1-\gamma_2} t} H^{\gamma_3-1} \quad (14)$$

由伊藤引理,定价核的随机过程为

$$d\pi_t = \left[-\delta\pi_t + e^{-\delta t} \left(\mu_c U_{cc} + \mu_H U_{cH} + \frac{1}{2} \sigma_c^2 U_{ccc} \right) \right] dt + e^{-\delta t} \sigma_c U_{cc} dW_t \quad (15)$$

其中, μ_H 是(9)中的习惯过程的漂移项, μ_c 和 σ_c 分别是红利过程(1)的漂移项和扩散项。通过简单换算,我们得到

$$d\pi_t = \pi_t (\mu_\pi dt - \sigma_\pi dW_t) \quad (16)$$

其中,

$$\begin{aligned} \mu_\pi = & -\delta - \mu\gamma_4 + a(\gamma_3 + \gamma_4 - 1) + \frac{1}{2}(\gamma_4 + \gamma_4^2)\sigma^2 \\ & - \gamma_1 \left[\mu - a + b(\gamma_3 + \gamma_4 - 1) - \frac{1}{2}\sigma^2(\gamma_2 + 2\gamma_4) \right] \\ & - \gamma_1^2 \left(b - \frac{1}{2}\sigma^2 \right) y^2 \end{aligned}$$

$$\sigma_\pi = \sigma(\gamma_4 + \gamma_1 y)$$

由动态资产定价理论(Duffie, 1992),我们可以得到无风险利率为

$$\begin{aligned} r_t = & -\mu_\pi \\ = & \delta + \mu\gamma_4 - a(\gamma_3 + \gamma_4 - 1) - \frac{1}{2}(\gamma_4 + \gamma_4^2)\sigma^2 \\ & + \gamma_1 \left[\mu - a + b(\gamma_3 + \gamma_4 - 1) - \frac{1}{2}\sigma^2(\gamma_2 + 2\gamma_4) \right] y \\ & + \gamma_1^2 \left(b - \frac{1}{2}\sigma^2 \right) y^2 \\ = & r_o + r_b y + r_c y^2 \end{aligned} \quad (17)$$

通过分析(17)我们可以得到:无风险利率是状态变量 y_t 的多项式函数;在条件(13)下,由于 y_t 是一个平稳性过程,所以利率过程也是平稳的。

从(17)我们还能看到,利率 r_t 就可能出现如下的任意一种情况:(1)常数(当 $r_b=0$ 和 $r_c=0$);(2)有效消费的递减函数(消费平滑占优于预防性储蓄);(3)有效消费的递增函数(预防性储蓄占优于消费平滑);(4)有效消费的凸函数(预防性储蓄和消费平滑都不占优)。

(四) 资产定价

在本节中,我们考察资产价格的动态过程。在给定的模型设定下,长期证券或者红利流 $\{D_t\}$ 可以通过以下公式定价:

$$P_t = E_t \left[\int_t^\infty \frac{\pi_s D_s}{\pi_t} ds \right] \quad (18)$$

结合定价核 π_t (18) 和红利流 D_t 过程 (1), 我们利用蒙特卡罗模拟等数值模拟方法可以获得资产价格。在此之前, 我们使用等价鞅测度方法推导价格的一些性质。

我们定义等价测度 Q 的 Radon-Nikodym 导数为

$$\frac{dQ}{dP} = \exp \left[\frac{1}{2} \int_0^T \tau_s^2 ds - \int_0^T \tau_s dW_s \right]$$

那么, Q 就是风险中性测度。定义

$$W_t^Q = W_t + \int_0^t \tau_s ds \quad (19)$$

则 W_t^Q 在风险中性测度 Q 下也是布朗运动。长期证券价格通过以下的市盈率 (Price-to-Earnings) 等式求得:

$$R_{pe} = \frac{P_t}{D_t} = E_t^Q \left[\int_t^\infty \exp \left[- \int_t^u r(\gamma_u) du \right] \frac{D_u}{D_t} ds \right] \quad (20)$$

