普通高中课程标准实验教材

高中数学

必修②

GAOZHONG SHUXUE

新课标新精编

XINKEBIAO
XINJINGBIAN

主编 胡建军

配人教A版

浙江教育出版社
ZHEJIANG JIAOYU CHUBANSHE

普通高中课程标准实验教材

高中数学

必修②

新课标新精编

XINKEBIAO XINJINGBIAN

顾　问　岑　申　王而治　金才华　许芬英

主　编　胡建军

编　者　胡建军　郑日锋　尚　俊

浙江教育出版社

ZHEJIANG JIAOYU CHUBANSHE

图书在版编目(CIP)数据

新课标新精编:人教A版.数学.2:必修/胡建军编.
杭州: 浙江教育出版社,2007
ISBN 978-7-5338-6959-5

Ⅰ.新… Ⅱ.胡… Ⅲ.数学课-高中-教学参考资料 Ⅳ.G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第044679号

责任编辑 金馥菊　　**装帧设计** 韩　波
责任校对 卢　宁　　**责任印务** 温劲风

普通高中课程标准实验教材

新课标　新精编　高中数学　必修2

● 主　　编　胡建军

● 出版发行　浙江教育出版社
　　　　　　(杭州市天目山路40号　邮编:310013)
● 图文制作　杭州富春电子印务有限公司
● 印　　刷　杭新印务有限公司
● 开　　本　880×1230　1/16
● 印　　张　8
● 字　　数　250 000
● 印　　数　000 1—8 000
● 版　　次　2007年3月第1版
● 印　　次　2007年3月第1次
● 标准书号　ISBN 978-7-5338-6959-5
● 定　　价　10.30元

联系电话:0571-85170300-80928
e-mail:zjjy@zjcb.com　　网址:www.zjeph.com

前　　言

高中课程改革正在全国各地逐步展开。其中，高中数学新课程旨在提高学生的科学素养，改变学生的学习方式，从知识与技能、过程与方法、情感态度与价值观三个方面培养学生。为了深入贯彻新课程标准的精神，配合人民教育出版社《普通高中课程标准实验教科书·数学》的顺利使用，帮助学生实现高中数学课程的教育目标，我们组织了教学第一线的数学特级教师和优秀中青年教师，在深入研究了《高中数学课程标准》及其各种版本实验教科书的基础上，编写了这套《新课标新精编高中数学》丛书。

本丛书的编写以“讲求循序渐进，重现科学思想与科学方法，强调实践意识与探究精神，渗透情感态度与价值观的教育”为原则，与人民教育出版社《普通高中课程标准实验教科书·数学》配套。它具有以下几个鲜明的特点：

1. 同步性。本丛书的例题和练习均以课时为基本单位，根据新课程教学的要求和学生学习的特点进行编写，与教学同步，便于教师的教学和学生的使用。

2. 科学性。本丛书根据新课标学习的需要，设置了“学法指导”、“基础例说·基本训练”、“应用·拓展·综合训练”、“自我评估”、“高考链接”五个栏目。“学法指导”帮助学生深刻理解教材的重点、难点和目标要求。“基础例说·基本训练”分例说和训练两部分，“例说”以典型例题为载体，教给学生思考问题、分析问题和解决问题的策略和方法；“训练”目的在于让学生通过训练，巩固所学知识，发展思维能力。“应用·拓展·综合训练”纵览全章，起到复习、巩固、拓展、加强应用和综合训练的作用。“自我评估”为全章知识的综合评估，分 A，B 两份试卷，其中 A 卷为基本要求，B 卷为较高要求。“高考链接”选取近几年有代表性的高考真题，让学生试做，以同步了解高考命题的基本特点。

3. 层次性。为了适应不同学习水平的学生的不同要求，以及学生在不同学习阶段的不同要求，本丛书选编的训练题都分为“A 组”和“B 组”两组，分别反映了课程的基础性目标和发展性目标。使不同层次的学生都能够充分获益，也符合循序渐进的学习原则。

4. 新颖性。本丛书力求体现新课程的理念，突出数学探究、联系实际，注重激发学生学习的兴趣，力求反映近年来高中数学教学和命题研究的最新成果，所选习题无论是在内容上，还是在形式上，都具有一定的新颖性。

由于时间匆促，加上作者对新课程的认识有待进一步提高，本丛书在编写时难免出现一些不足之处，敬请广大师生指正。

浙江教育出版社

2007 年 3 月

目　录

第一章 空间几何体

学法指导

几何学是研究现实世界中物体的形状、大小与位置关系的数学学科.空间几何体是几何学的重要组成部分,它在土木建筑、机械设计、航海测绘等大量实际问题中都有广泛的应用.本章的主要内容有空间几何体的结构,空间几何体的三视图和直观图,空间几何体的表面积和体积.

学习目标

1. 利用实物模型、计算机软件观察空间图形,认识柱体、锥体、台体、球及其简单组合体的结构特征,并能运用这些特征描述现实生活中简单物体的结构.

2. 能画出简单空间图形的三视图,能识别三视图所表示的立体模型,会用材料制作模型,并会用斜二测画法画出它们的直观图.

3. 通过观察,用平行投影与中心投影这两种方法画出三视图与直观图,了解空间图形的不同表示形式.

4. 了解球、柱体、锥体、台体的表面积和体积的计算公式.

重点、难点

重点是认识空间几何体的结构特征,画出空间几何体的三视图、直观图,培养空间想象能力、几何直观能力、运用图形语言进行交流的能力.

难点是柱体、锥体、台体、球的结构特征的概括,识别三视图表示的空间几何体,球的体积与表面积公式的推导.

主要概念、定理、公式和规律

1. 主要概念

(1) 有两个面互相平行,其余各面都是四边形,并且每相邻两个四边形的公共边都互相平行,由这些面所围成的几何体叫做棱柱.

(2) 有一个面是多边形,其余各面都是有一个公共顶点的三角形,由这些面所围成的几何体叫做棱锥.

(3) 以矩形的一边所在直线为旋转轴,其余三边旋转形成的曲面所围成的几何体叫做圆柱.圆柱和棱柱统称为柱体.

(4) 以直角三角形的一条直角边所在直线为旋转轴,其余两边旋转形成的曲面所围成的几何体叫做圆锥.圆锥与棱锥统称为锥体.

(5) 用一个平行于棱锥底面的平面去截棱锥,底面与截面之间的几何体叫做棱台.

类似地,用一个平行于圆锥底面的平面去截圆锥,底面与截面之间的几何体叫做圆台.棱台与圆台统称为台体.

(6) 以半圆的直径所在直线为旋转轴,半圆面旋转一周形成的几何体叫做球体,简称球.

