

地基基础设计 简明手册

DIJI JICHU SHEJI
JIANMING SHOUC

郭继武 编著

TU47/37

2008

地基基础设计 简明手册

郭继武 编著

机械工业出版社

本手册参照现行规范编写,共分15章,内容包括:建筑结构和地基基础概率极限状态设计,土的物理和力学性质,地基应力和变形计算,土的抗剪强度与地基承载力,挡土墙的土压力与边坡稳定,工程地质勘察,建筑地基基础设计原则,扩展基础、条形基础、筏形基础、箱形基础设计,软弱地基,桩基础,地基基础抗震设计,以及基槽检验与地基的局部处理等。

为了简化计算,提高设计质量,本手册对建筑地基基础设计中经常需要试算的内容,大部分都给出了直接算法,并附有计算图表,还列举了一些有代表性的例题供读者学习参考。

本手册可供工程设计、施工技术人员学习参考,也可作为高校土木工程专业毕业设计参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

地基基础设计简明手册/郭继武编著. —北京:机械工业出版社, 2007. 10
ISBN 978 - 7 - 111 - 22598 - 0

I. 地… II. 郭… III. 地基 - 基础(工程) - 建筑设计 - 技术手册 IV. TU47 - 62

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 163344 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)
策划编辑:杨少彤 马 宏 责任编辑:马 宏 责任校对:吴美英
封面设计:鞠 杨 责任印制:邓 博
北京京丰印刷厂印刷
2008 年 1 月第 1 版·第 1 次印刷
184mm×260mm·26.5 印张·2 插页·658 千字
标准书号:ISBN 978 - 7 - 111 - 22598 - 0
定价:56.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换
销售服务热线电话:(010) 68326294
购书热线电话(010) 88379639 88379641 88379643
编辑热线电话:(010) 68327259
封面无防伪标均为盗版

前 言

为了提高按现行规范进行设计的效率，深入理解有关规范条文的内容，我们编写了这本《地基基础设计简明手册》，供土木工程专业广大教师、学生和土建工程技术人员参考。

本手册共分 15 章。内容包括：建筑结构和地基基础概率极限状态设计，土的物理和力学性质，地基应力和变形计算，土的抗剪强度与地基承载力，挡土墙的土压力及边坡稳定，工程地质勘察，建筑地基基础设计原则，扩展基础、条形基础、筏形基础、箱形基础设计，软弱地基，桩基础，地基基础抗震设计，以及基槽检验与地基的局部处理等。

本手册特别编入了“建筑结构和地基基础概率极限状态设计法”一章，主要介绍概率论基本术语、概率分布类型、结构和地基基础可靠性和可靠指标、荷载代表值及其组合，以及极限状态设计法实用表达式，目的在于使不熟悉概率极限状态设计法的读者对这部分内容有一个基本了解，以减少读者查阅有关专门书籍之劳和难于选择之苦。

为了简化计算，提高设计质量，本手册对建筑地基基础设计中经常需要试算的内容，大部分都给出了直接算法，并附有计算图表。这些内容包括：

- (1) 按应力比法确定地基压缩层厚度；
- (2) 单向和双向偏心荷载下基础底面尺寸的确定；
- (3) 扩展基础高度的确定；
- (4) 换土垫层厚度的确定；
- (5) 单向和双向偏心荷载下桩基中桩的排列和桩数的确定。

为了正确理解有关规范条文的内容，本手册对规范条文作了详细的讲述和分析。如在建筑结构和地基基础概率极限状态设计中，对极限状态的含义和荷载取值原则作了必要的解释。又如，在地基基础抗震设计中，对土的液化初步判别式及图表的来源作了详细的说明等。