在风险中性测度 Q 下, 红利过程 (1) 可以改写为

$$dD_t = D_t [(\mu - \sigma \tau_t) dt + \sigma dW_t^Q] \quad (21)$$

这样, (20) 中市盈率仅仅是状态变量 y_t 的函数, 也就是说, $R_{pe} = R_{pe}(y)$ 。由于

$$\frac{dP}{P} = \frac{dC}{C} + \frac{dR_{pe}}{R_{pe}} + \frac{dC}{C} \frac{dR_{pe}}{R_{pe}} \quad (22)$$

对 $\frac{dpe}{pe}$ 应用伊藤引理, 我们可以得到股票收益的即期波动率

$$\sigma_R = \sigma + (1 - \gamma_2) \sigma y_t \frac{R'_{pe}(y_t)}{R_{pe}(y_t)} \quad (23)$$

由即期波动率 (23) 和夏普比 $\tau_t = \sigma_\pi = \sigma(\gamma_1 + \gamma_2 y_t)$, 我们可以得到即期期望收益为

$$\mu_R = r_t + \sigma_R \sigma(\gamma_1 + \gamma_2 y_t) \quad (24)$$

这样, 市盈率等式 (20)、即期波动率 (23)、即期期望收益 (24) 和状态变量过程 (12) 完整地描述了股票收益过程。

三、模型含义

本节将考察模型中股票收益的一些特征。我们希望模型能够产生与实际市场一致的结果。

(一) 匹配资产收益的无条件矩

在上节中我们设定的模型一共有 9 个参数。从状态变量 y 的过程 (12) 和

定价核的过程(16)可以看出,效用函数参数 γ_1 是不相关的。对其他 8 个参数,消费增长均值 μ 和标准差 σ 分别以 1889—1994 年的人均消费增长的均值和标准差作为估计值。折现因子 δ 、习惯形成参数 a 和 b 以及效用函数的参数 γ_2 、 γ_3 、 γ_4 都是自由参数。在这里,我们用校准而不是计量估计方法来决定自由参数的数值。我们选择自由参数的数值以使得模型与标准普尔 500 指数和无风险资产的历史收益相匹配。

为了展示模型在产生不同的利率过程方面的灵活性,本文使用两套参数,一套是随机的无风险利率,另外一套是固定的无风险利率。除了匹配股指收益和无风险利率的均值和方差之外,这些参数必须满足两个约束,一是状态变量 y 必须是平稳的,即满足约束(13);二是满足习惯形成过程的合理性,即满足约束(10)。由于实证研究显示利率是经济状态的递减函数,我们需要进一步限定 $r_b \geq 0$ 和 $r_c \geq 0$ 。

表 1 的 A 栏给出了参数值。我们很容易就可以确认两套参数值都满足上述要求和假定。表 1 的 B 栏给出了实际的市场收益矩以及模型产生的收益矩。在这里,所有的收益都是年度收益,无风险利率通过 $R_{t,t+1}^f = \int_t^{t+1} r_s ds$ 计算得到,股票收益通过 $R_{t,t+1} = \int_t^{t+1} \left[\left(\mu_R - \frac{1}{2} \sigma_R^2 \right) ds + \sigma_R dW \right]$ 计算得到。从表 1 的 B 栏我们可以看到,对于随机的利率模型参数,股票收益和无风险利率的均值完全匹配市场观察到的值;模型的夏普比与实际的几乎一样;至于市盈率,模型的均值和标准差也类似于市场观察到的均值和标准差;更进一步,模型产生的无风险利率具有较高的持续性和较低的波动性。在固定的无风险利率模型下,股票收益的所有矩都很好得到匹配,同时无风险利率的均值也完全匹配市场观察到的值。

表 1 模型校准

A 栏:参数			
参数	变量	固定利率	随机利率
消费均值 (%)	μ	1.77	1.77
消费标准差 (%)	σ	3.28	3.28
习惯增长	a	0.0231	0.0212
习惯增长	b	0.000538	0.0008
折现率 (%)	δ	0.425	0.367
效用	γ_2	8	7
效用	γ_3	19	16
效用	γ_4	0.001	7

(续表)

