



第二十届全国水动力学 研讨会文集

Proceedings of the 20th National Conference on Hydrodynamics

朱德祥 周连第 杨显成 孙西欢 主编



海洋出版社



第二十届全国水动力学 研讨会文集

Proceedings of the 20th National
Conference on Hydrodynamics

朱德祥 周连第 杨显成 孙西欢 主编

海洋出版社

2007 年 · 北京

图书在版编目(CIP)数据

第二十届全国水动力学研讨会文集/朱德祥等主编.
—北京:海洋出版社,2007.8
ISBN 978-7-5027-6846-1

I. 第… II. 朱… III. 水动力学-学术会议-文集
IV. TV131.2-53

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 098441 号

责任编辑:方菁

责任印制:刘志恒

海洋出版社 出版发行

<http://www.oceanpress.com.cn>

北京市海淀区大慧寺路8号 邮编:100081

上海交大印务有限公司印刷 新华书店发行所经销

2007年8月第1版 2007年8月北京第1次印刷

开本:787mm×1092mm 1/16 印张:57

字数:1500千字

定价:160.00元

发行部:62147016 邮购部:68038093 客户服务:62114335

海洋版图书印、装错误可随时退换

目 次

大会报告

建立变分原理的特定积分因子系统反推法·····	刘高联 (1)
太原理工大学水动力学研究状况·····	孙西欢 (7)
船模数值水池框架及其研究基础·····	朱德祥 沈泓萃 洪方文, 等 (18)
河流海岸水动力环境下悬移质泥沙运动的数值模型·····	李勇 余锡平 (31)
游动生物运动力学和仿生技术研究·····	陆夕云 尹协振 童秉纲 (45)
流体在内管做行星运动的环空中流动时内管受力的数值计算 崔海清 蔡萌 裴晓含, 等 (50)	
水生植物对水流及污染物质输送影响研究·····	王超 王沛芳 吉栋梁, 等 (57)
海堤设计的水动力学问题·····	刘桦 卢永金 (61)

水 动 力 学 基 础

两相湍流的数值模型·····	韩守磊 徐义华 曾卓雄 (69)
分岔管内油水两相流动的研究·····	王立洋 郭军 张军, 等 (75)
水平井气基流体两相流力学模型研究·····	程荣超 王瑞和 赵防震, 等 (85)
翻转实验中瑞利泰勒不稳定性引致的血液湍流前锋运动及有限时间爆破·····	李熙 (93)
基于小波极大模的标度律和层次结构研究·····	黄杨 傅强 (98)
南极普里兹湾冰间湖成因的动力学解释·····	张庆华 马艳 曲媛媛 (105)
改进的变分伴随理论在探空仪测风中的应用研究·····	方涵先 黄思训 韩月琪 (112)
石英微管中两相流体界面特征·····	左加传 宋付权 (121)
热可压缩泡沫流体的管流热阻力研究·····	李松岩 李兆敏 李勇, 等 (128)
一个加热影响热带环流模式的适定性分析·····	沈春 孙梅娜 (136)
热源强迫的热带环流方程组的初值问题·····	孙梅娜 沈春 (146)
水平气液两相流伪段塞流和段塞流的辨别及其理论预测·····	刘夷平 王淑华 张华, 等 (153)
低频水力振荡波在地层中传播规律研究·····	齐振林 汪志明 柳长鹏, 等 (161)
利用小波分析和 BP 神经网络进行气液两相双参数测量的研究·····	
·····	李永光 郭盈 张丽华, 等 (167)
旋转对横向排列双圆柱绕流的影响·····	刘坤 马东军 孙德军, 等 (175)
The study of stokes layer in oscillation flow over a narrow channel·····	Peng X Hsu C T (186)
两层流体中的湍流混合层演化·····	邱翔 张道祥 卢志明, 等 (197)

