JIXIE SHEBEI
GUZHANG ZHENDUAN
SHIYONG JISHU

机械设备故障诊断实用技术

杨国安　编著

中国石化出版社
HTTP://WWW.SINOPEC-PRESS.COM

机械设备故障诊断实用技术

杨国安　编著

中国石化出版社

内 容 提 要

本书内容包括故障诊断技术的数学基础、机械振动基础、振动监测参数及标准、信号处理基础、旋转机械的故障诊断、现场动平衡技术、往复压缩机的故障诊断、齿轮的故障诊断、滑动轴承的故障诊断、滚动轴承的故障诊断、电动机的故障诊断等。本书较全面地介绍了机械设备故障诊断的基础知识，深入浅出，突出实用性。

本书可供从事企业设备管理维护人员参考，也可作为高等院校相关专业研究生、本科生的学习参考书。

图书在版编目(CIP)数据

机械设备故障诊断实用技术/杨国安编著.—北京:中国石化出版社,2007
ISBN 978-7-80229-370-0

Ⅰ.机… Ⅱ.杨… Ⅲ.机械设备-故障诊断 Ⅳ.TH17

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第096573号

中国石化出版社出版发行

地址:北京市东城区安定门外大街58号
邮编:100011 电话:(010)84271850
读者服务部电话:(010)84289974
http://www.sinopec-press.com
E-mail:press@sinopec.com.cn
金圣才文化发展(北京)有限公司排版
北京宏伟双华印刷有限公司印刷
全国各地新华书店经销

*

787×1092毫米 16开本 19印张 477千字
2007年8月第1版 2007年8月第1次印刷
定价:48.00元

前　言

设备诊断技术是在设备管理和维修的基础上发展起来的。我国自1979年才初步接触开发诊断技术，1984年开始真正在企业推广振动故障诊断，那时的仪器非常简陋，只能测量振动的位移、速度和加速度，没有频谱分析功能，随着技术的发展，到后来拥有了能够进行手动分析振动频率的仪器。仪器虽然简陋，不能够自动记录振动谱图，但当时对于从事现场故障诊断的人员来说，可以在现场随时分析振动频率成分，工程师们已经很满足了，这样的仪器简单、实用，可以解决绝大部分现场的振动问题。20世纪末，随着计算机技术的发展，彻底改变了振动分析的软、硬件面貌，各种数据采集、分析、诊断功能的仪器被相继开发出来，各种专家系统也不断涌现，给工程技术人员提供了更有效的手段来分析解决问题。但问题也相继出现，现场工程技术人员由于受到专业知识的限制，面对琳琅满目的分析功能、界面、曲线，知其然不知其所以然。专家系统由于受到样本数量的影响，其可靠性、准确性也受到质疑。近年来，编者和现场从事设备管理工作的工程技术人员广泛交流，觉察到当前故障诊断工作的推广应用最大的障碍是从事故障诊断技术的现场人员知识结构不合理和缺乏。他们懂得设备的结构、运行机制，却对时、频变换不清楚，应该讲，故障诊断技术背后有严谨的数学知识作支撑。众多学科相互渗透构成了故障诊断技术的知识体系，有人说故障诊断就是传感器，有人说是信号处理，有人说是数据挖掘、专家系统等。这就充分说明了故障诊断技术知识结构的交叉性和多样性，编者近年来曾多次为中国石化设备管理维护人员办学习班和讲座，也曾为中国石油、新疆自治区等企业培训故障诊断技术人员，和他们的亲密接触丰富了编者，也使编者感到出版这样一本书的必要性和迫切性。

本书的目的是要对故障诊断技术的基础知识，机理、方法、理论基础和应用技术加以简单的解释说明。尽力用一目了然的方式明确地说明关于故障诊断技术的一切。本书的宗旨是能用图形说明的尽量不去用文字解释，能用文字解释的不用数学去推演，用到的数学也尽量是初等的。本书参考了大量文献，包括网络上的一些优秀资源，通过现场培训班的不断使用而完善。

故障诊断技术不能立足于投入大量的资金和最现代化的仪器设备，首要的任务是充实现场工程技术人员的知识储备，包括理论和实际的经验，现在从事故障诊断的人员，通过望、闻、问、切能对设备的运行状况作出评价的越来越少。当振动异常的时候，对于常见故障，能借助仪器得出诊断结论，能够对问题给出合理解释的人才越来越缺乏，故障诊断工作的决定作用在人，不在仪器。仪器仅仅是人的工具，如果人不行，再好的仪器也无用；好的仪器有了有准备