为了使读者更好地掌握手册中的基础理论知识和有关规范条文内容，手册中列举了一些有代表性的例题，在解题过程中，力求步骤清晰，说明详尽。

在编写本手册过程中，参考和引用了一些公开发表的文献和资料内容，谨向这些作者表示感谢。

由于编者水平所限，书中可能存在疏漏之处，请读者指正。

目 录

前言

第1章 建筑结构和地基基础概率

极限状态设计法 1

1.1 结构可靠度应用概率简介 1

1.1.1 概率论的基本术语 1

1.1.1.1 随机现象和随机变量 1

1.1.1.2 随机事件 1

1.1.1.3 频率和概率 1

1.1.1.4 频率直方图 1

1.1.1.5 平均值、标准差和变异系数 3

1.1.2 概率分布密度、分布函数和特征值 5

1.1.2.1 概率分布密度和分布函数 5

1.1.2.2 特征值（分位值） 7

1.2 建筑结构荷载 8

1.2.1 荷载的分类 8

1.2.2 荷载代表值 8

1.2.2.1 荷载标准值 9

1.2.2.2 荷载组合值 12

1.2.2.3 荷载频遇值 12

1.2.2.4 荷载准永久值 12

1.3 建筑结构概率极限状态设计法 13

1.3.1 结构功能及其极限状态 13

1.3.1.1 结构的功能 13

1.3.1.2 结构功能的极限状态 14

1.3.2 极限状态设计法 14

1.3.2.1 失效概率与可靠指标 14

1.3.2.2 概率极限状态设计法 16

1.3.2.3 极限状态实用设计表达式 18

1.3.2.4 地基基础设计时荷载效应组合及相应的抗力 21

第2章 地基土的物理性质及岩土

的分类 22

2.1 土的组成 22

2.1.1 土的固体颗粒 22

2.1.2 土中水 24

2.1.3 土中气体 24

2.2 土的物理性质指标 25

2.2.1 土的质量密度和重力密度 25

2.2.2 土的含水量 25

2.2.3 土粒相对密度（比重） 26

2.2.4 土的干密度和干重度 26

2.2.5 土的饱和密度和饱和重度 26

2.2.6 土的有效重度 27

2.2.7 土的孔隙比 27

2.2.8 孔隙率 27

2.2.9 饱和度 28

2.3 粘性土的塑性 30

2.3.1 塑限 31

2.3.2 液限 31

2.3.3 塑性指数 31

2.3.4 液性指数 32

2.4 地基岩土的分类及物理状态 32

2.4.1 地基岩土的分类 32

2.4.1.1 岩石 32

2.4.1.2 碎石土 33

2.4.1.3 砂土 33

2.4.1.4 粉土 33

2.4.1.5 粘性土 33

2.4.1.6 人工填土 34

2.4.2 地基岩土的物理状态 34

2.4.2.1 碎石土 34

2.4.2.2 砂土 35

2.4.2.3 粘性土 36

2.4.2.4 粉土	36	5.1 概述	86
第3章 地基中的应力	37	5.2 土的抗剪强度	86
3.1 自重应力的计算	37	5.3 土的极限平衡理论	87
3.1.1 均匀地基情形	37	5.3.1 土中某点的应力状态	88
3.1.2 分层地基情形	38	5.3.2 土的极限平衡条件	89
3.2 附加应力的计算	40	5.4 土的抗剪强度指标的测定方法	91
3.2.1 竖向集中荷载下地基中的 应力和位移	41	5.4.1 直接剪切试验	91
3.2.2 矩形荷载下地基中的应力	44	5.4.2 三轴剪切试验	92
3.2.3 圆形荷载下地基中的应力	51	5.4.3 十字板剪切试验	92
3.2.4 条形荷载下地基中的应力	54	5.4.4 大型直剪试验	93
3.3 基础埋置深度对附加应力的影响	57	5.4.5 饱和粘性土剪切试验 方法的选择	93
3.3.1 基础底面压力的计算	58	5.5 地基临塑压力、临界压力 与极限压力	94
3.3.1.1 轴心受压基础	58	5.5.1 地基临塑压力(比例界限)	94
3.3.1.2 偏心受压基础	59	5.5.2 地基临界压力 $p_{1/4}$ 和 $p_{1/3}$	96
3.3.2 基础底面附加应力的计算	62	5.5.3 地基的极限压力	97
第4章 地基变形的计算	65	5.6 地基承载力特征值的确定	99
4.1 土的压缩性	65	5.6.1 基本要求	99
4.1.1 基本概念	65	5.6.2 地基承载力特征值的确定	100
4.1.2 压缩试验和压缩曲线	65	5.6.2.1 按载荷试验 p - s 曲线 确定	100
4.1.3 压缩系数和压缩模量	66	5.6.2.2 按理论公式确定	100
4.1.4 变形模量	69	5.6.2.3 按《建筑地基基础设计 规范》(GBJ7—1989) 表格确定	103
4.1.5 变形模量与压缩模量 之间的关系	70	第6章 挡土墙的土压力与 边坡稳定	109
4.2 地基最终沉降量的计算	71	6.1 概述	109
4.2.1 分层总和法	71	6.2 土压力的分类	109
4.2.2 《建筑地基基础设计规范》 (GB50007—2002) 推荐法	72	6.3 朗金土压力理论	111
4.2.3 《建筑地基基础设计规范》 (GB50007—2002) 推荐法 的简化	76	6.3.1 主动土压力	111
4.2.4 地基压缩层厚度的确定	78	6.3.2 被动土压力	114
4.3 地基沉降与时间关系的估算	82	6.4 库伦土压力理论	116
4.4 建筑物的沉降观测	84	6.4.1 主动土压力	116
4.4.1 水准基点的设置	85	6.4.2 被动土压力	129
4.4.2 观测点设置	85	6.5 特殊情况下土压力的计算	130
4.4.3 水准测量	85	6.5.1 填土表面有均布荷载	130
第5章 土的抗剪强度与地基 承载力	86	6.5.2 成层填土情形	131
		6.5.3 墙后有地下水情形	132
		6.6 按规范方法计算主动土压力	134