(7) 空间几何体常用三视图和直观图来表示.三视图是观察者从不同位置观察同一个几何体,画出的空间几何体图形;直观图是观察者站在某一点观察几何体,画出的空间几何体的图形.

2. 定理、公式

(1) 棱柱、棱锥、棱台是由多个平面图形围成的几何体,它们的表面积是其各个平面图形的面积之和.

(2) 圆柱表面积 $S_{圆柱}=2\pi r(r+l)$,其中 r 为底面半径,l 为母线长.

(3) 圆锥表面积 $S_{圆锥}=\pi r(r+l)$,其中 r 为底面半径,l 为母线长.

(4) 圆台表面积 $S_{圆台}=\pi(r'^2+r^2+r'l+rl)$,其中 r',r 分别为圆台的上、下底面半径,l 为母线长.

(5) 柱体的体积 $V=Sh$,其中 S 为底面面积,h 为高.

(6) 锥体的体积 $V=\frac{1}{3}Sh$,其中 S 为底面面积,h 为高.

(7) 台体的体积 $V=\frac{1}{3}(S'+\sqrt{S'S}+S)h$,其中 S',S 分别为上、下底面面积,h 为高.

(8) 球的体积 $V=\frac{4}{3}\pi R^3$,其中 R 为球的半径;

球的表面积 $S=4\pi R^2$,其中 R 为球的半径.

学习方法指导

1. 几何学是研究现实世界中物体的形状、大小与位置关系的学科,直观感知,操作确认,思辩论证,度量计算是认识和探索几何图形及其性质的主要方法.

2. 学习本章内容时,要运用从特殊到一般、再从一般到特殊的思想方法,从模型到图形、再从图形到模型,通过对空间几何体的整体观察,帮助自己认识空间图形及其直观图的画法,了解空间几何体的表面积和体积,逐步提高自己的空间想象能力.会运用立体几何知识解决生活和生产中的实际问题,通过数学应用,提高自己分析问题和解决问题的能力.

3. 搞清立体图形问题与平面图形问题的联系与区别.一方面,立体图形中有些点、线在同一平面内,对平面图形的研究是讨论立体图形的基础,立体图形的问题常常转化为平面图形的问题来解决;另一方面,考虑问题时要着眼于整个空间,而不能局限于一个平面.

基础例说·基本训练

1.1 空间几何体的结构

第 1 课时 柱、锥、台、球的结构特征

例说

例 1 (1) 如图 1-1，在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中：

①这个长方体是棱柱吗？若是，是几棱柱？为什么？

②用平面 $BCFE$ 把这个长方体分成两部分后，各部分形成的几何体还是棱柱吗？若是，是几棱柱？若不是，请说明理由.

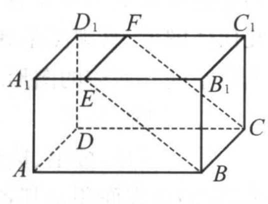


图 1-1

(2) 如图 1-2，该几何体是棱锥吗？为什么？

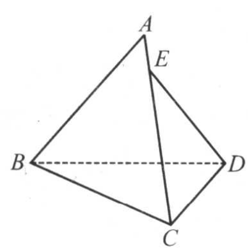


图 1-2

(3) 如图 1-3，下列几何体是台体的有哪几个？

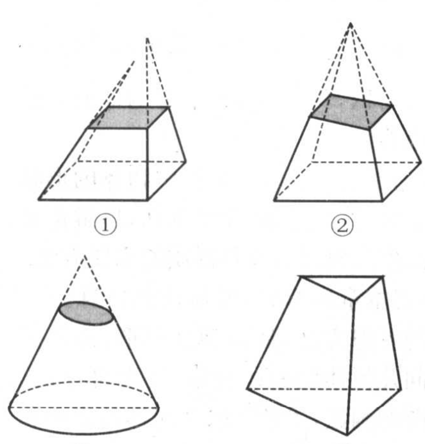


图 1-3

解 (1) ①长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 是棱柱，并且是四棱柱. 因为长方体相对的两个面都是四边形，其余各面都是矩形，并且四条侧棱互相平行.

②截面 $BCFE$ 上方部分是棱柱，且是三棱柱 BEB_1-CFC_1，其中$\triangle BEB_1$ 和$\triangle CFC_1$ 是底面. 截面 $BCFE$ 下方部分也是棱柱，且是四棱柱 $ABEA_1-DCFD_1$，其中四边形 $ABEA_1$ 和四边形 $DCFD_1$ 是底面.

(2) 棱锥有两个特征：①有一个面是多边形；②其余各面是有一个公共顶点的三角形.

而图 1-2 的侧面 ABC 与侧面 CDE 没有公共顶点，故该几何体不是棱锥.

(3) 图①各侧棱延长后不能交于同一点；图②、③的截面不平行于底面；图④各侧棱延长后能交于一点. 故图④是台体.

注意 判断一个几何体是不是棱柱、棱锥或棱台，需根据它们的定义进行判断，同时需确定它们的底面. 不同的观察角度可能会出现不同的结果.

例 2 (1) 如图 1-4，沿圆柱的侧面母线展开得到圆柱的侧面展开图，如果侧面展开图是正方形，那么圆柱的底面直径与母线长的比值是多少？

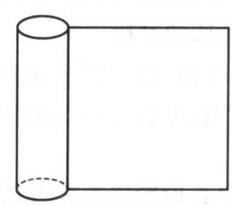


图 1-4

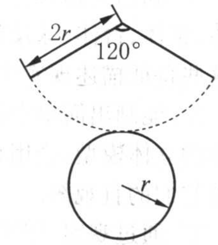


图 1-5

(2) 如图 1-5，沿图中虚线折起来能粘成一个底面半径为 r 的圆锥吗？

(3) 给出下列命题：

①与定点的距离等于定长的点的集合是球面；

②球面上三个不同的点，一定能确定一个圆；

③一个平面与球相交，其截面是一个圆.

其中真命题是________.

解 (1) 如图 1-4，该圆柱的侧面展开图是以母线长和底面圆的周长为边长的正方形. 设圆柱的底面直径为 d，母线长为 l. 因为展开图为正方形，所以 $l=\pi d$，所以 $\dfrac{d}{l}=\dfrac{1}{\pi}$.

(2) 不能. 由弧长公式知，扇形弧长为 $l=\dfrac{120\pi}{180}\cdot 2r$，所以 $l=\dfrac{4\pi r}{3}$，所以这个扇形为侧面的圆锥的底面圆周长为$\dfrac{4\pi r}{3}$，半径为$\dfrac{2r}{3}$，与已知圆半径 r 不相等，故不能粘成一个圆锥.

