

五年制高等教育

教材

第二版

数学

练习册

第四册

凤凰出版传媒集团
江苏科学技术出版社

五年制高等职业教育教材

数 学 (第二版)

(第四册)

练 习 册

学校_____

班级_____

姓名_____

主 编 叶惠英 芮永华 张 洁

凤凰出版传媒集团
江苏科学技术出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学练习册. 第4册 / 叶惠英主编. —2版. —南京:
江苏科学技术出版社, 2007. 2

五年制高等职业教育教材

ISBN 978-7-5345-5367-7

I. 数… II. 叶… III. 数学—高等学校: 技术学
校—习题 IV. 01-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 006313 号

五年制高等职业教育教材

数学练习册(第四册)(第二版)

主 编 叶惠英 芮永华 张洁

责任编辑 孙广能

特约编辑 左玉梅

责任校对 苏 科

责任监制 曹叶平

出版发行 江苏科学技术出版社(南京市湖南路 47 号, 邮编: 210009)

网 址 <http://www.pspress.cn>

集团地址 凤凰出版传媒集团(南京市中央路 165 号, 邮编: 210009)

集团网址 凤凰出版传媒网 <http://www.ppm.cn>

经 销 江苏省新华发行集团有限公司

照 排 南京展望文化发展有限公司

印 刷 通州市印刷总厂有限公司

开 本 718 mm×1000 mm 1/16

印 张 5.25

字 数 81 000

版 次 2007 年 2 月第 1 版

印 次 2007 年 2 月第 1 次印刷

标准书号 ISBN 978-7-5345-5367-7

定 价 9.40 元

图书如有印装质量问题, 可随时向我社出版科调换.

编写说明

《数学练习册》是与全国广播电视大学五年制高等职业教育教材《数学》(第二版)配套的助学教材,共五册,本书是第四册,与主教材第四册配套使用。

本书编写体例包括每章各节学习要点、学习要求、各节综合练习和各章测试题。各节综合练习与主教材主要知识点配套,以基本题为主,配有“判断题”、“选择题”、“填空题”和“解答题”,可以作为学生学完各节内容后的综合训练题。其中少量带“*”的题目供学习基础较好、学有余力的学生使用。各章测试题与各章教学内容及综合练习配套,其中测试题 A,可以作为各章单元测验题。测试题 B 供学习基础较好、学有余力的学生选择使用。

本册由叶惠英、芮永华、张洁主编,吴进主审。由于水平有限,对于编写中存在的不足及错误之处,恳请专家、同行批评指正。

编者

2007 年 1 月

目 录

第 11 章 函数的极限与连续性	1
§ 11.1 初等函数	1
§ 11.2 函数的极限概念	4
§ 11.3 函数极限的四则运算法则	7
§ 11.4 两个重要极限	10
§ 11.5 函数的连续性	12
第 11 章测试题	16
第 12 章 一元函数的微分	21
§ 12.1 导数的概念	21
§ 12.2 求导法则	24
§ 12.3 高阶导数	27
§ 12.4 微分及其应用	29
§ 12.5 导数的应用	31
§ 12.6 导数在经济分析中的应用举例	36
第 12 章测试题	39
第 13 章 一元函数的积分	45
§ 13.1 不定积分的概念	45
§ 13.2 不定积分的基本公式与运算法则	48
§ 13.3 换元积分法与分部积分法	51
§ 13.4 定积分的概念与性质	54
§ 13.5 定积分的计算	57
§ 13.6 无穷积分	60
§ 13.7 定积分在几何中的应用举例	62
§ 13.8 积分在经济分析中的应用举例	64
第 13 章测试题	66
第 14 章 微分方程简介	72
§ 14.1 基本概念	72
§ 14.2 一阶微分方程	73
§ 14.3 微分方程的应用举例	76

§ 11.1

初等函数

学习要点

1. 函数概念与特性.
2. 基本初等函数与复合函数.
3. 初等函数.

学习要求

1. 通过复习,进一步理解函数的有关概念和性质.
2. 熟记基本初等函数的表达式和图像特征.
3. 理解复合函数的概念,掌握复合函数的分解方法.
4. 理解初等函数的概念.