的人才能够发挥作用。真正掌握了故障诊断技术，加上得力的仪器设备，才能使设备维护人员大有用武之地，而成为别人无法替代的人才！

本书在编写过程中，我的研究生刘占涛、张冬、黄聪、王泽栋、郭乃明、宋征、殷鑫同学做了大量的整理编辑工作，向他们表示感谢！本书内容参考了大量近期出版的相关文献，编者对有关作者表示衷心感谢。

由于时间仓促和编者水平有限，该书虽经反复整改，内容的深度和广度仍显不足，其中错误和不妥之处恳请读者批评指正，编者深表谢意。编者网址：www. ygazd. cn，E－mail：yangga@ mail. buct. edu. cn。

谨以此书献给辛勤工作在机械设备故障诊断现场的工程技术人员！

编　者

目　　录

第1章 概 述

1.1 机械设备故障诊断的意义

机械设备故障诊断技术(Mechanical Fault Diagnosis)是利用测取机械设备在运行中或者相对静态条件下的状态信息，通过对所测得信号进行分析和处理，并结合诊断对象的历史状态，来定量识别机械设备及其零部件的实时技术状态，并预知有关异常故障和预测未来的技术状态，从而确定必要对策的技术。

总体来讲，机械设备故障诊断技术的发展，大致可以分为4个阶段：

(1) 事后维修：在19世纪，当时机械设备本身的技术水平和复杂程度都还很低，因此采用事后维修的方式。

(2) 定期维修(计划维修)：20世纪初到20世纪50年代，随着大生产的发展，机械本身的复杂程度也有了提高，机械设备故障或事故对生产的影响显著增加，在这种情况下，出现了定期维修的方式。这个时期，机械设备故障诊断技术处于孕育阶段。

(3) 状态维修(视情维修)：20世纪60~70年代，随着现代计算机技术、数据处理技术等的发展，机械设备诊断技术在欧美一些国家得到了发展，出现了更科学的按设备状态进行维修的方式。

(4) 智能维修：进入20世纪80年代以后，人工智能技术和专家系统、神经网络等开始发展，并在实际工程中应用，使机械设备诊断技术达到了智能化的程度。虽然这个阶段发展历史并不长，但是已有研究结果表明，机械设备诊断技术具有十分广阔的应用前景。

机械设备故障诊断技术的实施包括两个部分，其一是简易诊断技术，主要是由现场作业人员实施初级技术诊断，对设备的运行状态迅速而有效地作出概括评价，其主要手段是经验评价方法；其二是精密诊断技术，主要是由专业技术人员实施的高级精密技术，对简易诊断技术所测得的信息进行深入细致的分析和处理，从而确定故障的性质、类别、部位、原因、程度乃至发展趋势等各种情况的技术，此项技术即为机械设备故障诊断技术的关键之所在。

1.2 机械设备故障诊断技术所包含的内容

机械设备故障诊断技术根据诊断的目的及所选取的诊断方法不同其实施过程也有所不同，但基本过程是相同的，主要包括：机械设备状态信号特征的获取、故障特征的提取、故障诊断、维修决策的形成，其实施过程如图1-1所示。

机械设备状态信号是机械设备异常或故障信息的载体，选用一定的方法和检测系统采集最能反映诊断对象状态特征的信号，是故障诊断技术实施过程中不可缺少的环节。能够真实、充分地采集到足够数量而且客观反映诊断对象状况的状态信号，是故障诊断技术成功与否的关键，否则，其他部分再完善也将是无效的。状态信号的获取方法主要有：振动、温度、压力、转速、光谱、铁谱、声发射、激光测试等等，通过这些方法测取相应的参数。

当识别故障之后，必须进一步对设备的异常或故障及其危险程度作出评价，以便研究和

确定维修的具体形式，即所谓的维修决策。随着现代科学技术的发展，机械设备的精密化、自动化以及复杂化程度的日益增加，当初仅仅用于简单技术和手工艺的维修技术渐渐发展成一门跨学科的系统化的学科——设备维修工程。随着经济的发展，维修工程日益受到各行各业管理者和科学研究者的重视。维修技术被作为当前可持续发展战略的关键技术。