(3) 命题①②③均是真命题.

注意 圆柱、圆锥的侧面展开图分别是矩形、扇形，应注意其与底面半径 r 的关系. 球与球面是不同概念，应注意它们的差异.

例 3 圆台的两底面的面积分别是 1，49，平行于底面的截面面积的 2 倍等于两底面的面积之和，求圆台的高被截面分成两线段的比.

解 将圆台还原成圆锥，圆锥的轴截面图如图 1-6，O_2，O_1，O 分别是圆台上底面、截面和下底面的圆心，V 是圆锥顶点，并令 $VO_2=h$，$O_2O_1=h_1$，$O_1O=h_2$，则

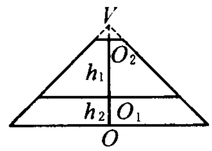


图 1-6

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{h+h_1}{h}=\dfrac{5}{1}\\[2ex]\dfrac{h+h_1+h_2}{h}=\dfrac{7}{1}\end{array}\right\}\Rightarrow h_1=4h,h_2=2h$$

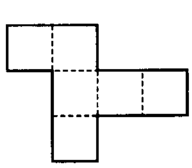
$\Rightarrow h_1:h_2=2:1$.

“还台体为锥体”是解决棱台及圆台问题的常用方法.

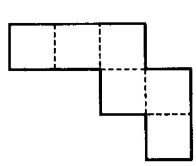
训 练

A 组

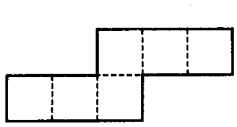
1. 若过长方体同一顶点的三个面的面积分别为 $\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$，$\sqrt{6}$，则这个长方体对角线的长为（　　）.
   (A) $2\sqrt{3}$　(B) $3\sqrt{2}$　(C) 6　(D) $\sqrt{6}$
2. 下列说法正确的是（　　）.
   (A) 直角三角形绕一边旋转得到的旋转体是圆锥
   (B) 夹在圆柱的两个平行截面间的几何体是一个旋转体
   (C) 圆锥截去一个小圆锥后剩余部分是圆台
   (D) 通过圆台侧面上一点，有无数条母线
3. 棱台不具有的性质是（　　）.
   (A) 两底面相似
   (B) 侧面都是梯形
   (C) 侧棱都相等
   (D) 侧棱延长后都交于一点
4. 下列图形不是正方体表面展开图的是（　　）.



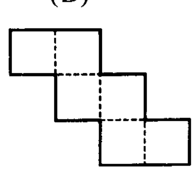
(A)



(B)



(C)



(D)

5. 若棱锥的底面是正多边形，且底面边长与所有侧棱长相等，则该棱锥一定不是（　　）.
   (A) 三棱锥　(B) 四棱锥
   (C) 五棱锥　(D) 六棱锥
6. 给出下列命题：
   ①圆柱的底面是圆；
   ②经过圆柱任意两条母线的截面是一个矩形；
   ③连接圆柱上、下底面圆周上两点的线段是圆柱的母线；
   ④圆柱的任意两条母线互相平行.
   其中真命题的个数是（　　）.
   (A) 1　(B) 2　(C) 3　(D) 4
7. 棱柱中不在同一个面上的两个顶点的连线叫做棱柱的体对角线，则六棱柱有________条体对角线.
8. 在四棱锥的 4 个侧面中，直角三角形最多可有________个；在四面体的 4 个面中，直角三角形最多可有________个.
9. 若过棱锥的高的四等分点且平行于底面的截面将棱锥分成四部分，则自上而下的棱锥、3 个棱台的 4 个底面的边长之比为________，4 个底面的面积之比为________.

B 组

10. 已知圆台的母线长为 12 cm，两底面的面积分别为 4π cm^2，25π cm^2，求圆台的高.

11. 下列关于多面体的叙述是否正确？若正确，给出证明；若不正确，举出合适的反例.
    (1) 有两个面平行，其余各面都是平行四边形的几何体是棱柱；
    (2) 有一个面是多边形，其余各面都是三角形的几何体是棱锥；
    (3) 各棱长都相等的平行六面体是正方体.

12. 已知圆台的母线长为 20 cm，母线与轴的夹角为 30°，上底面的半径为 15 cm，求圆台的高和下底面的面积.

13. 若过正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱 AB，BC 的中点 E，F 作正方体 AC_1 的截面，则截面的形状是几边形？

第 2 课时　简单组合体的结构特征

例说

例 1　如图 1－7 是棱柱、棱锥、棱台的底面与侧面的展开图，请说出原来几何体的形状.

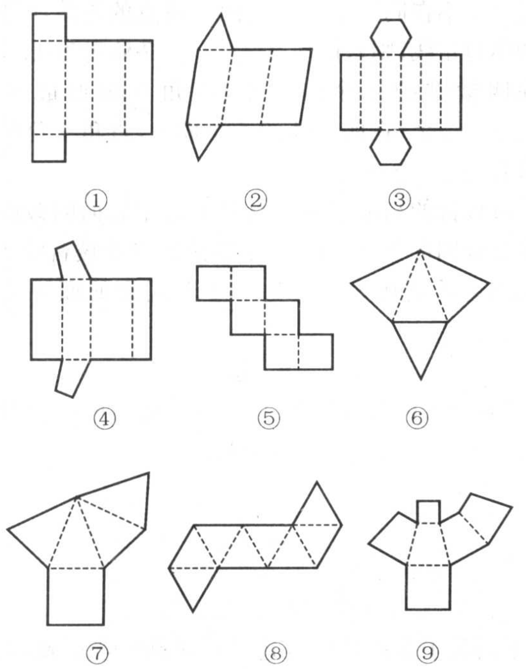


图 1－7

解　①正四棱柱，②斜三棱柱，③正六棱柱，④直四棱柱，⑤正方体，⑥正三棱锥，⑦正四棱锥，⑧正八面体，⑨正四棱台.

例 2　指出图 1－8 是由哪些简单几何体组成.

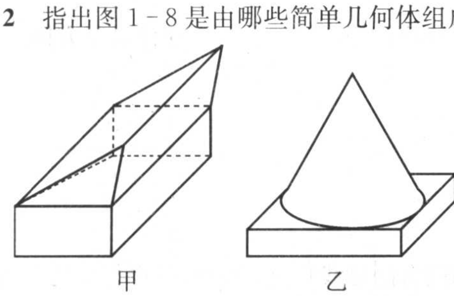


图 1－8

分析　分割原图，使它们每一部分都是简单的基本几何体.

