



JINGZHI ZUOYE

·注重原创·打造经典·周周夯滚·横向打通·

如东高级中学 精致作业

冒亚平 王政红 主编

数学

{ 高三一轮复习 }



南京师范大学出版社
NANJING NORMAL UNIVERSITY PRESS



如东高级中学 精致作业

数学

{ 高三一轮复习 }

主编

冒亚平 王政红

本册主编

赵延贵

编写人员

赵延贵 何 鹏 洪 兵 陈唐明

许 军 黄建华 李海鸥 葛建华

於 勇 孙 亮

图书在版编目 (CIP) 数据

如东高级中学精致作业·数学(高三一轮复习)/冒亚平,王政红主编.
—南京:南京师范大学出版社,2007.5
ISBN 978-7-81101-590-4/G·1071

I. 如... II. ①冒...②王... III. 数学课—高中—习题 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 063381 号

书 名	如东高级中学精致作业·数学(高三一轮复习)
主 编	冒亚平 王政红
本册主编	赵延贵
责任编辑	韦 娟
出版发行	南京师范大学出版社
地 址	江苏省南京市宁海路 122 号(邮编:210097)
电 话	(025)83598077(传真) 83598412(营销部) 83598297(邮购部)
网 址	http://press.njnu.edu.cn
E-mail	nspzbb@njnu.edu.cn
照 排	江苏兰斯印务发展有限公司
印 刷	镇江中山印务有限公司
开 本	850×1168 1/16
印 张	16.75
字 数	614 千
版 次	2007 年 6 月第 1 版 2007 年 6 月第 1 次印刷
书 号	ISBN 978-7-81101-590-4/G·1071
定 价	22.00 元



《如东高级中学精致作业》丛书编委会

主 任

冒亚平 闻玉银

副主任

樊志瑾 曹津源 唐国均 张必忠 马 蔚 周海忠 姜爱萍

编 委

(按姓氏笔画排序)

马 蔚	王政红	王晓冬	王迎春	王书贞	王礼祥	韦 娟
匡 理	严国建	何 俊	张必忠	张 春	沈正荣	李 新
李伯余	李志云	杨爱玲	陈 建	陈亚飞	周锦华	周 璇
周海忠	於海兵	郑海燕	冒亚平	闻玉银	姚红岩	段倩毓
赵延贵	姜爱萍	倪晨娟	夏里原	唐国均	徐 达	徐德义
顾友芳	曹津源	曹志正	韩国军	蒋亚平	鲍建新	缪爱明
		樊志瑾	潘吉祥	魏文华		

丛书策划

姜爱萍 周海忠 缪爱明

出版说明

全国教育看江苏,江苏教育看南通,南通教育看如东。教育成了如东最为显赫的一张名片,如东高级中学连续多年高考在全省名列前茅,能使绝大多数(95%以上)的学生考上理想的大学,其高考升学率被人们誉为“上帝般令人敬畏”。我社与如东高级中学共同联合,隆重推出《如东高级中学精致作业》丛书,旨在揭示如东高级中学的成功秘诀并提供一套有效的训练作业,力求让学生花最少的时间,做最典型的题目,寻最科学的方法,拿最理想的成绩。同时还想推崇一种理念——以“完成作业”的平常心面对各种练习与测试,让学生在紧张的学习中领略闲庭信步的感觉。

如何有效地夯实学生的基础知识并能融会贯通,提高其分析与解决问题、探究与创新的能力是高中阶段教学的难点之一,也是决胜高考的关键所在。本套丛书充分体现了如东高级中学重视细节、着眼优质的“精准目标导向、精细过程推动、精良结果归宿”的精致教育策略,展示了如东高级中学“注重原创、打造经典,周周夯滚、横向打通”的精细作业选择与有效训练方式。

高一、高二各书主要由专题学习提要和专题阶段测试两部分组成,专题学习提要画龙点睛地为学生点拨学习目标与方法,或通过题目呈现,供学生自主测控;专题阶段测试由周练、月考、期中期末测试组成,及时反馈、检测教学效果,夯实基础,并供学生查漏补缺,提升能力。高三则根据各学科的特点及实际复习情况而定。所有练习后都附有详细的参考答案,较难的能力题与探究题还有简明扼要的答题思路点拨,开放性题目则附有几种参考答案。原创题与测试卷还列出了命题人姓名。

本套丛书集如东高级中学多年教学精华以及当前新课改的教研成果,同时注意兼容了江苏省内通用的新课程各版本教材必修及选修内容,力求达到与新课改接轨,与新高考接轨。此外,丛书参编队伍整体实力强大,人员主要由如东高级中学的省著名校长、省著名特级教师、省市学科带头人、省名教师、省优秀教师组成,他们所教学科的高考平均分多年位居江苏省重点高中前列。

我们坚信,本套丛书的推出与使用,对于学校全面提高教学质量,大面积获得高考成功大有裨益。我们也坚信,本套丛书一定会给独具慧眼的你带来非同一般的惊喜!

