

大学应该成为研究数学史、传播数学文化、提高社会对数学史的文化认识的主阵地。为此，我们集六所大学的数学史学者，结合多年的数学史研究与教学实践，编撰这本数学简史。我们的目的是，让读者花不多时间便可了解中外数学产生发展概要，领会数学发展规律和感受数学史发展过程中人文和理性题材的魅力。



数学简史

ShuXue JianShi

张 红/主 编



科学出版社

www.sciencep.com

数 学 简 史

张 红 主 编

科 学 出 版 社

北 京

内 容 简 介

本书坚持“古为今用”、“洋为中用”，重视数学发展规律、数学思想和方法，以“尊重史实，突出重点”的原则选取史料，精选古今中外数学产生、发展的重要事件、重要人物和重要成果，将古代、近代和现代各国或地区的数学史作简明、概括性的宏观介绍与评述。

本书是一本简明的世界数学史著作，可作为大学教材，主要读者对象为大学生、高中教师和社会上数学史爱好者。

图书在版编目(CIP)数据

数学简史 / 张红主编. —北京: 科学出版社, 2007

ISBN 978-7-03-019048-2

I. 数… II. 张… III. 数学史 - 高等学校 - 教材 IV. 011

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 079871 号

责任编辑: 孔国平 王日臣 / 责任校对: 郑金红

责任印制: 钱玉芬 / 封面设计: 张 放

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

源海印刷有限责任公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2007 年 6 月第 一 版 开本: 890 × 1240 1/32

2007 年 6 月第一次印刷 印张: 11 3/4

印数: 1—6 000 字数: 303 000

定价: 25.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换〈环伟〉)

前 言

光辉灿烂的数学世界,已经翻过五千多年的历史画卷。数学史是欣赏这幅画卷的窗口。

数学不但是整个人类文化的重要组成部分,而且始终是推进人类文明的重要力量。数学史可以帮助我们了解和理解数学作为人类文明要素对推动社会进步的重要作用,可以让我们从中感受到数学发展中最富有理性魅力的题材,从而获得启示和力量。因此,学习和阅读数学史,不仅对于数学专业研究者、数学教师和学生是必需的,而且对于广大从事教育、文化工作和需要了解人类文化的社会人士也是必要的。

重视数学史的文化价值和教育价值,不仅有良好的国际传统,而且是当今国内潮流,也是数学史研究和数学教育研究价值追求的一个重要方面。国际著名数学家和数学教育家 M. 克莱因通过展示数学思想的发展来理解数学在人类文明历史发展中的作用为我们树立了光辉的典范;我国数学史界前辈从李俨、钱宝琮、严敦杰到梁宗巨、李迪等都非常重视数学史和数学教育的关系;今天更有以数学教育家身份身体力行强调数学史对数学教育的重要作用的张奠宙先生。国际上有 HPM(数学史与数学教育国际研究组)学术组织推动和开展数学史与数学教育关系的研究;我国于 2005 年 5 月在西安召开了“第一届全国数学史与数学教育会议”。这些学术活动已经并必将进一步推动数学史与数学教育的结合,发挥数学史更大的社会文化价值。

今天强调数学史的文化价值和教育价值已经成为我国大、中学数学教育发展的普遍趋势。基础教育数学课程突出强调数学的文化价值,通过数学史来理解数学的文化价值是一个重要的途径。在 2003 年教育部颁布的《普通高中数学课程标准》(实验)中明确提出“高中数学课程提倡体现数学的文化价值,并在适当的

内容提出对数学文化的学习要求,设立‘数学史选讲’等专题”^①。数学史作为大学课程近年来也被广泛开设。李文林先生最初于1998年在北京大学开设数学史选修课,继而出版《数学史教程》^②,为这一方向做出了重要贡献,也推动形成了数学史专家从数学史研究走向把数学史文化传播于数学课堂的新风向。

大学应该成为研究数学史、传播数学文化,提高社会对数学史的文化认识的主阵地。为此,我们集六所大学的数学史学者,结合多年的数学史的研究与教学实践,编撰这本数学简史。我们的目的是,让读者花不多时间便可了解中外数学产生发展概要,领会数学发展规律和感受数学史发展过程中人文和理性题材的魅力。我们特地在每章后提供了阅读材料和思考与研究问题,这是为了增强本书的可读性,并满足作为教材的需要。