解　图甲是一个三棱柱和一个四棱柱组合而成的.

图乙是一个圆锥和一个棱柱组合而成的.

注意　复杂的几何体常常通过分割，使它们成为若干个简单的基本几何体的组合，然后通过基本几何体来解决问题.

例 3　如图 1－9，用一个平行于圆锥底面的平面截该圆锥，截得圆台上、下底面半径的比为 1∶4，截去的圆锥的母线长为 3 cm，求圆台的母线长.

解　如图 1－9，设圆台的母线长为 y cm，小圆锥底面与原圆锥底面的半径分别为 x cm，$4x$ cm. 根据相似三角形的性质得 $\frac{3}{3+y}=\frac{x}{4x}$. 解得 $y=9$. 所以圆台的母线长为 9 cm.

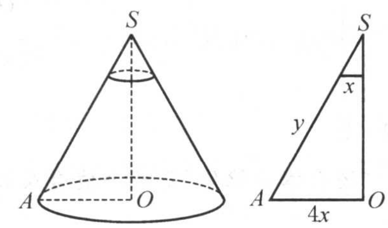


图 1－9

注意　解决此类问题的常用方法是将空间问题转化为平面问题，作出其平面图形是关键.

例 4　将一个三角尺绕它的一边旋转一周，能得到怎样的几何体？

解　若以三角尺的斜边为轴旋转一周得到的几何体是如图1－10所示的简单组合体；若以三角尺的两直角边为轴旋转一周得到的几何体是圆锥.

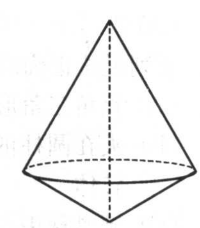


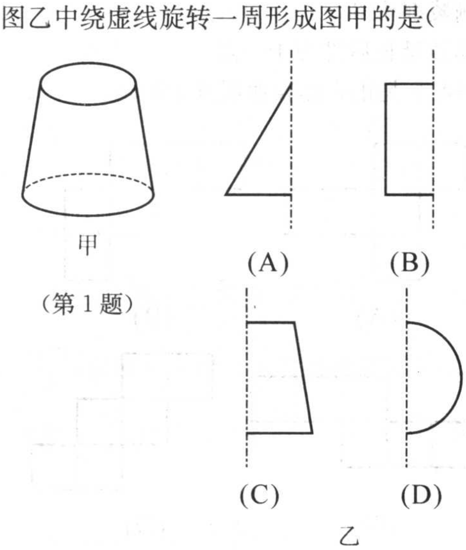
图 1－10

注意　本题应根据旋转轴的不同进行分类讨论.

训练

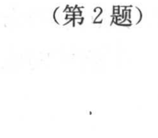
A　组

1. 由图乙中绕虚线旋转一周形成图甲的是（　　）.



（第 1 题）

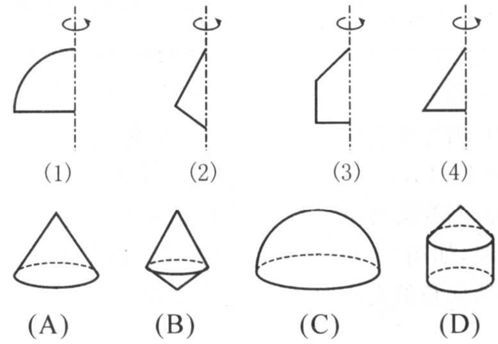
2. 在下列几何体中，能截出如图所示的截面形状的是（　　）.



（第 2 题）

(A) 球
(B) 圆柱
(C) 棱柱
(D) 棱锥

3. 如图，第一排的图形绕虚线旋转一周能形成第二排中的某个几何体.请把第一排、第二排中相应的图形用线连接起来.



（第 3 题）

4. 下列命题错误的是(　　).

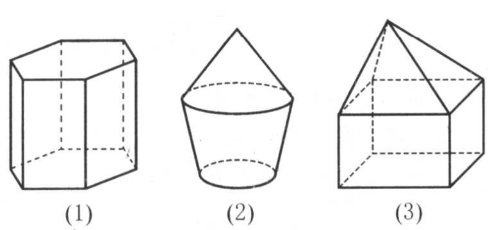
(A) 圆柱的轴截面是过母线的截面中面积最大的一个

(B) 圆锥的轴截面是所有过顶点的截面中面积最大的一个

(C) 圆台的所有平行于底面的截面都是圆

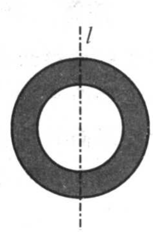
(D) 圆锥所有的轴截面是等腰三角形

5. 说出如图所示的几何体的主要结构特征.



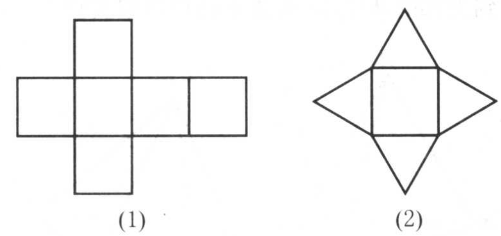
（第 5 题）

6. 如图，一个圆环绕着过圆心的直线 l 旋转 180°，想象它形成的几何体的结构特征，试着说出它的名称.



（第 6 题）

7. 如图，两个图形都是立体图形的平面展开图，你能分别说出这两个立体图形的名称吗？

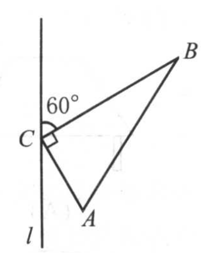


（第 7 题）

B　组

8. 用一个平面去截一个长方体能得到哪些截面？

9. 如图，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$AB=10$，$AC=5$，$\angle ACB=90°$. 现将$\triangle ABC$ 绕过点 C 的直线 l 旋转一周，想象它形成的几何体的结构特征.



（第 9 题）

10. 根据下列几何结构特征的描述，说出几何体的名称：

(1) 由 4 个相同的正三角形围成；

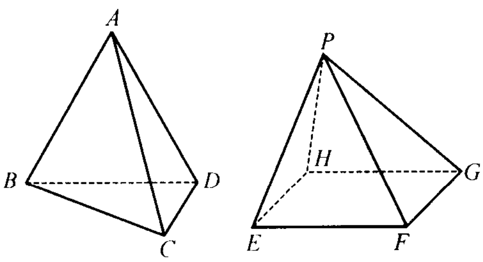
(2) 由 8 个相同的正三角形围成；

(3) 由 5 个面围成，其中 2 个面是互相平行且相似的三角形，其余各面是全等的等腰梯形.