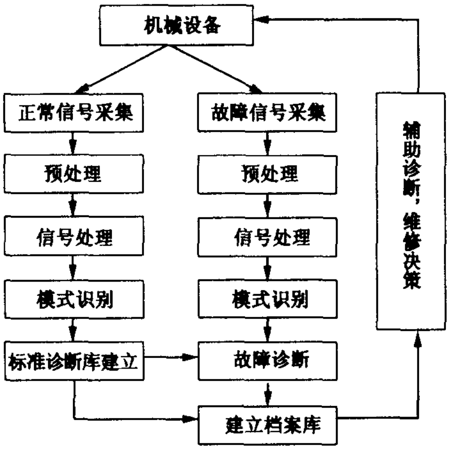

图 1－1　机械设备故障诊断的实施过程

1.3　设备故障诊断技术的发展与展望

机械设备故障诊断技术首先来自军事上的需要，在第二次世界大战初期问世，当时能用仪器进行设备参数的测定，然后相继开发了快速多功能自动监测仪器。最初主要是以振动法诊断旋转机械，后来，依次用声发射法(AE 法)诊断静止设备，用红外线法诊断热态设备，用油液分析法诊断润滑系统和液压系统，用电流、电压法诊断电缆，用气体分析法诊断变压器等，于是诞生了多种诊断技术。但是不管是哪一种诊断方法都包括设备状态监测和故障诊断两个过程，两者既有密切联系又有区别。设备状态监测是指对设备某些特征参数(如振动、噪声、温度、压力等)进行测取，将测定值和规定的门限值进行比较，以便判别设备的工作状态是否正常。设备故障诊断不仅要对设备是否正常作出简单诊断，还要对设备产生故障的原因、部位和严重程度作出判断，为设备管理维修决策提供依据。从设备管理全过程来看，状态监测是基础，所采集的数据应该是准确可靠的，而故障诊断是在状态监测基础上的深入和发展。

机械设备诊断技术是建立在多种基本技术的基础上，并融合多种学科理论的新兴综合性学科。因此，该学科具有基础理论较新、体系边界模糊、实施技术繁多、工程应用广泛、发展日趋迅速以及与高新技术发展密切相关等特点。

在国内外对故障诊断技术理论基础、技术方法及诊断装置大量研究开发的基础上，随着电子计算机技术、现代测试技术、信号处理技术以及信号识别技术等不断向故障诊断领域渗透，故障诊断技术逐渐跨入实用系统化的时代。20 世纪 80 年代开始，利用计算机对机械设备故障进行有效的辅助监测和辅助诊断已成为重要的诊断手段，国内外对计算机诊断系统都积极地进行研制并应用于实际机组。

尽管机械设备诊断技术已取得了长足的发展，但它是一门正在发展的新型学科，还没有达到完善的水平，主要表现在：

(1) 理论与实际相脱离。故障诊断是一门实践性极强的技术，目前从事机械设备故障诊断研究人员多为高校或研究单位，他们对现场设备缺乏深入研究，而现场技术人员又没有足够的时间和技术基础，将所观察、检测到的现象上升到理论加以分析、归纳、总结。

(2) 仪器和被检设备相脱离。

(3) 智能诊断系统以点概全。检测多数比较单一，且精度低；精密信号分析仪价格贵，一般只对振动进行分析，由于其专业程度高，现场的使用人员很难正确使用。

近30年来，机械设备故障诊断技术不断汲取现代科学技术发展的新成果，从理论到实际应用都有了迅速的发展，至今已成为集数学、物理、力学、化学、电子技术、计算机技术、信息处理、人工智能等各种现代化科学技术为一体的新兴交叉学科。其故障机理的研究、人工智能专家系统和神经网络、故障诊断装置的开发研究都在飞速发展，具有十分广阔的前景。反映当代故障诊断技术的发展有以下几个主要方向：

(1) 诊断装置系统化。为实现诊断自动化，把分散的故障诊断装置系统化，并使之与电子计算机相结合实现自动采集信号、提取特征、识别状态；能以显示、打印、绘图等各种方式输出诊断报告。

(2) 诊断装置的集成化。随着电子集成化程度的提高，电子元器件的尺寸越来越小，便携式计算机的发展给诊断装置集成化提供了保证。

(3) 服务于现场的诊断系统。检测装置集成化，使得现场测试仪器的功能越来越强，许多原来必须在实验室的分析现在可以在现场完成。现场诊断系统具有实时、直观、测量次数不受限制，不需要原始数据和转换过程的优点。