B 栏: 匹配市场				
矩	变量	市场	固定利率	随机利率
消费均值 (%)	$E(\Delta c)^*$	1.72	1.72	1.72
消费标准差 (%)	$\sigma(\Delta c)^*$	3.28	3.28	3.28
无风险率均值 (%)	$E(R^f)^*$	1.83	1.83	1.84
无风险率标准差 (%)	$\sigma(R^f)^*$	3.00	0.0	3.3
无风险率自相关系数	$\rho_1(R^f)^*$	0.85	Na	0.95
超额收益均值	$E(R - R^f)^*$	4.18	4.1	4.1
超额收益标准差	$\sigma(R - R^f)^*$	17.74	17.5	16.3
夏普比	$E(R - R^f) / \sigma(R - R^f)$	0.24	0.24	0.25
P/E 比均值	$\exp[E(p - d)]$	21.1	18.0	17.6
P/E 比标准差	$\sigma(p - d)$	0.27	0.46	0.55

注: 历史矩数据是基于 1889—1994 年样本期间美国的数据 (Campbell, Lo and MacKinlay, 1997, Table 8.1)。带“*”的矩用于选择参数。所有的矩都定义在年度频率上。 $p - d$ 是价格-红利比的对数, $\rho_1(R^f)$ 是无风险利率的一阶自回归系数。

(二) 资产收益的条件矩

条件矩对理解动态过程至关重要, 所以, 在本节中, 我们给出资产收益的条件矩和状态变量之间的关系。为了更好地理解状态变量之外其他矩的行为, 我们首先检验了 y 的分布。图 1 给出了状态变量 y 的密度函数, 图形证实了状态变量分布是合理的并且呈正偏态。由于数值越大的 y 代表经济状态越不健康, 所以模型能产生偶然性的深度经济衰退。

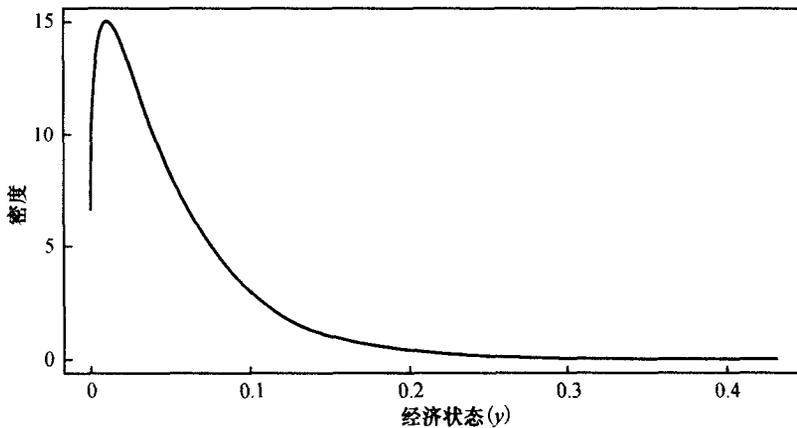


图 1 密度函数

注: 图形是基于状态变量 y 的密度函数, 参数是随机无风险利率模型。

图2给出了市盈率与状态变量之间的关系。从图2我们可以看到,随着经济状况的改善,市盈率增长,这正是股票价格顺周期变动现象。图3给出了股票的即期期望超额收益。从图3我们得到,当经济状况恶化时,期望超额收益剧烈增长。图4给出了即期股票收益的波动率。从图4我们得到,随着经济走入衰退,波动率增加。这正是股票收益波动率的逆周期波动现象。先前的许多实证研究支持这个发现(例如 Bollerslev, Engle and Nelson, 1994)。