南京师范大学出版社

前 言

《如东高级中学精致作业·数学(高三一轮复习)》是以练习为主的高三第一轮复习用书。本书面向广大的高三毕业班学生,指导考生复习迎考。同时,本书对于各类学校的高三数学教师进行教学也是非常理想的参考书。

解题是学好数学的重要手段,“数学知识”只有在反复运用中才能转化为“数学能力”。多年来,我们以解题教学为提高成绩的突破口,取得了突出成绩,创造了我校高考的一个又一个辉煌。我们反对搞题海战术,倡导以适当的经典练习,创最佳学习效果,因而相继打造了具有我校特色的课时练习、周练试卷、阶段测试题等,并在高三毕业班复习时作不断地筛选,不断地增补,使其不断地完善,与时俱进。

本书是以我校高三毕业班所用课时练习、周练试卷、阶段测试题为基础,结合新课程标准、新高考要求,由我校市、县骨干教师,学科带头人和有关一线教师倾心打造的全新的复习资料。本书本着夯实基础、滚动提高的原则,对每一模块的基础知识进行搜索整理,通过典型习题和原创试题,对各模块的知识点、重难点进行分类指导,循序渐进、层层深入地帮助考生做好第一轮复习。在编写中力求环环紧扣,准确到位,为后面的二轮复习打下坚实的基础。

本书分“课课过关”、“周周夯滚”、“月月巩固”、“阶段评估”四大板块,充分体现我校“夯实基础、滚动提高”的特色。“课课过关”是当天学习内容的练习,便于即时复习;“周周夯滚”是本周学习内容的综合提升,加深即时记忆;“月月巩固”是本月学习内容的巩固、升华,使知识记忆更深刻,技能掌握更到位;“阶段评估”包括第一轮复习期中评估卷、第一轮复习期末评估卷。所选练习均来自经验丰富的一线教师之手,瞄准新高考,重视能力和基础相结合,试题质量好,可信度高,讲究原创,贴近新高考要求,真正体现了知识、能力和情感态度的有机结合,是本校一线教师集体智慧的结晶。“课课过关”中的“友情提示”是本课时内容的学习要求,并点明重难点和易错内容。有关知识点的来龙去脉、习题的导读分析、解题方法和技巧的说明等全部渗透在本书给出

的“答案、提示及点拨”中。我们相信,《如东高级中学精致作业·数学(高三一轮复习)》是您明智的选择。

在本书的编写过程中,本校和兄弟学校的不少老师提出了很多宝贵意见和建议,特别是栢茶中学许军老师为本书的编写给予了热情的关怀和支持,在此一并表示衷心的感谢!

由于新课程标准的实验教科书问世时间不长,我们对新高考有关要求的理解还处于探索阶段,加上这次编写时间非常紧迫,因此,本书中肯定会有许多不足之处,敬请各位同仁以及广大读者提出批评和修改意见!

编 者

目 录

课课过关

第1章 集合与常用逻辑用语/1

- 1.1 集合/1
- 1.2 命题及其关系、充要条件/2
- 1.3 简单的逻辑联结词、全称量词与存在量词/4

第2章 函数概念与基本初等函数/6

- 2.1 函数的概念及其表示/6
- 2.2 函数的定义域与值域/8
- 2.3 函数的性质/9
- 2.4 函数的图象/11
- 2.5 指数函数/13
- 2.6 对数函数/14
- 2.7 幂函数/15
- 2.8 函数与方程/16
- 2.9 函数模型及其应用/17

第3章 三角函数/19

- 3.1 任意角的三角函数/19
- 3.2 同角三角函数关系与诱导公式/21
- 3.3 三角式的化简与证明/23
- 3.4 三角求值问题/25
- 3.5 三角函数的图象与性质(1)/26
- 3.6 三角函数的图象与性质(2)/28
- 3.7 正弦定理、余弦定理及其应用/30
- 3.8 三角函数的综合运用/32