6.6.1 数解法	134	8.3.2 地基土的冻胀性	161
6.6.2 查表法	135	8.3.3 相邻房屋和构筑物基础 埋深的影响	164
6.7 挡土墙设计	137	8.3.4 地下水的情况	165
6.7.1 挡土墙的类型与尺寸选择	137	8.4 地基计算	165
6.7.2 挡土墙计算	138	8.4.1 按承载力计算	165
6.7.3 墙后回填土料选择与排水	141	8.4.2 按变形计算	166
6.8 边坡稳定的分析	143	8.4.3 按稳定性计算	166
6.8.1 简单边坡的稳定性计算	143	8.5 地基基础设计等级	166
6.8.2 边坡稳定措施	145	8.6 地基基础设计的规定	166
第7章 工程地质勘察	147	8.7 地基变形的分类	168
7.1 工程地质勘察的目的和要求	147	8.8 地基允许变形值	169
7.1.1 选择场址勘察	147	第9章 无筋和配筋扩展基础	170
7.1.2 初步勘察	147	9.1 无筋扩展基础类型	170
7.1.3 详细勘察阶段	147	9.1.1 砖基础	170
7.2 勘探方法	149	9.1.2 毛石基础	171
7.2.1 钻探	149	9.1.3 灰土基础	171
7.2.2 动力触探	150	9.1.4 三合土基础	172
7.2.3 槽探	150	9.1.5 混凝土和毛石混凝土	172
7.3 土的野外鉴别与描述	151	9.2 基础底面尺寸的确定	173
7.4 地下水	153	9.2.1 轴心受压基础	173
7.4.1 地下水的埋藏条件	153	9.2.2 偏心受压基础	177
7.4.2 地下水位及其变化幅度	153	9.2.3 偏心受压基础直接计算法	179
7.4.3 地下水的侵蚀性	153	9.2.3.1 墙下条形基础	179
7.5 岩土工程勘察报告	154	9.2.3.2 柱下独立基础	187
7.5.1 勘察报告的编制	154	9.3 无筋扩展基础剖面设计计算	213
7.5.2 勘察报告实例	154	9.4 扩展基础剖面及配筋设计计算	215
7.5.2.1 简介	154	9.4.1 扩展基础的构造要求	215
7.5.2.2 拟建场区的工程地质 条件	156	9.4.1.1 现浇墙下条形基础	215
7.5.2.3 拟建场区的水文地质 条件	157	9.4.1.2 现浇柱下独立基础	217
7.5.2.4 场地与地基的建筑抗震 设计基本条件	159	9.4.1.3 预制钢筋混凝土柱杯形 基础	218
7.5.2.5 地基方案及相关建议	159	9.4.2 条形基础底板厚度和配筋 的确定	219
7.5.2.6 有关施工的建议	159	9.4.2.1 中心受压基础	219
第8章 建筑地基基础的设计原则	160	9.4.2.2 偏心受压基础	221
8.1 一般要求	160	9.4.3 柱下单独基础底板厚度和 配筋的计算	221
8.2 地基基础设计步骤	160	9.4.3.1 中心受压基础	221
8.3 基础埋置深度的确定	160	9.4.3.2 偏心受压基础	226
8.3.1 建筑场地土的性质和 建筑物的类型	161	9.5 柱下独立基础底板弯矩 简捷计算法	230

第 10 章 柱下条形和交叉条形

基础	233
10.1 柱下条形基础	233
10.1.1 概述	233
10.1.2 倒梁法	233
10.1.3 弹性地基梁的基本微分 方程	236
10.1.4 按基床系数法解弹性 地基梁	237
10.1.4.1 微分方程的建立 与解答	237
10.1.4.2 无限长梁的计算	239
10.1.4.3 长梁与短梁的划分 标准	244
10.1.4.4 半无限长梁	244
10.1.4.5 短梁的计算	253
10.1.5 按差分法解弹性地基梁	257
10.1.5.1 差分方程的推导	257
10.1.5.2 按差分法计算温克尔 地基梁	258
10.1.6 按链杆法解弹性地基梁	265
10.1.6.1 基本原理	265
10.1.6.2 链杆法方程的建立	265
10.1.6.3 相对位移 δ_k 的计算	266
10.1.7 非均质地基上梁的计算	272
10.1.7.1 地基沉降系数 η_k 的 计算	272
10.1.7.2 压缩层的确定问题	276
10.2 柱下交叉条形基础	279
10.2.1 柱下交叉条形基础内力 分析——简化法	279
10.2.1.1 中柱节点	279
10.2.1.2 边柱节点	280
10.2.1.3 角柱节点	281
10.2.2 节点分配荷载的修正	282
10.3 柱下条形和交叉条形基础构造	285

第 11 章 筏形基础和箱形基础

11.1 筏形基础的设计	288
11.1.1 一般规定	288
11.1.2 弹性地基板的内力计算—— 差分法	289

11.1.3 筏形基础底板承载力 的计算	295
11.1.3.1 平板式筏基	295
11.1.3.2 梁板式筏基	303
11.2 箱形基础的设计	304
11.2.1 概述	304
11.2.2 一般规定	304
11.2.3 地基计算	305
11.2.3.1 计算原则	305
11.2.3.2 埋置深度的确定	305
11.2.3.3 地基承载力的计算	305
11.2.3.4 地基变形的计算	306
11.2.4 箱形基础结构计算	309
11.2.4.1 基础底面反力的计算	309
11.2.4.2 箱形基础底板、顶板 厚度的确定	310
11.2.4.3 箱形基础弯曲内力 的计算	312
11.2.4.4 箱形基础墙体承载力 的计算	314
11.2.5 箱形基础构造要求	316