计 算 流 体 力 学

含运动物体粘性流场的数值模拟·····	万德成 (205)
近壁面障碍物流场的有限元数值模拟·····	王吉飞 万德成 (211)
鼓泡塔内气液两相流的离散气泡数值模拟·····	吴春亮 詹杰民 (217)
谱元大气动力学框架物理过程的引进和中期天气的数值模拟试验·····	刘喜迎 (224)
射流泵流场的三维数值模拟·····	杨慧霞 莫政宇 罗麟 (231)
ASM 模型在浑水异重流数值模拟中的运用·····	赵琴 李嘉 李然, 等 (238)
基于 DLM/FD 方法的三维圆球粒子运动的直接数值模拟·····	邵雪明 余钊圣 孙光明 (246)
分叉动脉内血液动力学特性的动态数值模拟·····	杜健航 戴刚 (252)
两个连续的 Taylor 气泡在垂直管中上升的数值模拟·····	王淑华 刘夷平 张华, 等 (259)
VOF 方法中主动吸收式无反射数值造波研究·····	李雪临 任冰 王永学 (265)
潮流数值模拟中两种动边界处理方法的比较·····	袁德奎 张殿新 李小宝, 等 (273)
差动式挑坎水力特性数值模拟研究·····	张挺 麦栋玲 (279)
自由面流动黏性数值模拟关键技术研究·····	吴静萍 郑伟涛 杨鹏, 等 (286)
细长回转体出水过程的数值模拟·····	李杰 鲁传敬 傅惠萍 (294)
复式断面明渠流中水平射流数值模拟·····	槐文信 杨中华 肖庆华, 等 (300)
二维浅水流动改进的特征分裂有限元模型·····	周宜林 吴华林 唐洪武, 等 (306)
SPH 方法模拟二维矩形水槽晃荡过程·····	崔岩 吴卫 刘桦 (319)
圆盘垂直入水的 SPH 数值模拟·····	龚凯 刘桦 (325)
基于 Boussinesq 方程的海啸生成数学模拟·····	赵曦 王本龙 刘桦 (331)
Numerical simulation of dispersion in oscillatory flow with reversible and irreversible wall reactions·····	Zhang Daoxiang Lu Zhiming Liu Yulu (338)

水 动 力 学 试 验 与 测 试 技 术

进气方式对气举提升性能因素的实验研究·····	唐川林 胡东 裴江红, 等 (345)
进水口前立轴旋涡的试验研究与数值模拟·····	陈宗娜 伍超 王 飞 (355)
进流对泵房前池流态影响的试验研究·····	朱炳泉 黄国富 杨孝忠 (361)
应用电阻层析成像 (ERT) 技术测量射流泵内气液两相流动·····	许晶禹 郭军 唐驰, 等 (368)
复合式分离器的研究总结与展望·····	郑之初 张军 郭军, 等 (374)
聚焦波浪的实验研究·····	孙一艳 柳淑学 李金宣, 等 (386)
萧围东线治江围涂工程护岸试验研究·····	梁斌 王文杰 许政, 等 (394)
两种静脉血栓滤器流动特性模拟实验研究·····	刘金龙 刘应征 曹兆敏, 等 (400)
声学多普勒流速仪的测量机理及误差控制·····	李红 王平义 杨成渝 (407)
不同导流条安放角条件下筒装料管道水力输送试验研究·····	李永业 孙西欢 阎庆绥 (411)
筒装料管道水力输送管道车起动条件的试验研究·····	孙西欢 李永业 阎庆绥 (417)

井下油水分离旋流器室内实验研究·····	蔡文斌 薄启炜 李兆敏 (424)
复杂表面流场中粒子跟踪测速的研究·····	白玉川 许栋 (430)
有水葫芦的河道水力特性试验研究·····	黄本胜 陈秋月 邱静, 等 (439)
氮气泡沫在多孔介质中的稳定性实验研究·····	李兆敏 马天志 李宾飞 (447)
液固两相横射流流场结构和颗粒分布的 PDA 测量·····	樊靖郁 王道增 徐松立 (454)
白坭河大桥(扩建)工程通航安全水流流态模型试验研究·····	邱 静 黄本胜 林美兰, 等 (459)