第4章 平面向量与复数/34

- 4.1 平面向量及其线性运算/34
- 4.2 平面向量基本定理及坐标运算/36
- 4.3 平面向量的数量积/37
- 4.4 数系的扩充与复数的概念/39
- 4.5 复数代数形式的四则运算/40
- 4.6 复数的几何意义/41

第5章 数列/42

- 5.1 等差数列/42
- 5.2 等比数列/43
- 5.3 等差数列与等比数列的综合运用/44
- 5.4 数列的通项/45
- 5.5 数列的求和/47
- 5.6 数列的实际应用与综合应用/48

第6章 不等式/50

- 6.1 不等关系/50
- 6.2 一元二次不等式及其解法/52
- 6.3 一元二次不等式(组)表示的平面区域/54
- 6.4 简单的线性规划/56
- 6.5 基本不等式/58
- 6.6 基本不等式的应用/59

第7章 推理与证明/60

- 7.1 合情推理与演绎推理/60
- 7.2 直接证明与间接证明/62
- 7.3 数学归纳法(理科用)/63

第8章 直线和圆/65

- 8.1 直线的方程/65
- 8.2 两条直线的位置关系/66
- 8.3 圆的方程/68
- 8.4 直线与圆的位置关系/70
- 8.5 圆与圆的位置关系/71

第9章 圆锥曲线与方程/73

- 9.1 椭圆(1)/73
- 9.2 椭圆(2)/75
- 9.3 双曲线/77
- 9.4 抛物线/79
- 9.5 直线与圆锥曲线的位置关系/80
- 9.6 曲线与方程/82

第10章 立体几何初步/84

- 10.1 简单空间几何体集合/84



- 10.2 中心投影、平行投影和直观图画法/85
- 10.3 平面的基本性质、空间两条直线的位置关系/87
- 10.4 直线与平面的位置关系/88
- 10.5 平面与平面的位置关系/90
- 10.6 空间几何体的表面积与体积/92

第11章 算法初步与框图/94

- 11.1 算法与程序框图/94
- 11.2 基本算法语句/96
- 11.3 流程图与结构图/98

第12章 统计与概率/100

- 12.1 抽样方法与总体特征估计/100
- 12.2 随机事件及其古典概型/102
- 12.3 几何概型与互斥事件/104
- 12.4 独立性检验/105
- 12.5 回归分析/107

第13章 导数及其应用/109

- 13.1 导数的概念及其运算/109
- 13.2 导数的几何意义/110
- 13.3 导数在研究函数中的应用/111
- 13.4 利用导数解决生活中的优化问题/113
- 13.5 定积分(理科用)/115

(第14~17章为理科专用篇)

第14章 空间向量与立体几何/117

- 14.1 空间向量及其运算/117
- 14.2 空间的角/118
- 14.3 空间线面关系/120

第15章 计数原理与概率/122

- 15.1 基本计数原理、排列与组合/122
- 15.2 排列与组合的混合问题/124
- 15.3 二项式定理/125
- 15.4 二项分布/126
- 15.5 离散型随机变量及其概率分布/127
- 15.6 离散型随机变量的期望与方差/129
- 15.7 正态分布/131

第16章 矩阵与变换/132

- 16.1 二阶矩阵与平面向量、平面变换/132
- 16.2 矩阵的乘法与复合变换、逆变换与逆矩阵/133
- 16.3 特征值与特征向量、矩阵的简单应用/135

第17章 坐标系与参数方程/137

- 17.1 坐标系、曲线的极坐标方程/137
- 17.2 平面坐标系中的几种变换、参数方程/138

周周夯滚

- 第1周 集合与常用逻辑用语单元内容夯滚卷/139
- 第2周 函数单元及此前经典内容夯滚卷 1/141
- 第3周 函数单元及此前经典内容夯滚卷 2/143
- 第4周 三角函数单元及此前经典内容夯滚卷 1/145
- 第5周 三角函数单元及此前经典内容夯滚卷 2/147
- 第6周 平面向量与复数单元及此前经典内容夯滚卷/149
- 第7周 数列单元及此前经典内容夯滚卷 1/151
- 第8周 数列单元及此前经典内容夯滚卷 2/153
- 第9周 不等式单元及此前经典内容夯滚卷/155
- 第10周 直线和圆单元及此前经典内容夯滚卷/157
- 第11周 圆锥曲线与方程单元及此前经典内容夯滚卷 1/159
- 第12周 圆锥曲线与方程单元及此前经典内容夯滚卷 2/161
- 第13周 立体几何初步单元及此前经典内容夯滚卷/163
- 第14周 算法初步与框图单元及此前经典内容夯滚卷/165
- 第15周 概率与统计单元及此前经典内容夯滚卷/167
- 第16周 导数及其应用单元及此前经典内容夯滚卷/169