第 12 章 软弱地基

12.1 一般要求	319
12.2 建筑措施	319
12.3 结构措施	321
12.3.1 减小基础底面附加应力	321
12.3.2 调整各部分的荷载分布、 基础宽度或埋置深度	321
12.3.3 选用较小的基底应力	321
12.3.4 增加基础和上部结构的 整体刚度和强度	321
12.4 软弱地基的处理	323
12.4.1 基本规定	323
12.4.2 换填垫层法	324
12.4.2.1 一般规定	324
12.4.2.2 设计	324
12.4.3 水泥粉煤灰碎石桩法	329
12.4.3.1 一般规定	329
12.4.3.2 设计	329
12.4.4 砂石桩法	333
12.4.4.1 一般规定	333
12.4.4.2 设计	333

12.5 压实填土的密实度	335	14.2.2 强震时的地面运动	385
12.5.1 土的压实原理	336	14.3 天然地基与基础抗震设计	385
12.5.2 影响压实效果的因素	336	14.3.1 可不进行天然地基与基础 抗震承载力验算的范围	385
12.5.3 压实填土的质量控制	337	14.3.2 天然地基抗震承载力验算	386
第13章 桩基础	338	14.4 液化土地基	387
13.1 桩的功能与种类	338	14.4.1 液化的概念	387
13.1.1 钢筋混凝土预制桩	338	14.4.2 影响土的液化的因素	388
13.1.2 灌注桩	338	14.4.3 液化土的判别	390
13.2 单桩竖向承载力的确定	340	14.4.4 液化地基的评价	395
13.2.1 根据土对桩的阻力确定	341	14.4.5 地基抗液化措施	398
13.2.2 根据桩身混凝土强度确定	345	14.5 桩基的抗震验算	399
13.3 单桩水平承载力的确定	346	14.5.1 桩基不需进行验算的范围	399
13.3.1 静载试验方法、临界荷载 和极限荷载	346	14.5.2 低桩承台桩基的抗震验算	400
13.3.2 单桩水平承载力的确定	347	14.6 软弱粘性土地基抗震设计	401
13.4 桩的根数及布置	349	第15章 基槽检验与地基的 局部处理	402
13.4.1 桩的平面布置	349	15.1 基槽检验	402
13.4.2 桩数的确定	350	15.1.1 观察验槽	402
13.4.3 桩基础直接计算法	352	15.1.2 钎探	403
13.5 承台的设计与计算	363	15.2 地基的局部处理	405
13.5.1 承台及其连系梁的构造	363	15.2.1 松土坑(填土、墓穴、淤泥等) 的处理	405
13.5.2 承台的计算	364	15.2.2 砖井或土井的处理	406
13.5.2.1 承台板厚度的确定	365	15.2.3 局部范围内硬土(或其他 硬物)的处理	407
13.5.2.2 承台板配筋计算	368	15.2.4 管道的处理	407
13.5.2.3 承台梁	370	15.2.5 “橡皮土”的处理	407
13.6 桩基沉降验算	370	15.2.6 人防通道的处理	408
13.6.1 验算范围	370	15.3 地基的局部处理实例	408
13.6.2 验算方法	370	附录	410
13.7 桩基设计的步骤	371	附录A 标准贯入试验和轻便触探 试验	410
第14章 地震区地基基础抗震 设计	376	附录B 抗剪强度指标的计算方法	411
14.1 场地	376	参考文献	416
14.1.1 建筑场地类别	376		
14.1.2 建筑场地评价及有关规定	378		
14.2 地震时地面运动特性	379		
14.2.1 场地土对地震波的作用、 土的卓越周期	379		

第 1 章 建筑结构和地基基础概率 极限状态设计法

1.1 结构可靠度应用概率简介

1.1.1 概率论的基本术语

1.1.1.1 随机现象和随机变量

对于具有多种可能发生的结果，而究竟发生哪一结果不能事先肯定的现象称为随机现象。表示随机现象各种结果的变量称为随机变量。例如，在结构中我们所遇到的荷载、材料强度；地基中土的物理力学指标等，都是随机变量。

1.1.1.2 随机事件

在概率中，为了叙述方便，通常把一个科学试验或对某一事物的某一特征的观察，统称为试验。而把试验的每一可能结果，称为随机事件，简称事件。

1.1.1.3 频率和概率

在试验中，事件 A 发生的次数 k ，即频数与试验总次数 n 的比值，称为事件 A 的发生频率。

由试验和理论分析可知，当试验次数 n 相当大时，事件 A 出现的频率 $\frac{k}{n}$ 是相当稳定的，即频率的数值总是在某个常数 p 附近摆动。因此，我们可用常数 p 来表示事件 A 出现可能性的大小，并把这个数值 p 称为事件 A 的概率，并记作 $P(A) = p$ 。