(4) 智能化专家系统。故障诊断专家系统是一种拥有人工智能的计算机系统，它不但具有系统诊断技术的全部功能，而且它还将多专家的经验、智慧和思想方法同计算机的巨大运算和分析能力相结合，组成共享的知识库。这是故障诊断技术的高级形式，其研制与应用是必然的趋势。

(5) 标准化的定时诊断。第一代的故障诊断装置以针对个别部位随机诊断为主，而今后凡重要的故障诊断均向标准化的定时诊断发展。

(6) 机械应具有适应性。第二代故障诊断装置要求被检测的机械设备具有适应性，如设计有诊断插座、窥视孔或在相关部位布置好传感器，以确保实施状态监测和故障诊断的方便和快捷。

(7) “机械设备故障诊所”的建立。随着维修制度的变化，合理的预知维修将逐步取代定时维修，因而有可能建立“机械设备诊所”。目前国外已开展此类业务，例如对数控机床实行遥控技术，可在“诊所”利用专线进行遥测，并将被测信号处理、分析后与“诊所”的标准进行比较，从而得到诊断结果。

(8) 建立机械设备故障数据库。随着计算机网络的发展，使得大型机械设备数据库的建立成为可能。这个数据库将包括设备的使用维修档案，为设备故障诊断提供必要资料。随着故障诊断技术的广泛应用，数据库的大型化和公用化将是发展趋势。

综上所述，机械设备故障诊断技术的发展趋势是“四化”：不解体化、高精度化、智能化、网络化。

第2章 故障诊断技术的数学基础

2.1 傅里叶级数及傅里叶变换

2.1.1 傅里叶级数与离散频谱

一、周期信号与傅里叶级数

根据傅里叶级数的理论，任何周期性信号均可展开为若干简谐信号的叠加。设$x(t)$为周期信号，则有

$$x(t)=a_0+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos 2\pi nf_0t+b_n\sin 2\pi nf_0t)$$

$$=A_0+\sum_{n=1}^{\infty}A_n\sin(2\pi nf_0t+\phi_n) \tag{2-1}$$

式(2-1)的右端称为傅里叶级数。其中，A_0为静态分量；f_0为基波频率；nf_0为第n次谐波($n=1$，2，…)；$A_0=a_0$；$A_n=\sqrt{a_n^2+b_n^2}$为第n次谐波的幅值；$\phi_n=\arctan\frac{a_n}{b_n}$为第$n$次谐波的初相值。

$$\left.\begin{aligned}a_0&=\frac{1}{T}\int_0^T x(t)\mathrm{d}t\\ a_n&=\frac{2}{T}\int_0^T x(t)\cos 2\pi nf_0t\mathrm{d}t\quad(n=1,2,\cdots)\\ b_n&=\frac{2}{T}\int_0^T x(t)\sin 2\pi nf_0t\mathrm{d}t\quad(n=1,2,\cdots)\end{aligned}\right\} \tag{2-2}$$

式中，$T=\frac{1}{f_0}$为基本周期；$\omega_0=\frac{2\pi}{T}$为圆频率；a_0、a_n和b_n称为傅里叶级数的描述系数。

二、傅里叶级数的复指数展开式

傅里叶级数也可以写成复指数函数形式。根据欧拉公式：

$$e^{\pm j2\pi ft}=\cos 2\pi ft\pm j\sin 2\pi ft \tag{2-3}$$

有：

$$\cos 2\pi ft=\frac{1}{2}(e^{-j2\pi ft}+e^{j2\pi ft}) \tag{2-4}$$

$$\sin 2\pi ft=j\frac{1}{2}(e^{-j2\pi ft}-e^{j2\pi ft}) \tag{2-5}$$

因此式(2-1)可改写成：

$$x(t)=a_0+\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{1}{2}(a_n+jb_n)e^{-j2\pi nf_0t}+\frac{1}{2}(a_n-jb_n)e^{j2\pi nf_0t}\right] \tag{2-6}$$

令：

$$C_0=a_0 \tag{2-7a}$$

$$C_n = \frac{1}{2}(a_n - jb_n) \tag{2-7b}$$

$$C_{-n} = \frac{1}{2}(a_n + jb_n) \tag{2-7c}$$

则

$$x(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_{-n} e^{-j2\pi n f_0 t} + \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{j2\pi n f_0 t}$$