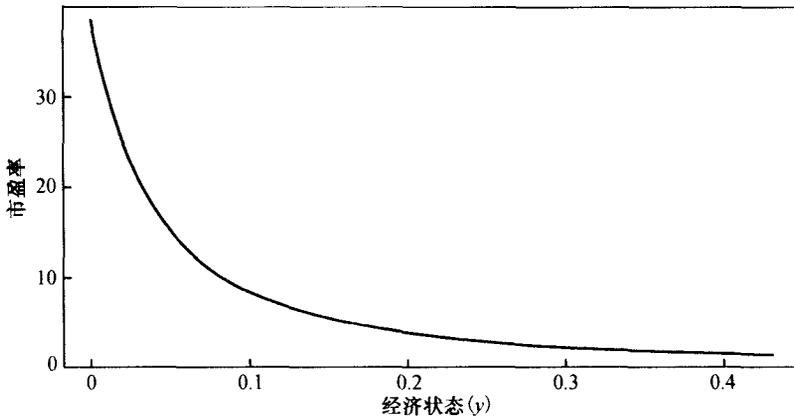


图2 市盈率

注:图示是价格红利比作为状态变量 y 的函数,基于等式(20),参数是随机无风险利率模型。

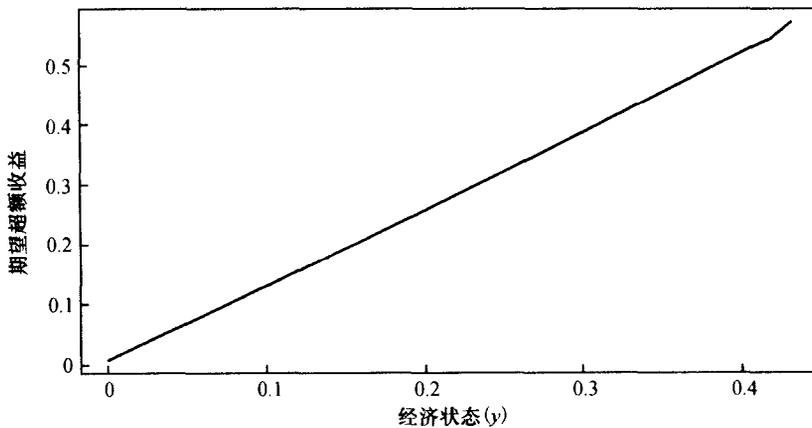


图3 股票即期期望超额收益

注:图形展示的是股票收益的期望超额收益等式(24),参数是随机无风险利率模型。

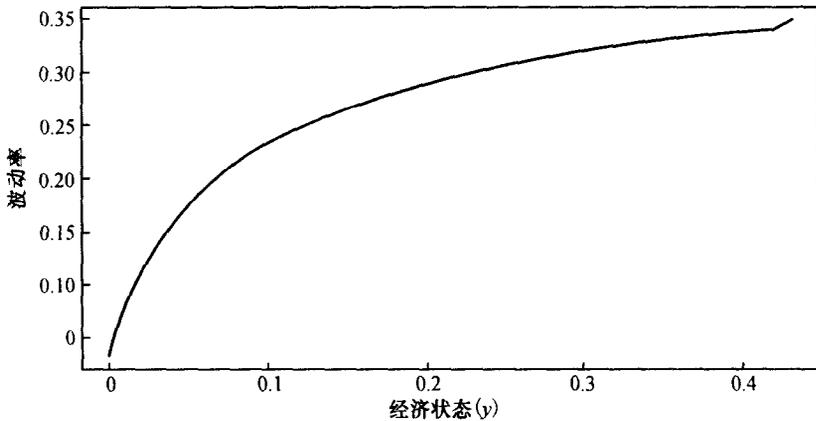


图4 股票即期收益波动率

注：图形展示的是股票收益波动率等式(23)，参数是随机无风险利率模型。

而条件夏普比，也即即期期望超额收益与即期股票收益波动率之比，是状态变量 y 的线性函数，即 $\sigma(\gamma_0 + \gamma_1 y_t)$ 。从这个关系可看到，夏普比与经济状况的负相关关系源于递减的相对风险规避，时变的消费产生时变的夏普比。

在实证金融中，收益的可预测性是另一个重要发现。Fama(1991)发现了股票收益的均值回归。Fama and French(1988)和 Campbell and Shiller(1988)认为市盈率能预测未来的收益。在本节中，我们模拟了 50 000 年的股票收益用以计算它们的自相关性，结果在表 2 中给出。表 2 中结果表明，股票超额收益较小但有显著的负自相关，也就是说，模型能产生均值回归资产收益。同时，超额收益对滞后的市盈率的回归表明，市盈率对股票收益具有显著的预测能力。这一点也是与实际相一致的。