本书适宜选作大学《数学史》教材(约授40学时左右)。

我们撰写本书的分工是:西昌学院并兼职于四川师范大学的徐品方编撰绪论及第2章,成都大学童琳和漆定新编撰第1章,内江师范学院王新民编撰第3章,西昌学院兰箭轮编撰第4章,红河学院陈德华编撰第5章,阿坝师范高等专科学校蒋自国编撰第6章,四川师范大学简冬梅编撰第7章、宁锐编撰第8章、李昌勇编撰第9章、张红编撰第10章、潘亦宁编撰第11章与第13章、周思波编撰第12章与第14章。

此外,徐品方负责第1~5章编写指导工作,宁锐负责第6~9章的编写指导工作,张红负责第10~14章的编写指导工作。宁锐、潘亦宁、张开敏协助统稿,徐品方负责审校,最后由张红统稿定稿。

作为高校从事数学史教学和研究的教师,特别是我们大都具

① 中华人民共和国教育部:普通高中数学课程标准(实验)[S],北京:人民教育出版社,2003,4。

② 第一版由高等教育出版社和施普林格出版社于2000年出版,第二版由高等教育出版社于2002年出版,并更名为《数学史概论》。

有师范院校背景,我们深知自己学生对数学文化的广泛需求,也深知推动数学史课程建设在广泛传播数学文化的意义。因此,编写本书,我们是抱着成为数学史发展长河中一朵小小浪花的拳拳之心来贡献自己的力量。但是限于多人撰稿,加之编撰者水平有限,本书可能有许多不尽如人意的地方,甚至还有缺点和错误,敬请读者批评指正。

最后,我们要特别感谢四川师范大学副校长张健教授、数学史博士孔国平先生以及数学与软件科学学院领导的大力支持。

编 者

2006 年 11 月于成都狮子山

目 录

前言

0 绪论	(1)
0.1 数学史的意义、研究对象与目的	(1)
0.2 数学史教育的作用	(1)
0.3 数学史研究的任务与原则	(3)
0.4 什么是数学	(3)
0.5 数学史教育在国内外	(4)
1 早期数学	(5)
1.1 最初数与形的概念	(5)
1.1.1 数的概念的形成	(5)
1.1.2 形的概念的起源	(6)
1.2 美索不达米亚数学	(7)
1.3 古埃及数学	(10)
1.4 中国算筹和古书中的早期数学	(14)
1.4.1 中国算筹	(14)
1.4.2 中国古算书中的早期数学	(17)
1.4.3 我国极限、运筹学思想的萌芽	(22)
阅读材料 九九歌的故事	(23)
思考与研究问题	(23)
2 古希腊数学	(24)
2.1 雅典时期	(25)
2.1.1 论证数学开创者泰勒斯	(25)
2.1.2 毕达哥拉斯学派	(28)
2.1.3 其他学派	(33)
2.1.4 第一次数学危机	(38)
2.2 亚历山大时期——全盛时期	(39)

2.2.1 欧几里得的《几何原本》	(39)
2.2.2 数学之神阿基米德	(44)
2.2.3 阿波罗尼奥斯的《圆锥曲线论》	(48)
2.3 亚历山大后期——衰落时期	(50)
2.3.1 数学群星	(50)
2.3.2 第一个女数学家的惨案	(55)
2.3.3 古希腊的数学成就	(57)
2.4 古希腊的数学方法论	(57)
阅读材料 穷竭法	(58)
思考与研究问题	(60)
3 中国古代数学	(61)
3.1 《算数书》与官学教科书“算经十书”简介	(61)
3.1.1 《算数书》	(62)
3.1.2 算经十书	(64)
3.2 闪光的古算瑰宝“双九章”之一——《九章算术》与 刘徽	(72)
3.2.1 《九章算术》的成书年代与作者	(72)
3.2.2 《九章算术》的基本内容	(73)
3.2.3 《九章算术》的主要数学成就及其算法举例	(75)
3.2.4 刘徽的数学成就	(83)
3.3 “双九章”之二——《数书九章》与秦九韶	(88)
3.3.1 秦九韶的生平	(89)
3.3.2 《数书九章》的基本内容	(91)
3.3.3 《数书九章》的主要数学成就	(92)
3.4 祖冲之数学世家简介	(99)
3.4.1 祖冲之及其数学成就	(99)
3.4.2 祖暅之及其数学成就	(103)
3.5 宋元数学	(107)
3.5.1 刘益的方程	(107)
3.5.2 贾宪三角	(108)
3.5.3 沈括的隙积术	(109)