工 业 流 体 力 学

多场耦合作用下泥页岩井壁坍塌周期分析·····	张峰 程远方 赵益忠, 等 (467)
水泵站在多泵运行时水泵性能的分析·····	李百齐 (475)
含分流叶片低比速离心泵全流场数值模拟·····	张金凤 袁寿其 付跃登, 等 (480)
考虑车辆逐步加速特性的格子流体力学交通流模型·····	李兴莉 李志鹏 戴世强 (488)
泵系统非调节工况特性·····	阎庆绂 李永业 孙西欢 (494)
热水锅炉水动力学特性分析·····	王军 张传聚 (502)
泵站开敞式进水池三维流动数值模拟研究·····	成立 刘超 周济人, 等 (506)
基于流固耦合理论的稠油控砂生产技术研究·····	李兆敏 孙辉 赵金省, 等 (514)
低渗透非均质油藏水平井油水两相产能分析·····	陶磊 李兆敏 李兵 (521)
道路交叉口交通实测和数值分析·····	陈宁国 刘祥树 薛郁 (529)
城市主干道中自控红绿灯的交通影响·····	刘章 莫业柳 田欢欢, 等 (536)
逆转车流对主干道交通的影响·····	时伟 盘佳秀 薛郁 (541)
煤层气藏储层渗透率变化规律的探讨·····	张健 汪志明 (547)
大位移井岩屑运移规律研究·····	郭晓乐 汪志明 (552)
导弹潜射过程的流体动力载荷仿真·····	刘兆 刘玉标 程载斌, 等 (558)
用数值计算的方法改善旋翼式热量表表性能的研究·····	刘正刚 杜广生 李莉, 等 (566)
单车道混合交通流的相变分析·····	韦艳芳 薛郁 (573)
水平井不稳定产能分析·····	尹洪军 李美芳 贾世华, 等 (580)
自然通风湿式冷却塔进风口风速分布规律的研究·····	王凯 孙奉仲 赵元宾, 等 (586)

船 舶 与 海 洋 工 程 水 动 力 学

水下回转体艏线型对导管推进器性能影响的 CFD 分析·····	黄国富 黄振宇 (595)
三维螺旋桨粘性流场的数值模拟·····	靳伟 万德成 (602)
高负荷螺旋桨敞水及空泡性能试验研究·····	胡安康 孙群 范余明, 等 (609)
基于 CFD 的船舶尾部伴流数值计算方法·····	胡健 黄胜 王陪生 (615)
人涡模拟在复杂流场计算中的应用·····	黄振宇 缪国平 韦喜忠 (621)
船舶迎浪状态下参数横摇的数值模拟·····	范菊 常永全 缪国平, 等 (627)
黏性流体中潜体生成的远场波动·····	卢东强 (635)
运动船体甲板上浪的三维数值模拟·····	朱仁传 缪国平 林兆伟, 等 (640)

考虑艏向变化的动力定位浮体运动时域模拟·····	陈恒 王磊 周利 (650)
近海直立圆柱局部冲刷数学模型研究进展·····	陈志乐 贾晓荷 刘桦 (659)
分层流体中水下航行体水面尾迹的数值初探·····	常煜 张军 洪方文, 等 (665)

海岸、环境与地球物理流体力学

洪泽湖风生流三维数值模拟·····	井爱芹 马寨璞 (678)
波浪与水流对重力式网箱作用的数值模拟·····	李玉成 赵云鹏 董国海, 等 (687)
南通港洋口港总体规划方案潮流数学模型研究·····	李孟国 李文丹 (695)
基于神经网络方法的海浪数值预报·····	孟雷 闻斌 于福江, 等 (702)
二维水动力数值模型 ccost-2d 及在珠江河口整体水动力模拟中的应用··	包芸 戚志明 (708)
长江口南港化学需氧量 COD 分布特征研究·····	张素香 (715)
水下滑坡的三维时域数值模拟·····	马卫星 段文洋 (721)
实际地形二维溃坝波数值模拟·····	潘存鸿 郑君 于普兵, 等 (728)
潮流条件下床面最大局部冲刷深度计算·····	张景新 刘桦 (734)
漳河下游河道冲淤变形一维数值模拟·····	刘士和 梅军亚 罗秋实, 等 (740)
Research on the effects of sand mining at river course by 2D curvilinear flow and sediment mathematical model·····	XIE Zuo-tao (748)
景观水体富营养化防治的生态水力学技术研究 — 以上海鹭岛湖流场控制技术为例·····	尧一骏 尹海龙 (758)
具有岸边污染混合区的大中型景观湖泊水环境容量研究—以湖北省红莲湖为例·····	尹海龙 尧一骏 徐祖信 (765)