或

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{j2\pi n f_0 t} \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots) \tag{2-8}$$

这就是傅里叶级数的复指数函数形式。将式(2-2)代入式(2-7b)，即得

$$C_n = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) e^{-j2\pi n f_0 t} \mathrm{d}t \tag{2-9}$$

2.1.2 傅里叶级数与连续频谱

一、非周期信号与傅里叶变换

周期为 T 的信号 $x(t)$ 其频谱是离散的。当 $x(t)$ 的周期 T 趋于无穷大时，则该信号成为非周期信号。周期信号频谱谱线的频率间隔 $\Delta f = f_0 = \frac{1}{T}$，当周期 T 趋于无穷大时，其频率间隔 Δf 趋于无穷小，所以非周期信号的频谱是连续的。

设一周期信号 $x(t)$，在$\left(-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right)$区间以傅里叶级数表示为：

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n e^{j2\pi n f_0 t}$$

式中，$C_n = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) e^{-j2\pi n f_0 t} \mathrm{d}t$ 。

将 C_n 代入上式则得：

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) e^{-j2\pi n f_0 t} \mathrm{d}t\right] e^{j2\pi n f_0 t}$$

当 T 趋于∞时，频率间隔 Δf 成为 $\mathrm{d}f$，离散谱中相邻的谱线紧靠在一起，nf_0 就变成连续变量f，符号 $\sum$ 就变成积分符号 $\int$ 了，于是得到傅里叶积分：

$$\begin{aligned} x(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}f\left[\int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j2\pi f t} \mathrm{d}t\right] e^{j2\pi f t} \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j2\pi f t} \mathrm{d}t\right] e^{j2\pi f t} \mathrm{d}f \end{aligned} \tag{2-10}$$

上式中方括号里的积分，由于时间 t 是积分变量，故积分之后仅是 f 的函数，记作$X(f)$。

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi f t} \mathrm{d}t \tag{2-11}$$

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{+j2\pi f t} \mathrm{d}t \tag{2-12}$$

在数学上称一个函数与另一个函数的一一对应关系为变换。称式(2-11)中的 $X(f)$ 为 $x(t)$ 的傅里叶变换，称式(2-12)中的 $x(t)$ 为 $X(f)$ 的傅里叶逆变换，两者互称为傅里叶变换，即：

$$x(t) \underset{IFT}{\overset{FT}{\rightleftharpoons}} X(f)$$

把 $f=\dfrac{\omega}{2\pi}$ 代入式(7-10)，则式(2-11)、式(2-12)变成

$$X(\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j\omega t}\mathrm{d}t \tag{2-13}$$

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega)e^{j\omega t}\mathrm{d}\omega \tag{2-14}$$

式(2-11)和式(2-13)的关系为：

$$X(f) = 2\pi X(\omega) \tag{2-15}$$

二、傅里叶变换的主要性质

傅里叶变换存在一些重要的性质，通过这些性质可进一步提示信号的时域特性和频域特性之间的内在联系，强化变换的物理概念，并简化运算，在现代工程技术应用中具有重要的意义。其主要性质如下：

(1) 线性性质。若 $x(t) \rightleftharpoons X(f)$ 则：$ax(t) \rightleftharpoons aX(f)$ （齐次性）

若 $x_1(t) \rightleftharpoons X_1(f)$，$x_2(t) \rightleftharpoons X_2(f)$ 则：

$[x_1(t)+x_2(t)] \rightleftharpoons [F_1(f)+F_2(f)]$ （叠加性）

综合二者则：$[a_1x_1(t)+a_2x_2(t)] \rightleftharpoons [a_1X_1(f)+a_2X_2(f)]$

(2) 时移性质。若 $x(t) \rightleftharpoons X(f)$ 则：$x(t \pm t_0) \rightleftharpoons X(f)e^{\pm j2\pi f t_0}$

(3) 频移性质。若 $x(t) \rightleftharpoons X(f)$ 则：$x(t)e^{\pm j2\pi f_0 t} \rightleftharpoons X(f \mp f_0)$

(4) 时间展缩性质。设 $x(t) \rightleftharpoons X(f)$，$a$ 为不等于零常数，则：$x(at) \rightleftharpoons \dfrac{1}{|a|}X\left(\dfrac{f}{a}\right)$