11. (1) 连接正四面体各面的中心，组成的几何体是什么？

(2) 连接正方体各面的中心，组成的几何体是什么？

12. 如图,三棱锥 $A-BCD$、四棱锥 $P-EFGH$ 的所有棱长都为 a. 现将点 A,C,D 分别与点 P,E,H 重合,会得到怎样的几何体(大家不妨用模型实验)?



(第 12 题)

1.2 空间几何体的三视图和直观图

课时 中心投影与平行投影、空间几何体的三视图

例 说

例 1 如图 1-11,采用中心投影画法的是(　　).

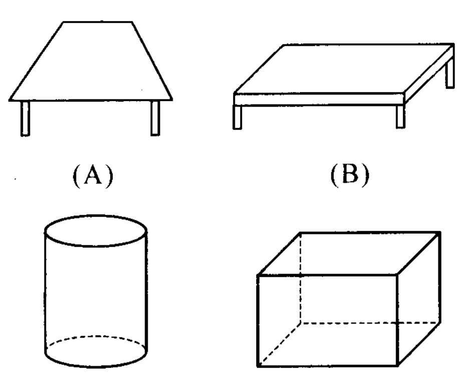


图 1-11

解 由中心投影的定义及特点,易知 A 是采用中心投影画的.

中心投影的投射线是由同一个点发出的,而平行投影的投射线都是互相平行的.

例 2 一个等腰直角三角形在一个平面内的平行投影可能是下列图形中的________(把你认为正确的选项代号都填上).

①等腰直角三角形;②直角非等腰三角形;③钝角三角形;④锐角三角形;⑤线段.

解 (1) 当等腰直角三角形所在的平面与投影面平行时,如图 1-12,它的正投影是与它全等的等腰直角三角形.

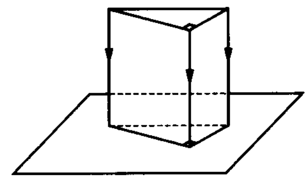


图 1-12

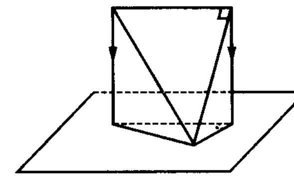


图 1-13

(2) 当等腰直角三角形的一条直角边与投影面平行时,如图 1-13,它的正投影是直角非等腰三角形.

(3) 当等腰直角三角形的斜边在投影面内或与投影面平行时,如图1-14,改变等腰直角三角形所在平面与投影面所成角的大小,它的正投影为钝角三角形.

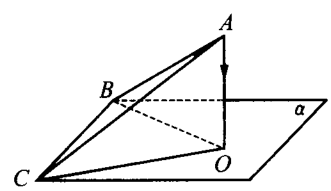


图 1-14

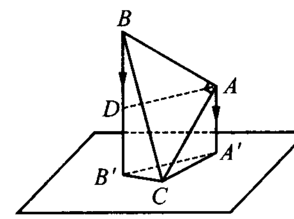


图 1-15

令 $AB=AC=1$,则 $BC=\sqrt{2}$,$AO\perp\alpha$,则$\triangle BCO$ 就是$\triangle BCA$ 在 α 内的正投影. 当 $AO=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 时,$BO=\dfrac{1}{2}$,$CO=\dfrac{1}{2}$,且有 $BO^2+CO^2=\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{4}<2=BC^2$,所以$\angle BOC$ 为钝角. 所以$\triangle BOC$ 为钝角三角形.

(4) 当等腰直角三角形的任何一边都不与投影面平行时,如图 1-15,这时等腰直角三角形的正投影为锐角三角形. 若令 $AB=AC=2$,$\angle BAC=90°$,则 $BC=2\sqrt{2}$. 又令 $AA'=1$,$BB'=2$,则在 $\mathrm{Rt}\triangle AA'C$ 中,$A'C=\sqrt{3}$;在 $\mathrm{Rt}\triangle BB'C$中,$B'C=2$. 过点 A 作 $AD\perp BB'$,则有 $B'D=AA'=1$,故 $BD=1$. 在 $\mathrm{Rt}\triangle ABD$ 中,$AD=\sqrt{3}$,即 $A'B'=AD=\sqrt{3}$. 在$\triangle A'B'C'$中,$A'B'^2+A'C^2=(\sqrt{3})^2+(\sqrt{3})^2=6>4=B'C^2$,所以$\triangle A'B'C$ 是锐角三角形.

(5) 当等腰直角三角形所在平面与投影面垂直时,它的正投影是一条线段.

故应填①②③④⑤.

解决此类问题时,应全面考虑等腰直角三角形相对投影面的各种情况. 如等腰直角三角形所在平面与投影面平行、相交,相交时,需分别考虑直角边、斜边相对投影面的位置关系.

例 3 画出如图 1-16 所示的正四棱锥的三视图.

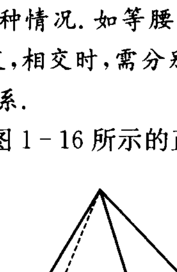


图 1-16

解　正四棱锥的三视图如图 1－17.

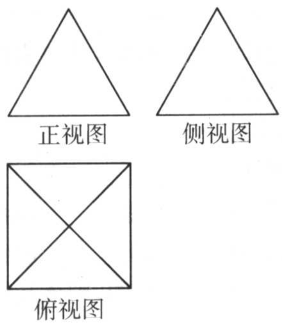


图 1－17

注意　(1) 一个物体的三视图的排列规则是:俯视图放在主视图的下面,长度与正视图一样;侧视图放在正视图的右面,高度与正视图一样;宽度与俯视图的宽度一样.即“长对正,高平齐,宽相等”.

(2) 三视图应满足:①棱用实线表示;②被挡的轮廓线用虚线表示;③不同的投影面三视图也不一样,一般所取的投影面是较规则图形.

例 4　如图 1－18 是一个用不同放法放置的圆柱,阴影面为正面,试画出其三视图.

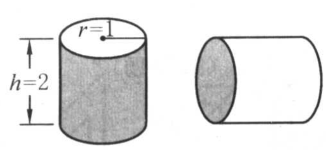


图 1－18

解　其三视图分别是图 1－19、图 1－20.