水利水电与河流水动力学

营仔河水闸底流消能水力特性的研究·····	赖翼峰 (771)
有压管道中偏心小间隙水流特性·····	徐文秀 阎庆斌 (777)
多沙河流非点源污染估算模型及应用·····	李强坤 李怀恩 胡亚伟, 等 (782)
用二维水沙耦合数值模型模拟区域水土流失规律·····	张新华 张祥伟 雷孝章, 等 (790)
三峡水库建成后葛洲坝枢纽近坝段治理措施初步研究·····	任昊 谢作涛 (798)
感潮河网水动力水污染数值模拟研究及应用·····	陈虹 朱明栓 余金星 (804)
长江中游典型弯曲分汊河型演变趋势研究·····	刘晓菲 王平义 刘怀汉, 等 (811)
长河坝水库浑水异重流形成的数值模拟研究·····	赵琴 李嘉 严敬 (818)
卵砾石层隧道开挖渗流现象之模拟·····	张德鑫 周允文 曾棕恺 (824)
预铸生态块石运用在农水路之水理研究·····	张德鑫 黄胜顶 陈献, 等 (832)
弯道分汊河段模型概化对水流运动特性的影响分析·····	郑惊涛 王平义 刘怀汉, 等 (843)
黄河床面入渗窗口的统计分析·····	李建文 孙西欢 (851)
玄武湖引调水数值模拟与调度模式研究·····	刘晓东 姚琪 查玉含 (858)
沙滩泄水技术研究现状·····	曹森 李凌 (866)

长江口溶解氧(DO)分布特征研究·····	张素香 (872)
垂直潜流人工湿地布水方式对水流运动影响研究·····	尹海龙 徐祖信 李松 (877)
基于数字地面模型的三峡库区消落带分布规律研究·····	晁俊姣 黄国鲜 周建军 (884)
明渠砾石河床近底水流特性试验研究·····	王宪业 杨青远 卢伟真, 等 (890)
电厂差位式取排水布置方式研究·····	程友良 关膺 田英 (896)
应用 UDS 方法实现改进清水池水力性能的研究·····	陈琳琳 容亮湾 詹杰民 (905)

建立变分原理的待定积分因子系统反推法

刘高联*

上海大学力学所, 上海, 200072

摘要:在以前建议的‘基于待定函数的变分原理系统反推法’的基础上, 在试泛函中再补充引入待定积分因子, 从而可以显著地推广其适用范围。文中通过两个例子来具体展示其基本思路, 导出变分原理的步骤及其效果。

关键词:变分原理; 有限元法; 变分反命题

1 引言

力学变分原理自 1760-1761 年 Lagrange 首次发表分析力学的变分原理以来, 已过去了约 250 年。特别是在 19 世纪中叶及 20 世纪, 力学变分原理的研究已取得重大进展, 不但已遍及力学分支 (包括连续介质力学), 而且广至物理、工程科学各分支; 不但是理论研究的重要工具和基础, 而且变成了解决具体工程问题的实用工具; 不但是各种变分直接解法 (Ritz 法, Kantorovich 法等) 的理论基础, 而且是现代数值解法 (有限元法, 边界元法等) 的理论支柱^[1,4]。诚然, 有限元法也可以从加权余量法 (Galerkin 法, 最小二乘法, 矩量法等) 出发来建立, 但当流场中含有未知交界面或未知边界时, 则基于变分原理的有限元法就具有特殊的优越性——变域变分工具^[5]。

对给定的数学物理问题, 要建立与其偏微分方程组对应的变分原理是变分学中的反问题, 比变分学正问题 (由已知泛函求其对应的 Euler 方程) 要困难得多。一般讲, 尚无通用的解法。适用性较广的是组合变分原理法, 它的基础是著名的拉氏乘子法^[1,2,4], 但因需引入伴随变量, 使未知变量数翻倍, 不利于求解。为了克服这一缺陷, 本文作者提出了基于待定函数的系统反推法^[5,6], 不但可大大缩减泛函中的未知变量数, 而且可以完全消除“临界变分”现象。近来, 文献[7]又提出一种新的变量直接消去法, 为建立混合型变分原理和对偶型变分原理提供了更新更广的途径, 并成功地解决了流体力学中的一个老大难问题, 即导得了 Navier-Stokes 方程的精确的对偶变分原理族, 从而为湍流的直接数值模拟提供一条新的途径。

本研究的目的是在文[5]的系统反推法的基础上, 再补充引入待定积分因子, 从而得到一个更加用途广泛的系统反推法。

* E-mail: liu_gaolian@hotmail.com

2 系统反推法的推广——待定积分因子法

文[5,6]提出的系统反推法虽然经作者在流体力学和流—固耦合问题中应用取得了广泛的成功,但有时也会遇到失效的情况。为了克服这种困难,我们现以下列两个问题为例来说明我们的新方法——引入待定积分因子法。