3.5.4	杨辉的纵横图与数学教育	(112)
3.5.5	李冶的“天元术”与朱世杰的“四元术”	(116)
3.6	明清数学——从衰落到艰难的复兴	(126)
	阅读材料 刘徽九章算术注原序	(130)
	思考与研究问题	(131)
4	东方数学(除中国数学外)	(133)
4.1	印度数学	(133)
4.1.1	印度数学的萌芽时期	(133)
4.1.2	印度数学的全盛时期	(135)
4.2	阿拉伯数学	(141)
4.3	中国、希腊、印度数学比较	(145)
4.3.1	中国传统数学的特点	(145)
4.3.2	希腊数学的特点	(146)
4.3.3	印度数学的特点	(147)
	阅读材料 “0”的最早出现	(149)
	思考与研究问题	(149)
5	文艺复兴前后的欧洲数学	(150)
5.1	欧洲中世纪的数学	(150)
5.2	文艺复兴时期的欧洲代数学	(152)
5.2.1	方程简史	(153)
5.2.2	对数	(160)
5.3	三角学	(165)
5.3.1	三角学的产生	(165)
5.3.2	三角学的独立与发展	(165)
5.4	数学猜想选介	(168)
	阅读材料 达·芬奇与透视学	(172)
	思考与研究问题	(174)
6	解析几何的诞生	(175)
6.1	解析几何产生的背景	(175)
6.2	笛卡儿的解析几何	(176)
6.3	费马的解析几何	(179)

6.4	优先权问题	(181)
6.5	解析几何的发展	(183)
6.6	函数概念的产生与发展	(185)
	阅读材料 创建坐标系的班昭	(187)
	思考与研究问题	(188)
7	微积分的创立	(190)
7.1	微积分的孕育和萌芽	(190)
7.1.1	早期微积分思想	(190)
7.1.2	微积分的近代起源	(191)
7.2	牛顿创立微积分——流数法	(198)
7.2.1	“流数法”初建	(199)
7.2.2	成熟的流数法	(199)
7.2.3	首末比的提法与改进	(200)
7.2.4	《自然哲学的数学原理》	(201)
7.3	莱布尼茨创立微积分	(201)
7.4	微积分发明权之争	(204)
	阅读材料 微积分思想在中国	(205)
	思考与研究问题	(207)
8	微积分的发展	(208)
8.1	微积分基础概念的演化	(208)
8.1.1	无穷小量概念	(208)
8.1.2	极限观念	(209)
8.1.3	形式化微积分	(210)
8.1.4	对函数的认识	(212)
8.1.5	无穷级数的发展	(213)
8.2	18世纪分析技术的发展及新分支形成	(215)
8.2.1	分析技术的发展	(216)
8.2.2	数学分析的新分支	(217)
8.3	数学分析基础严格化	(222)
8.3.1	极限理论	(222)
8.3.2	分析算术化运动	(223)

8.3.3 集合论的诞生	(226)
8.4 19 世纪数学分析分支的拓展	(228)
8.4.1 复变函数论	(229)
8.4.2 解析数论	(230)
8.4.3 微分方程的进展	(231)
8.4.4 变分法的发展	(232)
阅读材料 第二次数学危机	(233)
思考与研究问题	(235)
9 代数抽象化	(236)
9.1 数学符号化的发展	(236)
9.2 线性代数的发展	(238)
9.2.1 行列式的发展	(238)
9.2.2 矩阵的发展	(240)
9.2.3 从四元数到向量空间	(241)
9.3 高次方程代数解与近世代数的形成	(243)
9.3.1 高次方程代数解	(243)
9.3.2 群(置换群)理论的发展与近世代数的形成	(247)
9.4 19 世纪代数学新分支的发展	(248)
9.4.1 布尔代数	(248)
9.4.2 代数数论	(250)
阅读材料 数系的扩张	(253)
思考与研究问题	(254)
10 几何学的突破和发展	(255)
10.1 欧氏几何学的突破	(255)
10.1.1 罗巴切夫斯基几何的诞生	(255)
10.1.2 黎曼非欧几何	(260)
10.1.3 非欧几何的模型与确立	(261)
10.2 微分几何的发展	(263)
10.2.1 微分几何的开端	(263)
10.2.2 高斯对微分几何的重要贡献	(264)