表2 收益动态

统计量	J=1	J=2	J=3	J=5	J=7
$(R - R^f)_{i,t}, (R - R^f)_{i,t+j}$					
市场	0.05	-0.21	0.08	-0.14	0.11
模型	-0.019	-0.014	-0.005	0.004	0.009
$(p - e)_{i,t}, (R - R^f)_{i,t+j}$					
市场	-0.20	-0.21	-0.10	-0.19	-0.08
模型	-0.24	-0.23	-0.22	-0.21	-0.20

注：股票收益预测的市场数据来源于 Campbell and Cochrane(1999)的表 3 和表 4。

四、结论和进一步讨论

代表性投资者均衡模型由于其精巧性和简单性，仍然是理解资产定价的最

重要的方法之一。沿袭这种方法,本文给出了与股票收益相关的许多异常现象的解释。我们的模型既避免了差额式习惯模型中存在的负有效消费问题,也能解释 Abel(1990)比率式模型不能解释的股票收益波动率的逆周期波动等现象。

在一定程度上,我们的方法类似于 Chan and Kogan(2002)的方法。Chan and Kogan(2002)考察了异质投资者线性习惯形成的比率式习惯模型。在他们的模型中,由于财富在具有不同风险偏好的投资者之间流动,总的社会计划者的相对风险规避系数随着总财富的增加而降低。相对 Chan and Kogan(2002),本文的模型假定存在代表性投资者,同时通过构造能够比较容易地控制无风险利率的波动。

参考文献

- [1] 龚六堂、朱胜豪,2006,具有双曲贴现因子的生产经济中的资产定价,《金融季刊》,第2卷第1期,第54—68页。
- [2] 熊和平,2005,消费习惯、异质偏好与动态资产定价:纯交换经济情形,《经济研究》,2005年第10期,第91—100页。
- [3] Abel, A. B., 1990, Asset prices under habit formation and catching up with the Joneses, *American Economic Review* 80, pp. 38—42.
- [4] Abel, A. B., 1999, Risk premia and term premia in general equilibrium, *Journal of Monetary Economics* 43, pp. 3—33.
- [5] Barberis, N. and M. Huang, 2006, The loss aversion/narrow framing approach to the equity premium puzzle, NBER Working Paper.
- [6] Bollerslev, T., R. Engle and D. Nelson, 1994, ARCH models, in R. Engle and D. McFadden (eds.), *Handbook of Econometrics*, Vol. IV, Amsterdam: Elsevier.
- [7] Campbell, J., 1999, Asset prices, consumption, and the business cycle, in John Taylor and Michael Woodford eds. *Handbook of Macroeconomics* 1, pp. 1231—1304.
- [8] Campbell, J., 2000, Asset pricing at the millennium, *Journal of Finance* 55, pp. 1515—1568.
- [9] Campbell, J. and J. Cochrane, 1999, By force of habit: A consumption-based explanation of aggregate stock market behavior, *Journal of Political Economy* 107, pp. 205—251.
- [10] Campbell, J., A. W. Lo and A. C. MacKinlay, 1997, *The Econometrics of Financial Markets*, New Jersey: Princeton University Press.
- [11] Campbell, J. and R. Shiller, 1988, The dividend-price ratio and expectations of future dividends and discount factors, *Review of Financial Studies* 1, pp. 195—227.
- [12] Chan, Y. L. and L. Kogan, 2002, Catching up with the Joneses: Heterogeneous preferences and the dynamics of asset prices, *Journal of Political Economy* 110, pp. 1255—1285.
- [13] Chapman, D., 1998, Habit formation and aggregate consumption, *Econometrica* 66, pp. 1223—1230.
- [14] Chapman, D., 2002, Does intrinsic habit formation actually resolve the equity premium puzzle? *Review of Economic Dynamics* 5, pp. 618—645.