2.1 问题 I

要求建立下列偏微分方程组的变分原理:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} - au = 0 \quad (a \text{—已知常数}) \quad (1)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = u, \quad \frac{\partial \phi}{\partial y} = v \quad (2)$$

不难校验,若按文[5,6]的方法来处理这个问题,将得不到它对应的变分原理。因此,我们对该法作如下修改与推广,即引入一个待定积分因子 Q (设 Q 中不含 ϕ 及其导数),并构造下

列试泛函 I_1 如下:

$$\delta I_1 = \iint_{(A)} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} - au \right) Q \cdot \delta \phi \cdot dA \quad (3)$$

显然,由 $\delta I_1 = 0$ 可知对任何 Q 都必得出(1)式。但 Q 必须这样来确定,务使上式能反推出泛

函 I_1 的表达式,即使泛函 I_1 确实存在。

为此,我们对(3)式施以分部积分,得:

$$\begin{aligned} \delta I_1 &= - \iint_{(A)} \left\{ u \cdot \delta \left[\frac{\partial(Q\phi)}{\partial x} \right] + v \cdot \delta \left[\frac{\partial(Q\phi)}{\partial y} \right] + au \cdot \delta(Q\phi) \right\} dA + \delta I_B \\ &= - \iint_{(A)} \left\{ \frac{\partial \phi}{\partial x} \cdot \delta \left[\frac{\partial(Q\phi)}{\partial x} \right] + \frac{\partial \phi}{\partial y} \cdot \delta \left[\frac{\partial(Q\phi)}{\partial y} \right] + aQu \cdot \delta \phi \right\} dA + \delta I_B \\ &= - \iint_{(A)} \left\{ \frac{Q}{2} \cdot \delta \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial Q}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} \frac{\partial \phi}{\partial y} + aQ \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \delta \phi \right\} dA + \delta I_B \\ &= - \iint_{(A)} \left\{ \delta \left[\frac{Q}{2} (\nabla \phi)^2 \right] + H_1 \cdot \delta \phi \right\} dA + \delta I_B \end{aligned} \quad (4)$$

其中

$$H_1 = \left(\frac{\partial Q}{\partial x} + aQ \right) \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (5)$$

$$\delta I_B = \oint (\bar{\mathbf{w}} \cdot \bar{\mathbf{n}} Q \cdot \delta \phi) ds \quad (6)$$

$$\bar{\mathbf{w}} = u\bar{\mathbf{i}} + v\bar{\mathbf{j}} \quad (7)$$

由(4)式明显可看出：为了能求出泛函 I_1 ，只需令 $H_1 = 0$ ，由此即可定出待定积分因子 Q 来：

为此，从(5)式知须取

$$\frac{\partial Q}{\partial y} = 0 \quad (8A)$$

和
$$\frac{\partial Q}{\partial x} + aQ = 0 \quad (8B)$$

而(8A)式告诉我们 Q 只是 x 的函数，(8B)式则给出解 (C —积分常数)：

$$Q = C \cdot \exp(-ax) \quad (9)$$

这里补充一点：若 a 不是常数，而是 x 的任一已知函数： $a = a(x)$ ，则(8B)式可分离变量后再积分，得 Q 之解为：

$$Q = C \cdot \exp G_1 \quad (10)$$

其中
$$G_1 = - \int a(x) \cdot dx \quad (11)$$

今为简单计，且不失普遍性，取 $C = 1$ ，显然，(9)式只是(11)式的一个特例而已。

于是，由(4)式得泛函 J_1 如下：

$$J_1(\phi) = \frac{1}{2} \iint_{(A)} \exp G_1 \cdot (\nabla \phi)^2 \cdot dA \quad (12)$$

或
$$\tilde{J}_1(\phi) = \frac{1}{2} \iint_{(A)} \exp G_1 \cdot (u^2 + v^2) dA \quad (13)$$

但以(2)式为其变分约束。

按照文[5]的方法，不难从(13)式变换得出一系列亚广义变分原理及广义变分原理来，对此，暂时从略。

2.2 问题 II

具有第 2 声速的非定常二维导热问题的控制方程为^[8]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(t_0 \frac{\partial T}{\partial t} + T) = \alpha \nabla^2 T \quad (14)$$