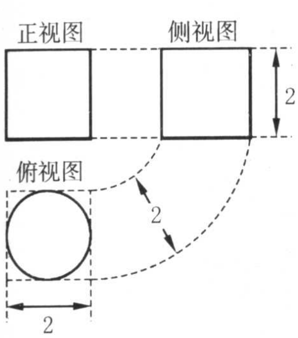


图 1－19

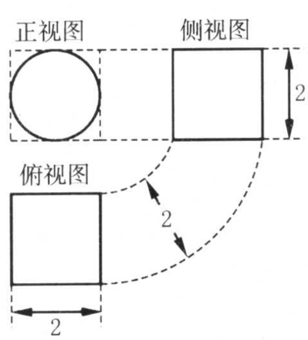


图 1－20

注意　结合圆柱模型画图,准确表示三视图中长度的对应关系.

例 5　(1) 画出图 1－21 所示的几何体的三视图.

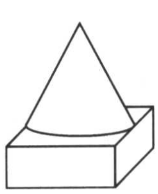


图 1－21

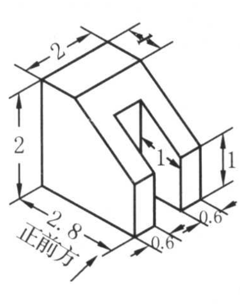


图 1－22

(2) 如图 1－22,设所给的方向为机器零件的正前方,试画出它的三视图.

解　(1) 图 1－21 的几何体的三视图是图 1－23.

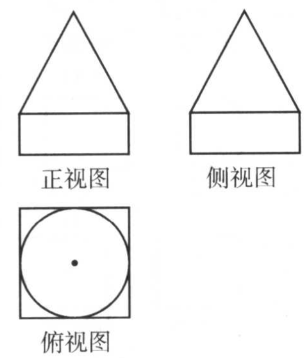


图 1－23

(2) 该零件的三视图如图 1－24 所示.

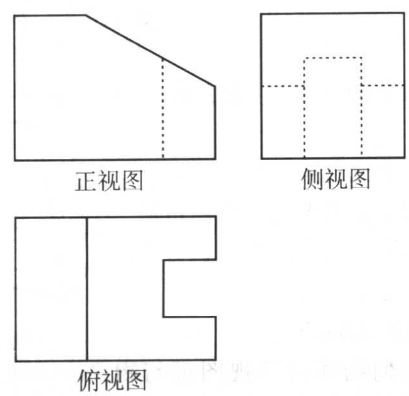


图 1－24

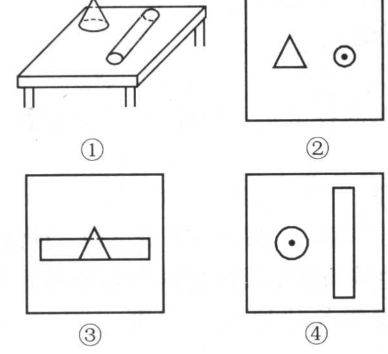
注意　(1) 组合体应选择最能反映组合体形状特征的方向为正视图的投影方向,其他视图可根据正视图投影关系画出.

(2) 把组合体分解成基本几何体,就可画出组合体的三视图.

训　练

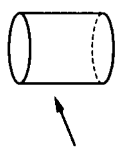
A　组

1. 如图①,桌上放着一个圆锥和一个圆柱,则图②、③、④所示的视图分别是________视图.

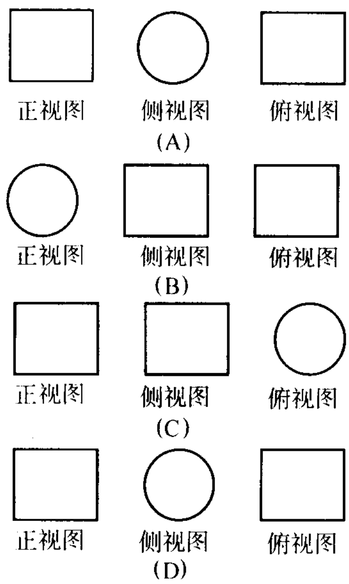


(第 1 题)

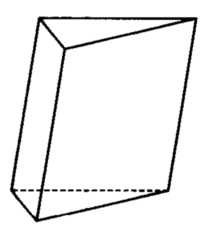
2. 如图，水平放置的圆柱形物体的三视图是(　　).



（第 2 题）

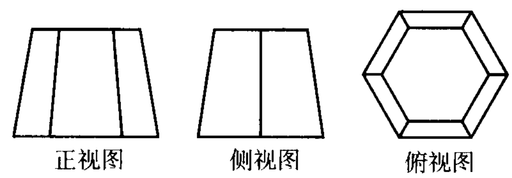


3. 观察图中的三棱柱，则它的三视图是(　　).
(A) 三个三角形
(B) 两个长方形和一个三角形
(C) 两个三角形和一个长方形
(D) 三个长方形



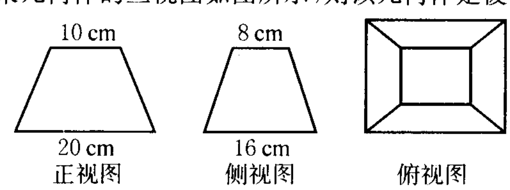
（第 3 题）

4. 下列说法正确的是(　　).
(A) 任何物体的三视图都与物体摆放位置有关
(B) 任何物体的三视图都与物体摆放位置无关
(C) 有的物体的三视图与物体的摆放位置无关
(D) 正方体的三视图一定是三个全等的正方形
5. 给出下列命题：
①若一个几何体的三视图是完全相同的，则这个几何体是正方形；
②若一个几何体的正视图与俯视图都是矩形，则这个几何体是长方体；
③若一个几何体的三视图都是矩形，则这个几何体是长方体；
④若一个几何体的正视图和侧视图都是等腰梯形，则这个几何体是圆台.
其中真命题是(　　).
(A) ①②　(B) ③　(C) ②③　(D) ④
6. 若一图形的投影是一条线段，则这个图形不可能是(　　).
(A) 线段　(B) 直线　(C) 圆　(D) 梯形
7. 直线与投影面的位置关系可分下列三种情况：
(1) 当直线与投影面斜交时，这时直线上某一条线段的投影长比原线段长度________（填“长”或“短”）；
(2) 当直线与投影面垂直时，这时直线的投影是________；
(3) 当直线与投影面平行时，这时直线上某一条线段的长与投影长________.
8. 球的三视图都是________；
长方体的三视图都是________；
圆锥的正视图、侧视图都是______，俯视图是______；
圆柱的正视图、侧视图都是______，俯视图是______.
9. 如图是一个几何体的三视图，则该几何体是_______.



（第 9 题）

10. 某几何体的三视图如图所示，则该几何体是棱台吗？



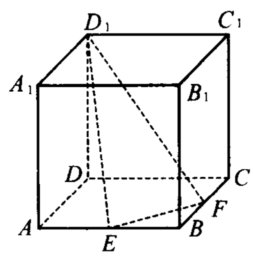
（第 10 题）

B 组

11. 写出一个平行四边形的平行投影的所有可能的结果.