月月巩固

- 第1月 函数单元及此前经典内容巩固卷/171
- 第2月 数列单元及此前经典内容巩固卷/173
- 第3月 圆锥曲线与方程单元及此前经典内容巩固卷/175
- 第4月 导数及其应用单元及此前经典内容巩固卷/178

阶段评估

- 第1阶段 第一轮复习期中评估卷/181
- 第2阶段 第一轮复习期末评估卷/183

答案、提示及点拨/186

课课过关

第1章 集合与常用逻辑用语

1.1 集合

友情提示

1. 理解集合的概念、集合的性质、元素与集合的表示方法及其关系,集合的子、交、并、补的意义及其运用.掌握有关术语和符号,准确使用集合语言表述、研究、处理相关数学问题.

2. 研究集合问题,一定要抓住集合的代表元素.进行集合的运算时,不要忘了集合本身和空集的特殊情况.在求参数值时,不要忘了检验所求参数值是否适合条件,是否满足集合中元素的互异性.

1. 有下列八个关系式:

- ① $\{0\} = \emptyset$; ② $\emptyset = 0$;
 ③ $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$; ④ $\emptyset \in \{\emptyset\}$;
 ⑤ $\{0\} \supseteq \emptyset$; ⑥ $0 \notin \emptyset$;
 ⑦ $\emptyset \neq \{0\}$; ⑧ $\emptyset \neq \{\emptyset\}$.

其中正确的有

()

- A. 4 个 B. 5 个
 C. 6 个 D. 7 个

2. 设 S, T 是两个非空集合,且 $S \not\subseteq T, T \not\subseteq S$,令 $X = S \cap T$,那么 $S \cup X =$ ()

- A. X B. T C. $\emptyset$ D. S

3. (2006 年辽宁卷)设集合 $A = \{1, 2\}$,则满足 $A \cup B = \{1, 2, 3\}$ 的集合 B 有 ()

- A. 1 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 8 个

4. 若 $A = \{1, 4, x\}, B = \{1, x^2\}$,且 $A \cap B = B$.则 $x =$ _____.

5. 设 U 是全集,非空集合 P, Q 满足 $P \subsetneq Q \subsetneq U$,若求含 P, Q 的一个集合运算表达式,使运算结果为空集 $\emptyset$,则这个运算表达式可以是 _____.

6. 已知集合 $A = \{0, 1\}, B = \{x | x \in A, x \in \mathbb{N}^*\}$, $C = \{x | x \in A\}$,则 A, B, C 之间的关系是 _____.

7. 设 $A = \{x | x^2 + 4x = 0\}, B = \{x | x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0\}$,其中 $x \in \mathbb{R}$,如果 $A \cap B = B$,求实数 a 的取值范围.

8. 设全集 $U = \{x | x \leq 5, \text{且 } x \in \mathbb{N}^*\}$,集合 $A = \{x | x^2 - 5x + q = 0\}, B = \{x | x^2 + px + 12 = 0\}$,且 $(\complement_U A) \cup B = \{1, 3, 4, 5\}$,求实数 p, q 的值.

9. 已知全集 $S = \{1, 3, x^2 - x^2 - 2x\}, A = \{1, |2x - 1|\}$,如果 $\complement_S A = \{0\}$,则这样的实数 x 是否存在? 若存在,求出 x ;若不存在,请说明理由.

10. 某学校艺术班有 100 名学生,其中学舞蹈的学生 67 人,学唱歌的学生 45 人,而学乐器的学生既不能学舞蹈,又不能学唱歌,人数是 21 人,那么同时学舞蹈和唱歌的学生有多少人?

1.2 命题及其关系、充要条件

友情提示

1. 了解命题的逆命题、否命题与逆否命题的意义, 会分析四种命题的相互关系. 了解逻辑联结词“或”、“且”、“非”的含义, 能用“或”、“且”、“非”表述相关的数学内容.