其中: T —温度; t_0 —松弛时间 (已知常数); α —热扩散系数。

为了建立它对应的变分原理, 我们按文[5,6]的反推法, 并补充引入待定积分因子 $Q(t, x_1, x_2)$, 构造下列试泛函 I_2 :

$$\delta I_2 = \iint_A \left\{ \frac{\partial}{\partial t}(t_0 \frac{\partial T}{\partial t} + T) - \alpha \nabla^2 T \right\} Q \cdot \delta T \cdot dA \cdot dt \quad (15)$$

为了识别积分因子 Q 和泛函表达式, 我们对(15)式施以分部积分, 并暂时略去边界积分项, 得

$$\delta I_2 = \iint_A \left\{ \frac{\delta}{2} [(\alpha (\nabla T)^2 - t_0 (\frac{\partial T}{\partial t})^2) Q] - \tilde{\nabla} \cdot \tilde{G}_2 + H_2 \cdot \delta T \right\} dA \cdot dt \quad (16)$$

其中:

$$\tilde{G}_2 = [-t_0 \frac{\partial T}{\partial t} \tilde{i}_0 + \alpha \frac{\partial T}{\partial x_i} \tilde{i}_i] Q \cdot \delta T \quad (i = 1, 2) \quad (17)$$

$$H_2 = \alpha \nabla Q \cdot \nabla T - (t_0 \frac{\partial Q}{\partial t} - Q) \frac{\partial T}{\partial t} \quad (18)$$

$\tilde{i}_0$ 与 $\tilde{i}_i$ 分别为 R^3 空间 (由 t, x_1, x_2 所张) 中, 沿 t 坐标和 x_i 坐标向的单位矢, $\tilde{\nabla} \cdot \tilde{G}_2$ 是矢量 $\tilde{G}_2$ 在 R^3 空间中的散度。上式中已对下标使用了 Einstein 的下标求和约定。

由(16)式可看出, 若对其中 $\tilde{\nabla} \cdot \tilde{G}$ 项使用 Gauss 定理, 则可化为外边界面的边界积分, 若再令 $H_2 = 0$, 则立即可知其右端即为所求的泛函 J_2 :

$$J_2(T) = \iint_A \frac{Q}{2} [\alpha (\nabla T)^2 - t_0 (\frac{\partial T}{\partial t})^2] dA \cdot dt \quad (19)$$

于是, 我们由 $H_2 = 0$ 从(18)式可得出下列条件:

(a) $\nabla Q = 0$ 这表示 Q 与 x_i 无关, 即它只是 t 的函数,

(b) $t_0 \frac{\partial Q}{\partial t} - Q = 0$, 它的解可分离变量而得出:

$$Q = C \cdot \exp(t/t_0) \quad (20)$$

不失普遍性, 可取 $C = 1$ 。

于是由(19)式得出所需的泛函应为:

$$J_2(T) = \iint_A \frac{1}{2} \exp(t/t_0) [\alpha(\nabla T)^2 - t_0 (\frac{\partial T}{\partial t})^2] dA \cdot dt \quad (21)$$

最后, 我们说明两点:

(1) 对于完整导热问题的变分原理, 还可考虑初、边值条件的处理^[5]。对此可参阅文[9], 其中采用了本文上述反推法, 并详细处理了三维问题的初、边值条件。

(2) 对式(21), 采用文[5,6]的系统反推与各种变换, 就可以导出各种形式的变分原理与广义变分原理族, 还可能导出其对偶变分原理, 可参阅文[7]。

3 结论

利用待定积分因子对前文[5,6]的系统反推法进行了推广, 可以显著拓广其适用范围, 这可从文中所列举的两个例子的求解中清楚地显示出来。

致谢: 本文承上海市重点科研项目支持 (编号 Y0103), 谨此致谢。

参 考 文 献

- 1 Finlayson B A. The Method of Weighted Residuals and Variational Principles (VP). Acad. Press, 1972.
- 2 Zienkiewicz O C, Taylor R L. The Finite Element Method, Vol. 1-3, 5th ed., Butterworth, Oxford, 2000.
- 3 Kardestuncer H, Norrie D H(eds.). Finite Element Handbook, Part II, Chap. 1, McGraw-Hill, New York, 1987.
- 4 Atherton R W, Homsy G M. On the Existence and Formulation of Variational Principles for Nonlinear Differential Equations, Studies in Appl. Maths. 1975,54(1):31-60.
- 5 Liu G L. Derivation and Transformation of VP with Emphasis on Inverse End Hybrid Problems in Fluid Mechanics: A Systematic Approach. Acta Mech. 2000(140): 73-89(或工程热物理学报, 1990(11): 136-142).
- 6 Liu G L. Method of Undetermined Function for Systematic Search for VP in Mathematical Physics. Keynote Lecture, Proc. 1st Shanghai Int. Symp. Nonlinear Sci. Appls., 2003, 11:3-5.
- 7 Liu G L. Exact Dual VP for 3-D Unsteady Navier-Stokes Equations, AIAA Paper 2007-3865.
- 8 Vujanovic B. An Approach to Linear and Nonlinear Heat Transfer Problem Using a Lagrangian. AIAA J,

1971,9(1):131-134.

- 9 Liu G L. Exact VP for 3-D Unsteady Heat Conduction with Second Sound, J. Thermal Sci., 2006, 15(4): 361-363(Errata: ibid, 2007,16(2):192)

The systematic inverse deduction method of undetermined integral factor for the construction of variational principles

LIU Gao-lian

Institute of Applied Mathematics and Mechanics, Shanghai University, Shanghai, 200072

Abstract: Based on a previous work of this author, 'The systematic inverse deduction method of variational principles based on undetermined functions', an undetermined integral factor is introduced in the test functional, so that this method can be generalized to a substantially wider scope. Two examples have been given to show the fundamental idea, and the steps to derive the variational principles and their implications.

Key words: Variational Principle, finite element method, variational inverse problem

太原理工大学水动力学研究状况

孙西欢

(太原理工大学水利科学与工程学院, 山西, 太原, 030024)

太原理工大学水力学及河流动力学学科近年来针对水动力学问题开展了广泛的研究, 先后承担了 7 项国家自然科学基金项目。主要研究方向有: 旋流理论及其应用、环境水力学和孔隙水动力学。现将近年的研究情况做一简单介绍。

1 有压管道中的非定常流研究概况

有压管道广泛应用于大型水利工程, 石油化工系统, 水力发电, 火力发电和核电站等工农业部门。它们的共同特点是距离长, 管径大, 压力高。使用中要经常启动和停运; 为满足工艺要求需要进行工况调节和管路切换; 由于事故或误操作还可能出现非调节工况。这样就使管中压力流会出现具有瞬变流动特征的非定常流。

1.1 非定常流的产生

1.1.1 运行工况下的非定常流

有压管道运行一般有三个阶段, 起动阶段, 运行阶段和停止阶段。在起动阶段水流存在从静止到正常的起始瞬间过程, 停止阶段水流则存在从正常到停止流动的终了瞬间过程, 这两个阶段的这两个过程, 水流运动特征是非定常的, 且往往出现水流参数变化频率高, 变化幅值大的瞬变流动。

1.1.2 正常工况调节过程中的非定常流

由于工艺要求, 有压系统的水流参数需要根据工艺要求而变化, 既要从一种稳定工况, 快速的变化到工艺参数不同的新的稳定工况, 则处于两种稳定工况中间的过渡工况, 其水流属于非定常流, 并且视变化的快慢和调节方法的不同, 可能存在弱瞬变流或强瞬变流。此外, 有些时候需要从一个系统切换到另一个系统, 这种水流的转换也会产生具有瞬变特性的非定常流。无论工况调节还是管路切换都是靠阀调节来实现的。

1.1.3 非调节工况中的瞬变流

由于设备故障, 突然停电, 超范围调节或误操作等多种因素的出现, 会造成非调节工况。由于非调节工况的突发性, 往往使有压水流在极短时间内发生突然变化, 从而形成具有强瞬

变特征的非定常流。

1.2 有压管道中非定常流的主要特征

1.2.1 主要特征

(1) 具有高频率高幅值振荡流动特性。试验研究和理论分析都表明, 其水流振荡频率可达到几毫秒到几十毫秒一次, 而压头振荡最大幅值可达正常流动的 4-8 倍, 振荡流动时间根据发生瞬变的条件不同, 可以持续几秒, 几十秒甚至几百秒; 流量振荡幅值最大可以达到正常流量的 5-6 倍。