1.1.1.4 频率直方图

下面通过工程实例来说明频率直方图的作法及其应用。

【例题 1-1】 为了分析某工程混凝土抗压强度的波动情况，在浇灌混凝土过程中，制做了 348 个试块，并进行抗压试验，获得了一批试验数据（见表 1-1）。试绘制该工程混凝土立方体抗压强度频率直方图。

【解】（1）找出试验数据中的最大和最小值，并求出它们的极差，即差值

$$R = \{x\}_{\max} - \{x\}_{\min} = 33.0 - 17.0 = 16.0 \text{ (N/mm}^2\text{)}$$

（2）确定组距和组数。

将数据从小到大，分成若干组，组数可根据试验数据多少而定，本例选择组距 $C = 1 \text{ N/mm}^2$ ，于是组数为

$$K = \frac{R}{C} = \frac{16.0}{1.0} = 16 \text{ (组)}$$

（3）确定各组分点数值。

（4）算出各组数据出现的频数 k 。

(5) 算出各组数据出现的频率。

表 1-1 混凝土立方体抗压强度分组统计表

组序号	分组强度 $x/(\text{N/mm}^2)$	频数 k	频率 f^*	累积频率 Σf^*	频率密度 $p(x)$
1	17.0 ~ 18.0	1	0.003	0.003	0.003
2	18.0 ~ 19.0	0	0	0.003	0
3	19.0 ~ 20.0	1	0.003	0.006	0.003
4	20.0 ~ 21.0	6	0.017	0.023	0.017
5	21.0 ~ 22.0	3	0.009	0.032	0.009
6	22.0 ~ 23.0	7	0.020	0.052	0.020
7	23.0 ~ 24.0	10	0.029	0.080	0.029
8	24.0 ~ 25.0	25	0.072	0.152	0.072
9	25.0 ~ 26.0	33	0.095	0.247	0.095
10	26.0 ~ 27.0	44	0.126	0.373	0.126
11	27.0 ~ 28.0	57	0.164	0.537	0.164
12	28.0 ~ 29.0	56	0.161	0.698	0.161
13	29.0 ~ 30.0	48	0.138	0.836	0.138
14	30.0 ~ 31.0	28	0.080	0.917	0.080
15	31.0 ~ 32.0	27	0.078	0.994	0.078
16	32.0 ~ 33.0	2	0.006	1.000	0.006
总计	—	348	1.000		

$$f^* = \frac{k}{n} \tag{1-1}$$

式中， n 为全部试验数据个数，在本例中， $n = 348$ 。

(6) 计算各组频率密度，即各组频率与组距之比

$$p(x) = \frac{f^*}{C} \tag{1-2}$$

(7) 绘频率直方图。

取直角坐标系，以横轴表示分组数值，纵轴表示对应的频率密度，以组距为底边，做出高为频率密度的一系列矩形（见图 1-1）。这个图形就是我们所要求的频率直方图（简称直方图）。

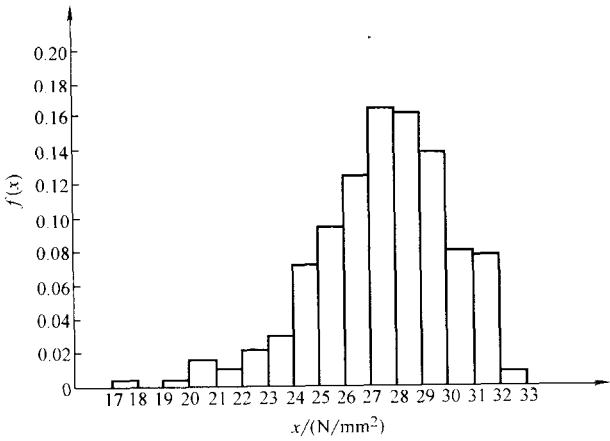


图 1-1 直方图

由直方图中,可以得出以下几点结论:

1) 直方图中任一矩形面积表示随机变量 ξ (混凝土强度) 落在该区间 (x_i, x_{i+1}) 内的概率近似值。

由于直方图中每一矩形面积

$$P^*(x_i \leq \xi < x_{i+1}) = p(\xi) \cdot C = \frac{f^*}{C} \cdot C = f^* \quad (1-3)$$

即等于随机变量 ξ 落在相应区间内的频率。因而,可以用来估计随机变量在那个区间内的概率 $P(x_i \leq \xi < x_{i+1})$ 。

例如, ξ 落在第五组内的频率为第五个矩形的面积, 于是

$$P(21 \leq \xi < 22) \approx 0.009$$

2) 直方图中各矩形面积之和等于1。

$$\text{因为} \quad \sum_{i=1}^s f_i^* = \sum_{i=1}^s \frac{k_i}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^s k_i \quad (1-4)$$

式中 k_i ——第 i 组的频数;

s ——试验数据分组数, 本例 $s=16$ 。

$$\text{而} \quad \sum_{i=1}^s k_i = n$$

$$\text{所以} \quad \sum_{i=1}^s f_i^* = 1$$

3) 由直方图可求出随机变量 $\xi \leq x_{i+1}$ 的概率近似值。

$$\text{显然} \quad P(\xi \leq x_{i+1}) \approx \sum_{j=1}^i f_j^* \quad (1-5)$$

例如, 若 $x_3 = 19\text{N/mm}^2$, 则 $P(\xi \leq 19\text{N/mm}^2) \approx \sum_{j=1}^2 f_j^* = 0.003 + 0 = 0.003$, 即混凝土强度小于或等于 19N/mm^2 的可能性的概率为 0.3% 。