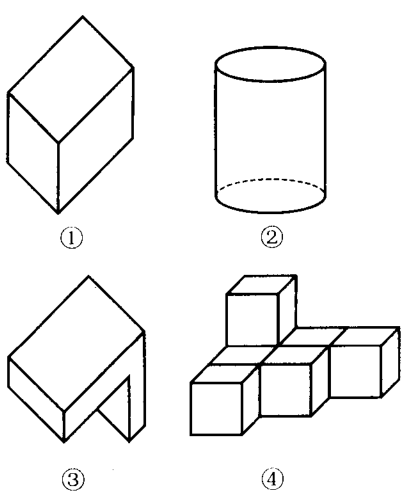
12. 若一个平面图形在一个平面 α 内的平行投影是正方形，则这个图形的形状是什么？

13. 如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E,F 分别是 AB,BC 的中点，写出 $\triangle D_1EF$ 在该正方体面上的所有投影.



（第 13 题）

14. 画出下列几何体的三视图.



（第 14 题）

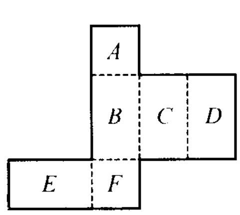
15. 如图是一个多面体的展开图，每个面内都标注了字母. 解答下列问题：

（1）这个几何体是什么形状？

（2）若面 A 在几何体的底部，则哪一个面会在上面？

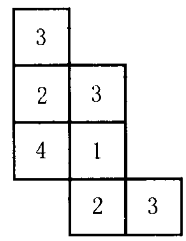
（3）若面 F 在前面，从左边看是面 B，则哪一个面会在上面？

（4）若从右边看是面 C，面 D 在后面，则哪一个面会在上面？



（第 15 题）

16. 如图是由小立方体搭成的几何体的俯视图，小正方形中的数字表示在该位置的小立方体的个数，请画出它的正视图和侧视图.



（第 16 题）

17. 若一个梯形的平行投影仍为梯形，求证：原梯形的中位线的平行投影也是其平行投影的对应中位线.

第2课时　空间几何体的直观图

例说

例 1　画出水平放置的等腰梯形的直观图.

画法：（1）如图 1-25，取 AB 所在的直线为 x 轴，以 AB 的中点 O 为原点，建立平面直角坐标系 xOy，画对应的坐标系 $x'O'y'$，使 $\angle x'O'y'=45°$.

（2）以 O' 为中点，在 x' 轴上取 $A'B'=AB$，在 y' 轴上取 $O'E'=\frac{1}{2}OE$，以 E' 为中点画 $C'D'\parallel x'$ 轴，并使 $C'D'=CD$.

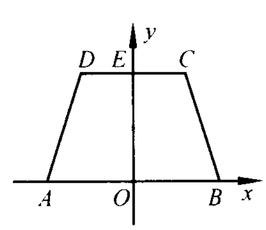


图 1-25

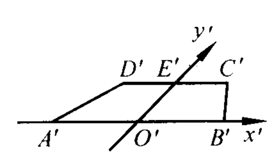


图 1-26

（3）连接 $B'C'$，$D'A'$，所得的四边形 $A'B'C'D'$ 就是水平放置的等腰梯形 $ABCD$ 的直观图，如图 1-26.

画水平放置的直观图应遵循：

（1）在新坐标系中，$\angle x'O'y'=45°$；

（2）平行于 x' 轴的线段长与原长相等，即 $A'B'=AB$，$C'D'=CD$；

（3）平行于 y' 轴的线段长是原长的 $\frac{1}{2}$，即 $O'E'=\frac{1}{2}OE$.

例2 用斜二测画法画出正六棱柱(底面为正六边形,侧面为矩形的棱柱)的直观图.

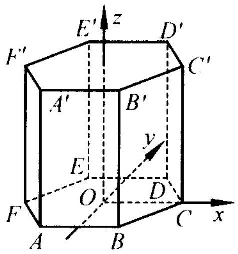


图1-27

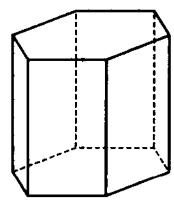


图1-28

画法 (1) 画 Ox 轴、Oy 轴、Oz 轴,使 $\angle xOy=45°$(或 $135°$),$\angle xOz=90°$,如图1-27.

(2) 以点 O 为中心,在 xOy 平面内,画出正六边形的直观图 $ABCDEF$.

(3) 过 A,B,C,D,E,F 各点,分别作 z 轴的平行线,并且在这些平行线上分别截取 $AA'=BB'=CC'=DD'=EE'=FF'$,使它们都等于侧棱长.

(4) 顺次连接 A',B',C',D',E',F',A',并擦去辅助线,就得到正六棱柱的直观图1-28.

[redacted] (1) 在画水平放置的平面图形的直观图时,选取适当的直角坐标系是关键,一般要使得平面多边形尽可能多的顶点在坐标轴上.画正六棱柱的直观图时,只需在底面平面图形的直观图的基础上,画一个与 x 轴、y 轴都垂直的 z 轴,且平行于 z 轴的线段的长度不变.

(2) 原图中的共线点,在直观图中仍是共线点;原图中的共点线,在直观图中仍是共点线;原图中的平行线,在直观图中仍是平行线.这些都可作为检验图形是否正确的依据.

例3 如图1-29,已知几何体的三视图,用斜二测画法画出它的直观图.

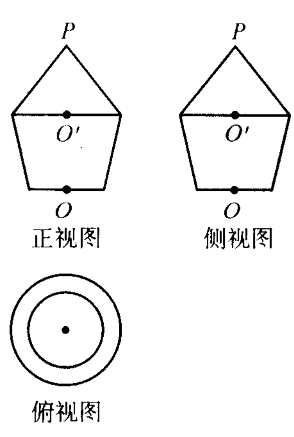


图1-29

画法 (1) 如图1-30,画 x 轴、y 轴、z 轴,使 $\angle xOy=45°$,$\angle xOz=90°$.

(2) 利用斜二测画法,画圆台的两底面.画出底面 $\odot O$,在 z 轴上截取 OO',使 OO' 等于三视图中的对应高度.过点 O' 作 Ox 的平行线 $O'x'$,Oy 的平行线 $O'y'$,利用 $O'x'$ 与 $O'y'$,画出上底面 $\odot O'$.

(3) 画圆锥的顶点.在 Oz 上取点 P,使 PO' 等于三视图中的对应高度.