(2) 试验研究中还发现, 压头可以降到当地汽化压头之下, 从而管路中出现空穴。在管路中由于压头的高低交替变化, 还有反向流动存在, 从而加剧了液柱分离, 增加了瞬变强度。

1.2.2 强瞬变和弱瞬变

在系统管径、材质和工作流体特性确定的系统中, 影响瞬变强度的主要因素有以下几种:

- (1) 系统中管道的长度;
- (2) 初始上游压头和工作流量;
- (3) 系统中容性装置和惯性装置的体型, 数量和尺寸;
- (4) 非调节工况的类型。

用于判断瞬变强弱的可有深长比、深流比和欧拉数与柯西数等。此外, 调节阀的固有特性和组合方式, 也会影响瞬变强度。

1.3 有压管道非定常流特性试验研究与计算

1.3.1 试验研究装置

试验研究装置主要由动力泵, 容性装置, 管道, 控制调节阀, 参数测试系统, 数据采集和处理系统, 工控机及电路系统组成。

(1) 动力泵为 IS 型单级离心泵, $n_s = 92.75$ 。

(2) 容性装置包括大型水箱, 水库和气阀。

(3) 管路总长为 1300m, 可切换成三个回路, 其长度分别为 40m, 630m 和 1300m。内直径为 40mm。

(4) 调节控制阀有等比例型、对数型、抛物线型和快速阀。

(5) 参数测量和数据采集系统包括各种压力(压差)传感器、流量(反向流量)传感器、转矩转速传感器、智能数显仪、数字式水位传感器。参数采集速度为 10-70 次/s。

(6) 系统控制与数据处理由工控机加组态王软件共同完成, 包括系统起动、运行、停止、非调节工况模拟等。

1.3.2 模拟试验基本条件

(1) 三种回路系统, 即 40m 回路, 630m 回路, 1300m 回路。

(2) 初始无量纲水位为 0.09-1.0。

(3) 雷诺数范围为 $2.2 \times 10^4 \sim 10 \times 10^5$; 欧拉数范围为 $34.1 \sim 364.03$; 斯特罗哈数范围为 $429.72 \sim 12525.76$; 单位体积柯西数范围为 $10^{-3} \sim 2.44$ 。

(4) 调节阀的行程时间为 $0 \sim 3s$, $0 \sim 8s$, $0 \sim 20s$ 。

1.3.3 模拟试验范围及数值模拟计算

- (1) 系统内集中流容特性及系统分布流容特性和计算;
- (2) 动力失灵与系统失压瞬变特性; 并用固定波速及无空气释出模型和变波速有空气释出模型, 分别对空穴特性进行计算;
- (3) 带负荷起动系统瞬变特性;
- (4) 连续动力失灵和带负荷起动失控工况的瞬变特性和数值模拟计算;
- (5) 超负荷调节工况动力泵瞬变特性的数值模拟计算;
- (6) 有压管道系统中集中参数模型时均特性和数值模拟计算;
- (7) 运行起始瞬间和终了瞬间过程瞬变特性与计算;
- (8) 阀调节与管路切换特性与计算。

2 有压管道水流消能研究概况

2.1 有压管道水流消能基本方式

2.1.1 孔口消能

有压水流通过孔口而产生能量损失, 从而达到消能目的。孔口类型, 数量, 孔径, 可根据要求消除能量的大小来确定, 前提条件是不能影响管道的输送流量。

2.1.2 旋流消能

有压管道中流动如无特殊条件, 都是无涡的紊流, 其断面流速分布为对数或指数规律, 它的能量损失主要为沿程阻力损失。如果在管道内安装可以改变水流状态的装置, 使正常流动之外, 再附加上一定强度的涡流, 则必然会增加能量损失而达到消能目的。可以产生涡流的方式很多, 可以参考相应的文献。

2.1.3 改变水流动量而消能

水流在有压管道中运动时, 如果使其流动速度突然增大或减小, 则其动量必然发生变化而增加水流运动阻力, 使水流能量损失增加而达到消能目的。改变水流流速的方法较多, 如水流断面突然扩大或缩小, 不连续安装的孔板等。

2.2 消能效率

单一消能方式消能效率稍低, 前述三种方法中孔口消能效率较高, 可以达到 50% 以上。所以一般都是把单一方式加以组合, 形成多种方式联合消能的消能装置, 其效率可达到 80% 以上。