1.1.1.5 平均值、标准差和变异系数

1. 平均值

最常用的平均值是算术平均值, 也称均值, 用 μ 表示。

设有一组数据 $x_1, x_2, \dots, x_n$, 我们称

$$\mu = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1-6)$$

是这组数据的算术平均值。

2. 标准差

平均值只能反映一组数据总的情况, 但不能说明它们的分散程度, 为此, 给出标准差的概念。它的表达式

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2} \quad (1-7a)$$

不难看出, σ 愈大, 这组数据愈分散, 即变异性愈大; σ 愈小, 这组数据愈集中, 即变异性愈小。

为了简化计算, 式 (1-7a) 可改写成

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \mu^2} \tag{1-7b}$$

应当指出，只有当随机变量的试验数据较多时（例如 $n \geq 30$ ），按式（1-7a）估算随机变量总体标准差才是正确的。这是因为随机变量总体试验数据较其部分数据的分散程度大的缘故。为此，当 $n < 30$ 时，应将标准差公式（1-7a）予以修正：

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2} \tag{1-8a}$$

或

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\mu^2}{n-1}} \tag{1-8b}$$

3. 变异系数

标准差 σ 只能反映数据同一平均值时的分散程度，而不能说明不同平均值时的分散程度。于是，提出变异系数的概念。它是标准差与平均值的比值，即

$$\delta = \frac{\sigma}{\mu} \tag{1-9}$$

【例题 1-2】 表 1-2 是两批钢筋（每批 10 根）试件的抗拉强度的试验结果。试判断哪批钢筋质量较好。

表 1-2 试件抗拉强度 (单位: N/mm^2)

批 号	试 件 号									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
第一批	1100	1200	1200	1250	1250	1250	1300	1300	1350	1400
第二批	900	1000	1200	1250	1250	1300	1350	1450	1450	1450

【解】（1）计算两批钢筋抗拉强度平均值。

经计算，它们的抗拉强度平均值相同，均为 $\mu = 1260 \text{N/mm}^2$ 。

（2）计算它们的标准差

第一批钢筋

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\mu^2}{n-1}} = \sqrt{7111.11} = 84.32 (\text{N/mm}^2)$$

第二批钢筋

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\mu^2}{n-1}} = \sqrt{35444.44} = 188.27 (\text{N/mm}^2)$$

因为第一批钢筋抗拉强度的标准差小，即其离散小，故质量较好。

【例题 1-3】 已知一批混凝土试块的立方体抗压强度的标准差 $\sigma = 4 \text{N/mm}^2$ ，平均值 $\mu = 30 \text{N/mm}^2$ ；钢筋抗拉强度的标准差 $\sigma = 8 \text{N/mm}^2$ ，平均值 $\mu = 300 \text{N/mm}^2$ ，试判断它们强度的离散程度。

【解】 混凝土的变异系数 $\delta = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{4}{30} = 0.133$

而钢筋的变异系数

$$\delta = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{8}{300} = 0.026$$

由此可见,混凝土强度的离散程度比钢筋的大。

1.1.2 概率分布密度、分布函数和特征值

1.1.2.1 概率分布密度和分布函数

我们知道,频率直方图是根据有限次的试验数据绘制的。不难设想,如果试验次数不断增加,并且分组愈来愈多,组距愈来愈小,则直方图顶部的折线就变成一条确定的曲线 $f(x)$ (见图1-2)。 $f(x)$ 表示随机变量 ξ 在各个取值范围内的概率的分布情况。显然, ξ 在任意区间 $[a, b]$ 内取值的概率,等于在这个区间上曲线 $f(x)$ 下面的曲边梯形面积

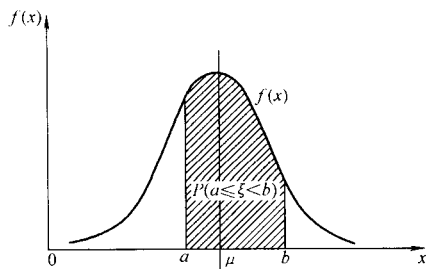


图1-2 概率密度函数

$$P(a \leq \xi < b) = \int_a^b f(x) dx \quad (1-10)$$

式中 ξ ——连续型随机变量;

$f(x)$ —— ξ 的分布密度, 简称分布密度或密度函数。

显然, 密度函数 $f(x)$ 有下列性质:

- (1) 密度函数为非负的函数, 即 $f(x) \geq 0$;
- (2) 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上曲线 $f(x)$ 下面的面积等于1:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$$

- (3) $\xi < x$ 的概率为

$$P(\xi < x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx$$

这里的 $P(\xi < x)$ 是 x 的函数, 令

$$F(x) = P(\xi < x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx \quad (1-11)$$