2. 注意关注四种命题的相互关系和命题的必要条件、充分条件、充要条件.

1. (南通市 2007 届高三调研检测卷) 命题“若 $a > b$, 则 $a-1 > b-1$ ”的否命题是 ()

- A. 若 $a > b$, 则 $a-1 \leq b-1$
- B. 若 $a-1 > b-1$, 则 $a > b$
- C. 若 $a \leq b$, 则 $a-1 \leq b-1$
- D. 若 $a-1 \leq b-1$, 则 $a \leq b$

2. 下面命题中是真命题的为 ()

- ① “ $x+y=5$ ”是“ $x^2-y^2-3x+7y=10$ ”的充分条件;
- ② “ $a-b < 0$ ”是“ $a^2-b^2 < 0$ ”的充分条件;
- ③ “ $a-b < 0$ ”是“ $a^2-b^2 < 0$ ”的必要条件;
- ④ “两个三角形全等”是“两边和夹角对应相等”的充要条件.

A. ①② B. ①③ C. ②③ D. ①④

3. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 有下列三个命题:

① 若存在常数 M , 使得对任意 $x \in \mathbf{R}$, 有 $f(x) \leq M$, 则 M 是函数 $f(x)$ 的最大值;

② 若存在 $x_0 \in \mathbf{R}$, 使得对任意 $x \in \mathbf{R}$, 且 $x \neq x_0$, 有 $f(x) < f(x_0)$, 则 $f(x_0)$ 是函数 $f(x)$ 的最大值;

③ 若存在 $x_0 \in \mathbf{R}$, 使得对任意 $x \in \mathbf{R}$, 有 $f(x) \leq f(x_0)$, 则 $f(x_0)$ 是函数 $f(x)$ 的最大值.

这些命题中, 是真命题的有 ()

A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

4. 设甲是乙的充分而不必要条件, 丙是乙的充要条件, 丁是丙的必要而不充分条件, 那么丁是甲的 _____ 条件.

5. $A: x_1, x_2$ 是方程 $ax^2+bx+c=0 (a \neq 0)$ 的两实数根; $B: x_1+x_2 = -\frac{b}{a}$. 则 A 是 B 的 _____ 条件.

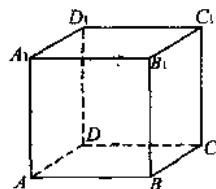
6. (2006 年山东卷) 下列四个命题中, 真命题的序号有 _____ (写出所有真命题的序号).

① 将函数 $y=|x+1|$ 的图象按向量 $\mathbf{v}=(-1, 0)$ 平移, 得到的图象对应的函数表达式为 $y=|x|$;

② 圆 $x^2+y^2+4x+2y+1=0$ 与直线 $y=\frac{1}{2}x$ 相交, 所得弦长为 2;

③ 若 $\sin(\alpha+\beta)=\frac{1}{2}$, $\sin(\alpha-\beta)=\frac{1}{3}$, 则 $\tan \alpha \cot \beta=5$;

④ 如图, 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$, P 为底面 $ABCD$ 内一动点, P 到平面 AA_1D_1D 的距离与到直线 CC_1 的距离相等, 则 P 点的轨迹是抛物线的一部分.



7. 求关于 x 的二次方程 $x^2-mx+m^2-4=0$ 有两个不相等的正实根的充要条件.

8. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象经过点 $(-1, 0)$, 是否存在常数 a, b, c 使得不等式 $x \leq y \leq \frac{1}{2}(1+x^2)$ 对一切实数 x 都成立? 若存在, 求出 a, b, c ; 若不存在, 请说明理由.

9. 在 $\triangle ABC$ 中, “ $A < B$ ”是“ $\sin A < \sin B$ ”的什么条件? 请说明理由.

10. 设平面上有六个圆, 每个圆的圆心都在其余各圆的外部, 试用反证法证明平面上任一点都不会同时在这六个圆的内部.

1.3 简单的逻辑联结词、全称量词与存在量词

友情提示

1. 了解逻辑联结词“或”、“且”、“非”的含义,能用“或”、“且”、“非”表述相关的数学内容.理解全称量词与存在量词的意义,能用全称量词与存在量词叙述简单的数学内容.理解对含有一个量词的命题的否定的意义,能正确地对含有一个量词的命题进行否定.

2. 注意对于含有一个量词的命题的否定的理解,运用常用逻辑用语表述数学内容的准确性、简洁性.

1. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, $A \subseteq U$, $B \subseteq U$, 如果命题 p : $\sqrt{2} \in A \cup B$, 则命题非 p 是 ()

- A. $\sqrt{2} \notin A$ B. $\sqrt{2} \in (\complement_U A)$
C. $\sqrt{2} \in (\complement_U A) \cap (\complement_U B)$ D. $\sqrt{2} \in (\complement_U A) \cup (\complement_U B)$

2. 如果命题“非 p ”为真,命题“ p 且 q ”为假,那么则有 ()

- A. q 为真 B. q 为假
C. p 或 q 为真 D. p 或 q 不一定为真

3. 将“ $x^2 + y^2 \geq 2xy$ ”改写成全称命题,下列说法正确的是 ()

- A. $\forall x, y \in \mathbf{R}$, 都有 $x^2 + y^2 \geq 2xy$
B. $\exists x, y \in \mathbf{R}$, 都有 $x^2 + y^2 \geq 2xy$
C. $\forall x > 0, y > 0$, 都有 $x^2 + y^2 \geq 2xy$
D. $\exists x < 0, y < 0$, 都有 $x^2 + y^2 \leq 2xy$

4. 命题“不等式 $x^2 + x - 6 > 0$ 的解为 $x < -3$ 或 $x > 2$ ”的逆否命题是_____.

5. 对于下列语句:

- ① $\exists x \in \mathbf{Z}, x^2 = 3$; ② $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 = 2$;
③ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 3 > 0$; ④ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + x - 5 > 0$.
其中正确的命题序号是_____. (全部填上)

6. 判断下列命题是全称命题还是存在性命题,并写出全称量词和存在量词.

- (1) 有的集合没有真子集;
(2) 三角形中两边之和大于第三边.

7. 指出下列复合命题的形式及其构成.

(1) 若 α 是一个三角形的最小内角, 则 α 不大于 60° ;

(2) 一个内角为 90° , 另一个内角为 45° 的三角形是等腰直角三角形;

(3) 有一个内角为 60° 的三角形是正三角形或直角三角形.

8. 为使命题 $p(x): \sqrt{1-\sin 2x} = \sin x - \cos x$ 为真, 求 x 的取值范围.

10. 已知二次函数 $f(x) = ax^2 + x$. 对于 $\forall x \in [0, 1]$, $|f(x)| \leq 1$ 成立, 试求实数 a 的取值范围.

9. 已知 p : 方程 $x^2 + mx + 1 = 0$ 有两个不等的负根, q : 方程 $4x^2 + 4(m-2)x + 1 = 0$ 无实根, 若“ p 或 q ”为真, “ p 且 q ”为假, 求 m 的取值范围.

第2章 函数概念与基本初等函数

2.1 函数的概念及其表示

友情提示

1. 理解函数的概念,了解构成函数的要素(定义域、值域、对应法则),会选择恰当的方法表示简单情境中的函数.了解简单的分段函数,能写出简单情境中的分段函数,并能求出给定自变量所对应的函数值.

2. 注意对函数三要素及其之间的关系给以深刻理解,这是处理函数问题的关键.

1. $f(x)$ 是一次函数且 $2f(1)+3f(2)=3, 2f(-1)-f(0)=-1$, 则 $f(x)$ 等于 ()

- A. $\frac{4x}{9} + \frac{1}{9}$ B. $36x - 9$
C. $\frac{4x}{9} - \frac{1}{9}$ D. $9 - 36x$

2. 若 $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$, 则下列等式成立的是 ()

- A. $f(\frac{1}{x}) = f(x)$ B. $f(\frac{1}{x}) = -f(x)$
C. $f(\frac{1}{x}) = \frac{1}{f(x)}$ D. $f(\frac{1}{x}) = -\frac{1}{f(x)}$

3. 已知 $f(\frac{1-x}{1+x}) = \frac{1-x^2}{1+x^2}$, 则 $f(x)$ 的解析式可取为 ()

- A. $\frac{x}{1+x^2}$ B. $-\frac{2x}{1+x^2}$
C. $\frac{2x}{1+x^2}$ D. $-\frac{x}{1+x^2}$

4. (2006 年辽宁卷) 设 $g(x) = \begin{cases} e^x, & x \leq 0, \\ \ln x, & x > 0, \end{cases}$ 则 $g(g(\frac{1}{2})) =$ _____.