练习 11.1

一、判断题(正确的打“√”,错误的打“×”)

1. 函数 $y = \frac{x^2}{x}$ 与 $y = x$ 表示同一个函数. ()
2. 若 $f(x)$ 和 $g(x)$ 均为奇函数,则 $f(x) \cdot g(x)$ 为偶函数. ()
3. 函数 $y = \frac{\sin x}{x}$ 的图像关于 y 轴对称. ()
4. $y = 2^x$ 是幂函数. ()
5. $y = x^e$ 是指数函数. ()
6. $y = e^{-x^2}$ 是基本初等函数. ()
7. $y = \sin^2 x$ 是复合函数. ()
8. $y = \cos 2x + (2x - 1)^3$ 是复合函数. ()

二、填空题

1. 函数的两要素是指_____, 函数值域由_____确定.
2. 设函数 $y = 2x - 3$, 若定义域为 $\{-1, 0, 1, 3\}$, 则值域为_____ ; 若定义域为 $[0, +\infty)$, 则值域为_____.
3. 幂函数的解析表达式为_____ ; 指数函数的解析表达式为_____ ; 反正切函数的解析表达式为_____.
4. 函数 $y = x^4 - 2x^2 + 3$ 的定义域是_____, 函数 $y = \frac{x}{x-1}$ 的定义域是_____, 函数 $y = \sqrt{3-x}$ 的定义域是_____, 函数 $y = \lg(x-1)$ 的定义域是_____.
5. 函数 $y = x^2 + 1$ 的单调递增区间是_____, 单调递减区间是_____.
6. 函数 $y = 2^{x^2-x}$ 由_____复合而成.

三、选择题

1. 函数 $y = \sqrt{x^2 - 4}$ 的定义域是().
A. $\{x \mid x \leq \pm 2\}$ B. $\{x \mid x \geq \pm 2\}$
C. $\{x \mid -2 \leq x \leq 2\}$ D. $\{x \mid x \leq -2 \text{ 或 } x \geq 2\}$
2. 设每个茶杯 1.8 元, 则购买 x 个茶杯的费用 y 与 x 之间的函数表达式为().
A. $y = 1.8x, x \in \mathbf{R}$ B. $y = 1.8x, x \in [0, +\infty)$
C. $y = 1.8x, x \in \mathbf{N}$ D. $y = 1.8x, x \in \mathbf{N}_+$
3. 下列函数中是基本初等函数的为().
A. $y = e^{x^2}$ B. $y = |x|$
C. $y = x^{\sqrt{3}}$ D. $y = 2x + 1$
4. 下列函数中是奇函数的为().
A. $y = x^2 \cos x$ B. $y = x^2 \sin x$
C. $y = x \sin x$ D. $y = |\sin x|$
5. 分解复合函数 $y = \ln \sin x^3$ 得到().
A. $y = \ln u, u = v^3, v = \sin x$ B. $y = \ln u, u = \sin v, v = x^3$
C. $y = \ln u, u = \sin x^3$ D. $y = 3 \ln u, u = \sin x$

四、解答题

1. 设函数 $f(x) = x^2 - 3x + 2$, 求: $f(-2), f(\frac{3}{2}), f(2a), f(x_0 + 1), f(x_0 + \Delta x)$.

2. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2-x, & x < 0, \\ x^2, & x \geq 0. \end{cases}$ 求: $f(-2), f(0), f(1)$, 并作函数图像.

3. 求下列函数的定义域:

$$(1) y = \frac{x}{\sqrt{x+2}};$$

$$(2) y = \sqrt{x^2 - 3x - 4};$$

$$(3) y = \frac{2x+1}{x^2+3x+2};$$

$$(4) y = \lg(x - x^2).$$

4. 作下列函数的图像:

$$(1) y = \frac{1}{x};$$

$$(2) y = x^3;$$

$$(3) y = x^2;$$

$$(4) y = |x|.$$

5. 分解下列各复合函数:

$$(1) y = (2x - 3)^{10};$$

$$(2) y = \frac{1}{\sqrt{2x-1}};$$

$$(3) y = e^{2x+1};$$

$$(4) y = \sin^2(3x + 2);$$

$$(5) y = \ln(1 + \sqrt{2 + x^2});$$

$$(6) y = \arctan x^2.$$

§ 11.2

函数的极限概念

学习要点

1. $x \rightarrow \infty$ 、 $x \rightarrow x_0$ 时函数的极限概念.
2. 左、右极限的概念.