$F(x)$ 称为 ξ 的概率分布函数, 简称分布函数。 $F(x)$ 的一般图形见图1-3。

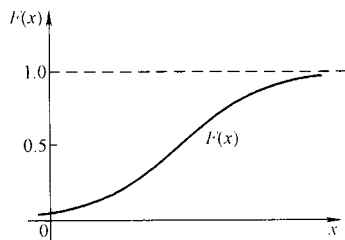


图1-3 概率分布函数

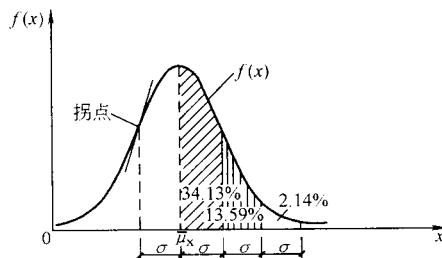


图1-4 正态分布密度函数

1. 正态分布

如果连续型随机变量 ξ 的密度函数为

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (-\infty < x < +\infty) \quad (1-12)$$

则称 ξ 服从参数 μ 、 σ 的正态分布, 记作 $\xi \sim N(\mu, \sigma)$ 。其中 μ 、 σ 分别为 ξ 的平均值和标准差。

正态分布密度函数曲线简称正态曲线 (见图 1-4)。它有以下特点。

(1) 它是一个单峰曲线, 峰值在 $x = \mu$ 处, 并以直线 $x = \mu$ 为对称轴, 曲线在 $x = \mu \pm \sigma$ 处分别有一个拐点; 且向左右对称地无限延伸, 并以 x 轴为渐近线。

(2) 曲线 $f(x)$ 以下, 横轴以上图形的总面积, 即 ξ 落在区间 $(-\infty, \infty)$ 的概率等于 1:

$$p = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

落在 $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$ 的概率为 68.26%;

落在 $(\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma)$ 的概率为 95.44%;

落在 $(-\infty, \mu \pm 1.645\sigma)$ 的概率为 95%;

落在 $(-\infty, \mu \pm 2\sigma)$ 的概率为 97.73%。

(3) 标准差 σ 愈大, 则曲线 $f(x)$ 愈平缓, σ 值愈小, $f(x)$ 愈窄、愈陡。

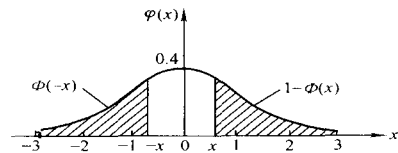


图 1-5 标准正态分布密度函数

平均值 $\mu = 0$, 标准差 $\sigma = 1$ 的正态分布, 即 $\xi \sim N(0, 1)$, 称为标准正态分布 (见图 1-5)。它的密度函数写成

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (-\infty < x < +\infty) \quad (1-13)$$

$$\text{设} \quad \Phi(x) = \int_{-\infty}^x \varphi(t) dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (1-14)$$

由图 1-5 可见, 在 $x \sim +\infty$ 之间的阴影面积为 $1 - \Phi(x)$, 而由 $-\infty \sim -x$ 之间的阴影面积为 $\Phi(-x)$, 显然

$$\Phi(-x) = 1 - \Phi(x) \quad (1-15)$$

$\Phi(x)$ 已制成表格, 可以查用[○]。

正态分布是一种最重要的理论概率分布, 它概括了一些常见的连续型随机变量概率分布特性, 因而, 应用最为广泛。例如, 在工程中结构构件的自重、材料的强度值等随机变量基本上均符合正态分布。

2. 极值分布

对于工程设计来说, 结构上的荷载数值, 人们最关心的是它的最大值或极值。为此, 必须考虑极值的统计理论。

(1) 极值 I 型分布。

如果随机变量 ξ 的概率分布函数为

$$F_1(x) = e^{-e^{-\frac{x-u}{v}}} \quad (1-16)$$

则称这种指数分布为极值 I 型分布。其中 $u = \mu - 0.45006\sigma$, $v = \frac{\sigma}{1.28225}$, μ 、 σ 为随机变

○ 参见参考文献[27] 276 页附表 I。

量 ξ 的平均值和标准差。

对式 (1-16) 求导, 可得极值 I 型密度函数

$$f_I(x) = \frac{1}{v} e^{-\frac{x-u}{v}} e^{-e^{-\frac{x-u}{v}}} \quad (1-17)$$

在工程中一些可变荷载(如楼面活荷载、雪荷载及风荷载等)最大值的概率分布,基本上符合极值 I 型分布。

(2) 极值 III 型分布。

如果随机变量 ξ 的概率分布函数为

$$F_{III}(x) = e^{-\left(\frac{\omega-x}{\omega-\varepsilon}\right)^k} \quad (1-18)$$

则称这种指数分布为极值 III 型分布。其中 ω 为上限值; ε 为分布的众值[○]; k 为形状参数。

对式 (1-18) 求导, 可得极值 III 型密度函数

$$f_{III}(x) = \frac{k}{\omega-\varepsilon} \left(\frac{\omega-x}{\omega-\varepsilon} \right)^{k-1} e^{-\left(\frac{\omega-x}{\omega-\varepsilon}\right)^k} \quad (1-19)$$