(4) 连接 $PA',PB',A'A,B'B$,整理得到三视图表示的几何体的直观图,如图1-31.

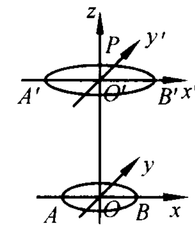


图1-30

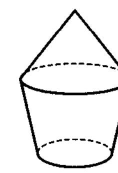


图1-31

[redacted] 由三视图判断这个几何体是一个简单组合体,它的下部是一个圆台,上部是一个圆锥.

例4 已知正三角形 ABC 的边长为 a,则 $\triangle ABC$ 的平面直观图 $\triangle A'B'C'$ 的面积为( ).

(A) $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{8}a^2$

(C) $\frac{\sqrt{6}}{8}a^2$ (D) $\frac{\sqrt{6}}{16}a^2$

解 图1-33是图1-32的直观图.

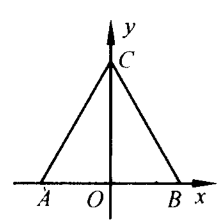


图1-32

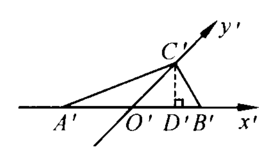


图1-33

由图1-33可知,$A'B'=AB=a$,$O'C'=\frac{1}{2}OC=\frac{\sqrt{3}}{4}a$.

在图1-33中,作 $C'D'\perp A'B'$ 于点 D',

则 $C'D'=\frac{\sqrt{2}}{2}O'C'=\frac{\sqrt{6}}{8}a$,

$\therefore$ $S_{\triangle A'B'C'}=\frac{1}{2}A'B'\cdot C'D'=\frac{\sqrt{6}}{16}a^2$.故选D.

[redacted] 本例是求直观图的面积.解决这类问题通常先在直观图中求出直观图的底和高,然后运用三角形的面积公式求解.

训 练

A 组

1. 给出下列四个命题:

①从投影的角度看,三视图和斜二测画法画出的直观图都是在平行投影下画出来的空间图形;

②平行投影的投影线互相平行,中心投影的投影线相

交于一点；

③空间图形经过中心投影后，直线仍是直线，但平行线可能变成了相交直线；

④空间几何体在平行投影与中心投影下有不同的表现形式.

其中真命题的个数是(　　).

(A) 1　　(B) 2　　(C) 3　　(D) 4

2. 下列说法正确的是(　　).

(A) 互相垂直的两条直线的直观图仍然是互相垂直的两条直线

(B) 梯形的直观图可能是平行四边形

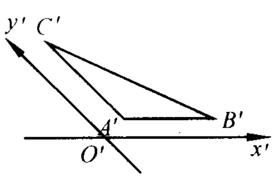
(C) 矩形的直观图可能是梯形

(D) 正方形的直观图可能是平行四边形

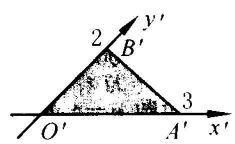
3. 如图，直观图所示的平面图形是(　　)(其中 $A'C' \parallel y'$ 轴，$A'B' \parallel x'$ 轴).

(A) 正三角形　　(B) 锐角三角形

(C) 钝角三角形　　(D) 直角三角形



(第 3 题)

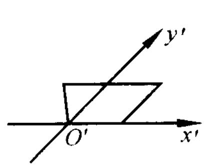


(第 4 题)

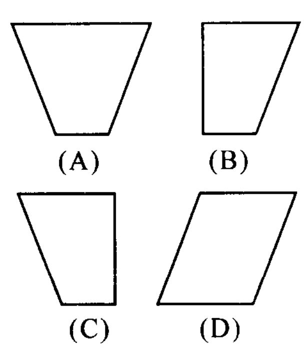
4. 如图所示的直观图(阴影)，其平面图形的面积为(　　).

(A) 3　　(B) $\frac{3}{2}\sqrt{2}$　　(C) 6　　(D) $3\sqrt{2}$

5. 如图是一平面图形的直观图，则此平面图形可能是右图中的(　　).



(第 5 题)



6. 已知等腰梯形的底角为 45°，腰长和上底长均为 1，则其水平放置的直观图的面积为(下底在 x 轴上)________.

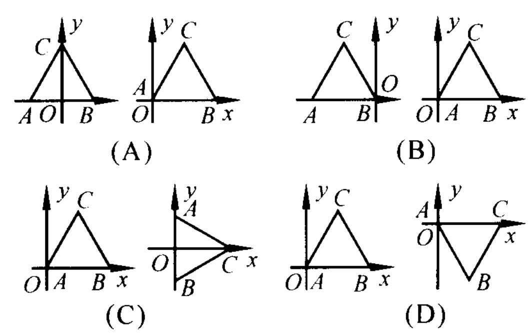
7. 水平放置的$\triangle ABC$，若其 BC 边与 x 轴平行，$BC=a$，其直观图$\triangle A'B'C'$是以 $B'C'$ 为斜边的等腰直角三角形，则$\triangle ABC$ 的面积为________.

8. 画一个底面半径为 2 cm，高为 3 cm 的圆柱的直观图.

9. 画出水平放置的菱形的直观图，其中菱形的边长为 2 cm，一个内角为 60°.

B 组

10. 如图，建立坐标系，得到的正三角形 ABC 的直观图不是全等三角形的一组是(　　).



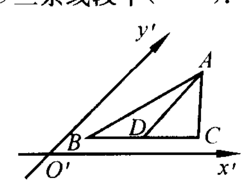
11. 如图是水平放置的$\triangle ABC$ 的直观图，D 是$\triangle ABC$ 的 BC 边的中点，则 AB,AD,AC 三条线段中(　　).

(A) 最长的是 AB，最短的是 AC

(B) 最长的是 AC，最短的是 AB

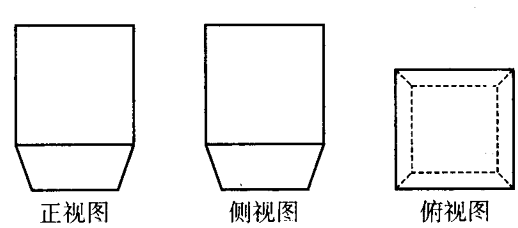
(C) 最长的是 AB，最短的是 AD

(D) 最长的是 AD，最短的是 AC



(第 11 题)

12. 如图，已知几何体的三视图，用斜二测画法画出它的直观图.



(第 12 题)

13. 画出长、宽、高分别为 4 cm，3 cm，2 cm 的长方体的中心投影下的直观图及平行投影下的直观图.