3. 无穷小量及其性质.

学习要求

1. 初步理解 $x \rightarrow \infty$ 时函数 $f(x)$ 的极限概念, 会判断简单函数的极限.
2. 初步理解 $x \rightarrow x_0$ 时函数 $f(x)$ 的极限概念, 掌握极限存在的充要条件.
3. 理解左、右极限的概念.
4. 理解无穷小量与无穷大量的概念, 掌握无穷小量的性质, 会利用无穷小量的性质求极限.

**练习 11.2****一、判断题(正确的打“√”,错误的打“×”)**

1. 若函数 $f(x)$ 在点 x_0 处无定义, 则极限 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 不存在. ()
2. $10^{-10\,000}$ 是无穷小量. ()
3. 无穷大量的倒数是无穷小量. ()
4. 无穷小量的倒数是无穷大量. ()
5. 无穷小量的积是无穷小量. ()

二、填空题

1. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$ 的充要条件是_____.
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} = \underline{\hspace{2cm}}$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^x = \underline{\hspace{2cm}}$, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \underline{\hspace{2cm}}$.
3. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 3x - 2, & x \geq 1, \\ x, & x < 1, \end{cases}$ 则 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$;
 $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.
4. 设 $f(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$, 则当 $x \rightarrow \underline{\hspace{2cm}}$ 时, $f(x)$ 是无穷大量; 当 $x \rightarrow \underline{\hspace{2cm}}$ 时, $f(x)$ 是无穷小量.

三、选择题

1. 下列极限存在的是().

A. $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 + 1)$ B. $\lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x}$

C. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{1-x}$ D. $\lim_{x \rightarrow 0} 3^x$

2. 下列极限不存在的是().

A. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \sin x$ B. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{x}$ C. $\lim_{x \rightarrow \infty} \cos x$ D. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{2x-1}$

3. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 变量 $\frac{x}{10^8}, 2^x, 100x, \cos x, \ln(1+x)$ 中无穷小量的个数是().

A. 1 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 0

4. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列变量中的无穷大量是().

A. $\tan x$ B. 2^x C. 2^{-x} D. $\cot x$

四、解答题

1. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3+1}{x+1}, & x \neq -1, \\ 0, & x = -1, \end{cases}$ 求 $f(x)$ 在 $x = -1$ 处的

左、右极限, 并说明 $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ 是否存在.

2. 设 $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq 0, \\ x^2+a, & x > 0, \end{cases}$ 当 a 为何值时, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 存在? 并求 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

3. 下列函数在自变量怎样的变化过程中是无穷小量? 在自变量怎

样的变化过程中是无穷大量?

$$(1) y = x^4; \quad (2) y = \frac{1}{x^5}; \quad (3) y = \cot x;$$

$$(4) y = \sqrt{x}; \quad (5) y = 10^x; \quad (6) y = \ln x.$$

4. 利用无穷小量的性质求下列极限:

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} (x + \sin x); \quad (2) \lim_{x \rightarrow 1} (x - 1) \cos x;$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\arctan x}{x}; \quad (4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cos x}{x^2}.$$

§ 11.3

函数极限的四则运算法则

学习要点

1. 极限的四则运算法则.
2. 求极限方法.

学习要求

1. 掌握极限的四则运算法则, 会运用法则求极限.
2. 掌握“ $\frac{0}{0}$ ”未定型和“ $\frac{\infty}{\infty}$ ”未定型极限的求法.