10.3	射影几何的发展	(266)
10.3.1	综合射影几何	(266)
10.3.2	代数射影几何	(267)
10.3.3	射影几何的完善	(268)
10.4	几何学的统一与 F. 克莱因	(269)
10.5	几何基础与希尔伯特	(271)
阅读材料	黎曼几何和爱因斯坦相对论	(273)
思考与研究问题		(275)
11	发展中的现代纯粹数学	(276)
11.1	更抽象的现代纯粹数学	(276)
11.1.1	抽象代数	(276)
11.1.2	拓扑学	(278)
11.1.3	泛函分析	(280)
11.2	代数几何	(281)
11.3	模糊数学	(283)
11.4	突变理论	(285)
11.5	第三次数学危机与三大学派	(287)
11.5.1	第三次数学危机	(287)
11.5.2	三大学派	(288)
11.6	数学发展中心的迁移	(291)
阅读材料	希尔伯特的 23 个数学问题	(293)
思考与研究问题		(294)
12	发展中的现代应用数学	(295)
12.1	独立应用学科	(295)
12.1.1	算法思想的特征	(295)
12.1.2	概率论与数理统计	(296)
12.1.3	运筹学	(298)
12.1.4	信息论	(299)
12.1.5	控制论与维纳	(300)
12.2	数学渗透其他学科	(301)
12.2.1	数理经济学	(301)

12.2.2 生物数学	(302)
12.2.3 数学物理	(303)
12.3 计算数学	(305)
12.3.1 数值机械计算的产生与发展	(305)
12.3.2 电子计算机	(308)
12.3.3 数学定理机械化证明简介	(309)
阅读材料 数学的用处难以预计	(310)
思考与研究问题	(311)
13 中国数学的现代化	(312)
13.1 明清之际西方数学的传入	(312)
13.2 清末的数学翻译	(316)
13.3 数学教育的现代化	(320)
13.4 现代数学研究概况	(323)
阅读材料 康熙皇帝与符号代数	(328)
思考与研究问题	(331)
14 数学团体、竞赛和数学奖	(332)
14.1 数学团体	(332)
14.1.1 国际数学团体	(332)
14.1.2 中国数学团体	(334)
14.2 数学竞赛	(334)
14.2.1 国际数学奥林匹克(IMO)	(335)
14.2.2 中国数学竞赛	(336)
14.3 数学奖	(336)
14.3.1 国际数学奖	(336)
14.3.2 中国数学奖	(338)
14.4 数学教育	(339)
阅读材料 数学与文化	(340)
思考与研究问题	(341)
参考文献	(342)
人名索引	(344)

0 绪 论

0.1 数学史的意义、研究对象与目的

数学史就是研究数学产生、发展进程及其规律的一门科学史。它研究的主要对象是关于数学的重大历史事件、重要的数学成果、重要的数学家人物及影响数学发展的各种社会、政治、经济和一般文化等因素。如数学各分支的产生与发展规律,数学概念、数学思想方法的形成,以及数学教育、数学家列传、数学经典论著等。

简言之,数学史是学习数学、认识数学的工具,可以帮助我们弄清数学的概念、数学思想方法的发展过程,使我们对数学概貌有整体的把握和了解。这也是数学史的价值所在。

因此,数学史的内容是极其丰富的,它既是数学思想方法的发展史,又是重大数学过程的博览史;既是数学大师的贡献史,又是数学发展与社会生产、科技、政治、军事、文化教育的关系史;同时也是一部人类对自然、对社会以至对数学本身的认识史。

研究数学史的目的主要是探索人类数学文明的发展,阐述中外文明的交互影响,了解数学发展过程中数学的连续性和不断完善性。简言之,追溯数学的过去,了解数学的现在,预见数学的未来。

0.2 数学史教育的作用

(1) 培养辩证唯物主义观点。事物是相互联系、相互转化的。通过数学史的学习研究,可以了解数学是在不断发生变化的,数学的发展是由生产力的发展和社会进步确定的,同时也是数学内

部矛盾运动的结果。所以,学习数学史可以学到辩证唯物主义和历史唯物主义的观点。

(2) 了解数学思想方法的形成过程。数学思想是数学的灵魂,数学方法是开启数学大门的钥匙。学习研究数学史可以了解数学的概念、理论、数学思想与方法的来龙去脉,以及数学各分支的联系、数学和其他科学的联系,从而加深对数学本质的认识,提高对数学的兴趣爱好,加深对数学的理解,最终提高大众的数学文化素养。

(3) 教育功能。我国数学家吴文俊院士说过:“数学教育和数学史是分不开的。”数学史必须与数学教育有机结合。国际数学教育委员会(ICMI)下属数学史与数学教育关系国际研究组织(HPM)经过20多年的研究,已经共识数学史在数学教育中的作用是:利用数学史可以激发学生的学习兴趣,培养学生的数学精神,启发学生的人格成长,预见学生的认知发展,指导并丰富教师的课堂教学,促进学生对数学的理解和对数学价值的认识,构建数学与人文之间的桥梁等。