我国地震烈度的概率分布比较符合极值 III 型分布。

1.1.2.2 特征值 (分位值)

在工程中, 通常要求出现的事件不大于或不小于某一数值, 这个数值就称为特征值或分位值。如把不小于或不超过特征值的概率确定为某一数值, 则特征值可按式确定:

$$f_k = \mu \pm \alpha\sigma = \mu(1 \pm \alpha\delta) \quad (1-20)$$

式中 f_k ——特征值 (分位值);

μ ——试验数据的平均值;

σ ——标准差;

δ ——变异系数;

α ——与特征值取值保证率相应的系数。

特征值 (分位值) 也可定义为:

设 ξ 为随机变量, 若 f_k 满足条件

$$P(\xi < f_k) = p_k \quad (1-21)$$

则称 f_k 为 ξ 的概率分布的 p_k 特征值或分位值 (见图 1-6)。而 p_k 称为分位值 f_k 的百分位或百分数。

在工程中, 一般取特征值的保证率为 95%, 如事件的概率分布为正态分布, 则保证率系数 $\alpha = 1.645$ 。而事件小于或超越特征值的概率为 5% (见图 1-7)。

【例题 1-4】 已知一批混凝土试块立方体抗压强度的平均值 $\mu = 29\text{N/mm}^2$, 其标准差 $\sigma = 3.6\text{N/mm}^2$ 。试求具有 95% 保证率的抗压强度。

【解】 混凝土立方体抗压强度的概率分布服从正态分布 (见图 1-8), 于是, 与特征值取值保证率为 95% 的相应系数 $\alpha = 1.645$, 由式 (1-20) 算出相应的混凝土立方体抗压强度

$$f_k = \mu - \alpha\sigma = 29 - 1.645 \times 3.6 = 23.08 (\text{N/mm}^2)$$

即低于混凝土立方体抗压强度 $f_k = 23.08\text{N/mm}^2$ 的概率为 5%。

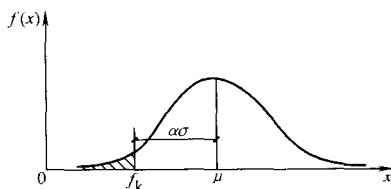


图 1-6 概率分布的特征值

○ 上限值 ω 和众值 ε 应根据问题的具体条件确定。

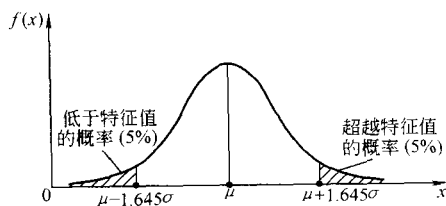


图 1-7 概率分布与特征值

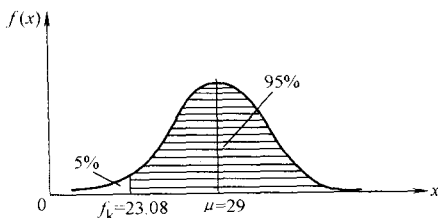


图 1-8 例题 1-4 附图

1.2 建筑结构荷载

建筑结构在使用期间要承受各种“作用”。如前所述，“作用”包括施加在结构上的集中或分布荷载，以及引起结构外加变形或约束变形的原因（如地震、基础不均匀沉降、温度变化等）。前者称为直接作用，习惯上称为结构上的荷载；后者称为间接作用。本章仅限于讨论结构上的荷载。

1.2.1 荷载的分类

结构上的荷载，可按下列原则分类：

1. 按随时间的变异分类

(1) 永久荷载 在结构使用期间内其值不随时间变化，或其变化与平均值相比可以忽略不计的荷载。例如，结构自重、土压力、预加应力等。永久荷载亦称为恒载。

(2) 可变荷载 在结构使用期间内其值随时间变化，且其变化与平均值相比不可忽略的荷载。例如，楼面活荷载、风荷载、雪荷载、吊车荷载等。可变荷载亦称为活荷载。

(3) 偶然荷载 在结构使用期间内不一定出现的荷载，但它一旦出现，其量值很大且持续时间很短。例如，爆炸力、撞击力等。

2. 按随空间位置的变异分类

(1) 固定荷载 在结构空间位置上具有固定分布的荷载。例如，工业与民用建筑楼面上的固定设备荷载、结构构件自重等。

(2) 自由荷载 在结构空间位置上的一定范围内可以任意分布的荷载。例如，工业与民用建筑楼面上的人员荷载、吊车荷载等。

3. 按结构的反应分类

(1) 静态荷载 不使结构或结构构件产生加速度，或所产生的加速度可以忽略不计的荷载。例如，结构自重、住宅与办公楼楼面活荷载等。

(2) 动态荷载 使结构或结构构件产生不可忽略的加速度的荷载。例如，吊车荷载、设备振动、作用在高耸结构上的风荷载等。

1.2.2 荷载代表值

在结构设计时，应根据不同的设计要求采用不同的荷载数值，即所谓荷载代表值。《建