练习 11.3

一、填空题

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2 - 1}{x^2 + b} = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + 1} = \underline{\hspace{2cm}}.$

4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 1}{x - a} = 1$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}.$

二、选择题

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x + 5}{3x + 1} = (\quad).$

A. $\frac{2}{3}$

B. $-\frac{2}{3}$

C. $\frac{3}{2}$

D. $-\frac{3}{2}$

2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x^2 + 1} = (\quad).$

A. 0

B. 1

C. $\frac{1}{2}$

D. ∞

3. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x(x-3)}{x^2 - 9} = (\quad).$

A. 0

B. $\frac{1}{6}$

C. $\frac{1}{2}$

D. 不存在

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\cdots+n}{n^2} = (\quad).$

A. 0

B. $\frac{1}{2}$

C. 1

D. 2

5. 若 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax+2}{2x+1} = \frac{4}{5}$, 则 $a = (\quad).$

A. 1

B. 2

C. 3

D. 无法确定

6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{e^x - 1} = (\quad).$

A. $e^2 - e^{-2}$

B. $e - 1$

C. 2

D. 不存在

三、解答题

1. 求下列极限:

$$(1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - x + 1}{x + 1};$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right) \left(2 - \frac{1}{x^2}\right);$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x^3 + 8};$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{x^2};$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 2x - 5}{8x^3 - 3x + 4};$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 2x - 15};$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{12}{x^3+8} \right);$$

$$(8) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) \cdot \sqrt{n}.$$

2. 已知 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + 6}{1 - x} = 5$, 求 a 的值.

§ 11.4 两个重要极限

学习要点

1. 极限公式 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.
2. 极限公式 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$.

学习要求

掌握两个重要极限公式,会灵活运用公式求有关的极限.



练习 11.4

一、填空题

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x} = \underline{\hspace{2cm}}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan 2x} = \underline{\hspace{2cm}}.$
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\sin 3x} = \underline{\hspace{2cm}}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\sin x)}{\sin x} = \underline{\hspace{2cm}}.$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^x = \underline{\hspace{2cm}}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x = \underline{\hspace{2cm}}.$
4. $\lim_{x \rightarrow 0} (1-x)^{\frac{1}{2x}} = \underline{\hspace{2cm}}; \lim_{x \rightarrow 0} (1+2x)^{\frac{1}{x}} = \underline{\hspace{2cm}}.$
5. 已知 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin mx}{2x} = \frac{2}{3}$, 则 $m = \underline{\hspace{2cm}}.$

二、选择题

1. $\lim_{u \rightarrow \infty} \frac{\sin u}{u} = (\quad).$
 A. 0 B. 1 C. e D. 不存在
2. 下列极限中值为 1 的是().

A. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin u}{u}$ B. $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{t}$ C. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{2x}$ D. $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x}$

3. 下列极限中值为 e 的是().

A. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{-\frac{1}{x}}$ B. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{-x}$

C. $\lim_{x \rightarrow 0} (1-x)^{\frac{1}{x}+1}$ D. $\lim_{x \rightarrow 0} (1-x)^{-\frac{1}{x}}$

4. 若 $\alpha \neq \beta$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \alpha x - \sin \beta x}{x} = (\quad)$.

A. $\alpha - \beta$ B. $\beta - \alpha$ C. $\alpha + \beta$ D. $\alpha \beta$

三、解答题

1. 计算下列极限

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\tan 3x};$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x};$

(3) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sin(x+1)}{x^2 - 1};$

(4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2x}{\sin 3x};$

(5) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \cdot \sin \frac{1}{x^2};$

(6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{\sin 5x};$

(7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \cdot \sin x};$

* (8) $\lim_{n \rightarrow \infty} 3^n \cdot \sin \frac{x}{3^n}.$

2. 求下列极限

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+x}{x} \right)^{3x};$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n+2} \right)^n;$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x} \right)^{3x+5};$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+1} \right)^x;$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x-1} \right)^{x+3};$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 0} (1+5x)^{\frac{4}{x}+3}.$$

§ 11.5 函数的连续性

学习要点

1. 函数在一点处连续的定义.
2. 函数在区间上连续的概念.
3. 初等函数的连续性.
4. 连续函数的性质.

学习要求

1. 理解函数在一点处连续的定义, 会用定义判断函数在指定点处的连续性.
2. 了解函数在区间内连续的概念.
3. 理解初等函数的连续性概念, 会求初等函数的间断点和连续区间.
4. 会利用函数的连续性求函数极限.