(4) 了解数学文化。数学是新世纪文化、科学、技术发展的主要支柱之一,它已渗透到各个学科,现代社会成员无不需要数学。我们说数学不仅是科技的工具,而且是一种文化。数学史就是数学文化发展史。因此,数学史不仅是整个人类文化发展史的重要组成部分,而且始终是推进人类文明的重要力量;不仅学习与研究数学的人要了解数学史,而且每个希望了解人类文化的人,数学史也是必读之一。

再说数学教育中没有单设“数学文化”为一门课程,而是通过数学内容和数学史来体现,因为“数学文化”的内容有一半左右与数学史有直接关系。

(5) 了解优势与差距。数学史和数学家是相互依存的,“史”是数学家活动的舞台,“家”是舞台上的角色。通过数学史的学习,可以认识数学发展是非常生动、充满激情的;可以了解世界数学大厦是历代中外数学家的心血和汗水的结晶,是他们用自己的

身心建筑的巍峨的数学殿堂。特别是了解中国古代数学成就及其在世界数学史中的地位,既有利于激发学生的民族自豪感,又便于对中外数学发展中各自的特点进行对比,了解其优势与弱点,对认识过去、珍惜现在、思考未来具有一定的教育意义,体现古人的箴言“自知者明,自胜者强”。

0.3 数学史研究的任务与原则

数学是人创造的,对数学的理解应按照人的原始思考的发展来进行。荷兰数学教育家弗赖登塔尔(H. Freudenthal, 1905—1991)说:“没有一种数学观念像当初被发现那样得以表述。一旦问题获得解决,一种技巧得到了发展和使用,就会转向解的程序侧面,……火热的发现变为冰冷的美丽。”这里,弗氏批评那种过于注重逻辑性,没有丝毫历史感的教材“把火热的发现变成冰冷的美丽”。

我国数学教育家张奠宙在进一步阐述后,提出了数学史的研究任务。他说:“数学原本是火热的思考,但是一旦发表出来,形成文字,写入教材,就变成了冰冷的美丽。鲜活的思想被淹没在形式演绎的海洋里。数学史的研究任务,就是提供各种数学历史背景,让学生理解数学的原始思考及其来龙去脉,获得真正的理解。”^①

对中外古代数学研究的原则是:用现代数学知识和科学思想方法进行阐述,它既不是古算的复述,也不是用现代数学知识去改写,而是要实事求是、客观评价,把冰冷的美丽变成火热的发现。

0.4 什么是数学

纵观数学史上数学的定义,林林总总不下几百种:如“数学是量的科学”(亚里士多德, Aristotle, 公元前 384—前 322);“数学是

^① 以上两段引自 2005 年“第一届全国数学史与数学教育会议”论文集。

研究到最后自己都不知道在研究什么的科学”(罗素);“数学是研究现实的量的关系与空间形式的科学”(恩格斯);“数学是看不见的文化”^①。古今数学定义为什么多样化,主要原因有二:①数学本身是一个历史的概念,它的含义随时代而变化;②观点不同,出发点不同,即令同一时期也无统一定义,每个定义都打上了时代的烙印。因此不会有一成不变的定义。

0.5 数学史教育在国内外

当今国内外掀起了学习数学史热,许多国家都注意这门学科的建设。我国20世纪80年代初,部分大学开设了数学史课,90年代越来越多的大学纷纷开设了此课或建立了科学史系。至今已培养出数学史硕士生、博士生100多人。21世纪开始,教育部提倡大学学点数学史,接着决定普通高中开设数学史选修课。

重视数学史和数学文化在数学教学中的作用,当今已成为一种国际现象。美国数学协会(MAA)下属的数学教育委员会曾发出题为“呼唤变革:关于数学教师的数学修养”的建议书,呼吁所有未来的中小学教师:“注意培养自身对各种文化在数学思想的成长与发展过程中所作的贡献有一定的鉴赏能力,对来自各种不同文化的个人(无论男女)在古代、近代和当代数学论题的发展上所作的贡献有所研究,并对中小学教师中主要概念的历史发展有所认识。”

数学是一门历史悠久、分支繁多、抽象的学科,要撰写出它的全部历史确非易事,我们就中外数学史的主要菁华勾勒出它的轮廓,做到“以史实为据、落笔有据、言之有理”,并且“以史贯家,以家串史”,尽量用简明、准确的语言和精选典型史料作为客观介绍。

“路漫漫其修远兮,吾将上下而求索”(屈原《离骚》)。

望有兴趣者,及早步入数学史大世界。

① 详见徐品方:数学简明史[M],北京:学苑出版社,1992,354—356。