5. 若 $f(\frac{1}{x}) = x + \sqrt{1+x^2} (x > 0)$, 则 $f(x) =$ _____.

6. 若函数 $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ 与 $g(x) = \frac{4x+3}{2-x}$ 的图象关于直线 $y=x$ 对称, 则 $a:b:c:d =$ _____.

7. (1) 已知 $f(x + \frac{1}{x}) = x^3 + \frac{1}{x^3}$, 求 $f(x)$;

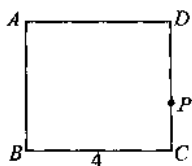
(2) 已知 $f(x)$ 满足 $2f(x) + f(\frac{1}{x}) = 3x$, 求 $f(x)$.

8. 已知 $f(x) = \log_2(x+1)$, 当且仅当点 (x, y) 在 $y=f(x)$ 的图象上运动时, 点 $(\frac{x}{2}, \frac{y}{3})$ 在 $y=g(x)$ 的图象上运动, 求 $y=g(x)$ 的解析式.

9. 如图, 在边长为 4 的正方形 $ABCD$ 的边上有动点 P , 从 B 点开始, 沿折线 $BCDA$ 向 A 点运动, 设点 P 移动的路程为 x , $\triangle ABP$ 面积为 S .

(1) 求函数 $S=f(x)$ 的解析式、定义域和值域;

(2) 求 $f(f(3))$ 的值.



10. (2006 年重庆卷) 已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)$ 满足 $f(f(x)-x^2+x)=f(x)-x^2+x$.

(1) 若 $f(2)=3$, 求 $f(1)$; 又若 $f(0)=a$, 求 $f(a)$.

(2) 设有且仅有一个实数 x_0 , 使得 $f(x_0)=x_0$, 求函数 $f(x)$ 的解析式.

2.2 函数的定义域与值域

友情提示

1. 会求一些简单函数的定义域和值域.
2. 运用换元法时, 特别要注意新元 t 的范围.

1. 下列函数中值域是 $\mathbf{R}^+$ 的是 ()

A. $y = \sqrt{x^2 - 3x + 1}$ B. $y = 2x + 1 (x > 0)$

C. $y = x^2 + x + 1$ D. $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$

2. (2006 年湖北卷) 设 $f(x) = \lg \frac{2+x}{2-x}$, 则 $f(\frac{x}{2}) +$

$f(\frac{2}{x})$ 的定义域为 ()

A. $(-4, 0) \cup (0, 4)$ B. $(-4, -1) \cup (1, 4)$

C. $(-2, -1) \cup (1, 2)$ D. $(-4, -2) \cup (2, 4)$

3. (2006 年全国卷 II) 函数 $f(x) = \sum_{n=1}^{10} |x - n|$ 的最小值为 ()

A. 190 B. 171 C. 90 D. 45

4. 函数 $y = \sqrt{-x^2 + x + 2}$ 的定义域为 _____, 值域为 _____.

5. 若函数 $y = x^2 - 3x - 4$ 的定义域为 $[0, m]$, 值域为 $[-\frac{25}{4}, -4]$, 则 m 的取值范围是 _____.

6. 在区间 $[\frac{1}{2}, 2]$ 上, 函数 $f(x) = x^2 + px + q$ 与 $g(x) = 2x + \frac{1}{x}$ 在同一点取得相同的最小值, 那么 $f(x)$ 在区间 $[\frac{1}{2}, 2]$ 上的最大值是 _____.

7. 已知函数 $f(x) = \lg(x^2 - 2mx + m + 2)$.

(1) 若 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 求实数 m 的取值范围;

(2) 若 $f(x)$ 的值域为 $\mathbf{R}$, 求实数 m 的取值范围.

8. 已知 $f(x)$ 的值域为 $[\frac{3}{8}, \frac{4}{9}]$, 试求 $y = f(x) + \sqrt{1 - 2f(x)}$ 的值域.

9. 函数 $f(x) = x^2 + 2x + 5$ 在 $[t, t+1]$ 上的最小值为 $\varphi(t)$, 求 $\varphi(t)$ 的表达式.

10. 设函数 $f(x) = \log_2 \frac{x+1}{x-1} + \log_2 (x-1) + \log_2 (p-x)$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的定义域.

(2) 问 $f(x)$ 是否存在最大值与最小值? 如果存在, 请把它写出来; 如果不存在, 请说明理由.