当时间尺度压缩($a>1$)时[图 2-1(a)]，频谱的频带加宽，幅值压低；当时间尺度扩展($a<1$)时[图 2-1(c]，其频谱变窄，幅值增高。

(5) 时间微分性质。若 $F[f(t)]=F(f)$ 则：

$$F\left[\frac{\mathrm{d}^n f(t)}{\mathrm{d}t^n}\right] = (j2\pi f)^n F(f) \tag{2-16}$$

上式说明，时域函数的微分加强频谱的高频分量并消失了直流分量，此外所有分量都有 $\pi/2$ 的相移。

(6) 时间积分性质。若 $F[f(t)]=F(f)$ 则：

$$F\left[\int_{-\infty}^{t} L\int_{-\infty}^{t(n)} f(t)\mathrm{d}t^{(n)}\right] = \frac{1}{(j2\pi f)^n}F(f) \tag{2-17}$$

上式说明，时域函数的积分削弱了高频分量，并使每个分量产生 $-\pi/2$ 相移。

(7) 卷积定理。若 $F[f_1(t)]=F_1(f)$，$F[f_2(t)]=F_2(f)$ 则：

$$F[f_1(t) \cdot f_2(t)] = F_1(f) \cdot F_2(f)$$

及 $$F[f_1(t) \cdot f_2(t)] = F_1(f) \cdot F_2(f) \tag{2-18}$$

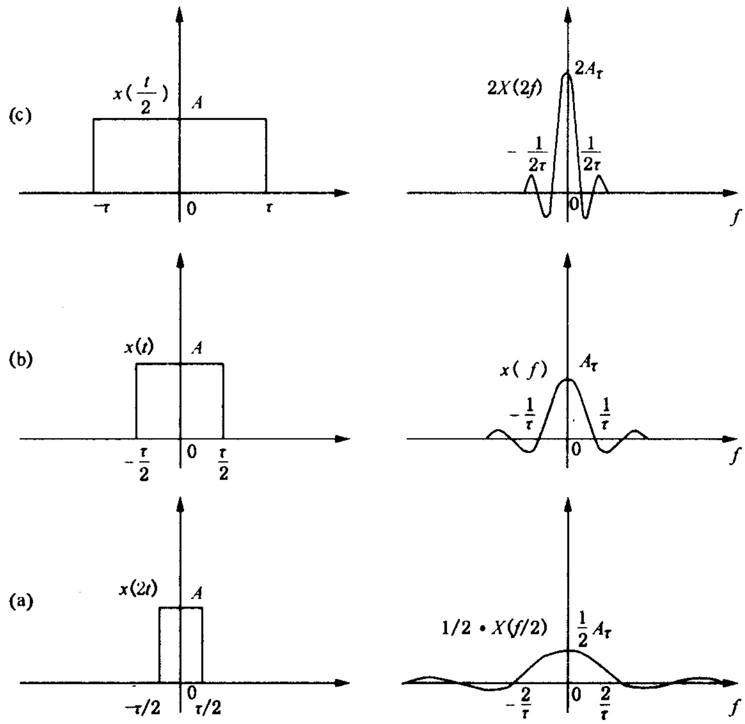

图 2－1　傅里叶变换的伸缩性质

2.1.3　离散傅里叶变换(DFT)及其快速算法(FFT)

一、DFT 的数学描述及理论公式

傅里叶变换及其逆变换都不适合用数字计算机计算。要进行数字计算机处理，必须将连续信号离散化，无限长数据有限化，即要进行采样和截断。这种有限个离散数据的傅里叶变换，称为有限离散傅里叶变换，简称 DFT。

由图解推理可见，要导出 DFT 的数学关系式，只需对连续傅里叶变换的每一步进行适当的修正，并用相应的数学关系描述即可，见图 2－2。这里不进行推导直接引用。离散傅里叶正变换为

$$X\left(\frac{n}{NT}\right) = \sum_{k=0}^{N-1} x(kT) e^{-j2\pi nk/N} \quad (n = 0,1,2,\cdots,N-1) \tag{2-19}$$

式中　$x(kT)$——波形的采样值；

N——采样点数；

T——采样间隔；

n——频域离散值的序列号；

k——时域离散值的序列号。

离散傅里叶的逆变换为：

$$x(kT) = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} e^{j2\pi nk/N} \quad (n = 0,1,2,\cdots,N-1) \tag{2-20}$$

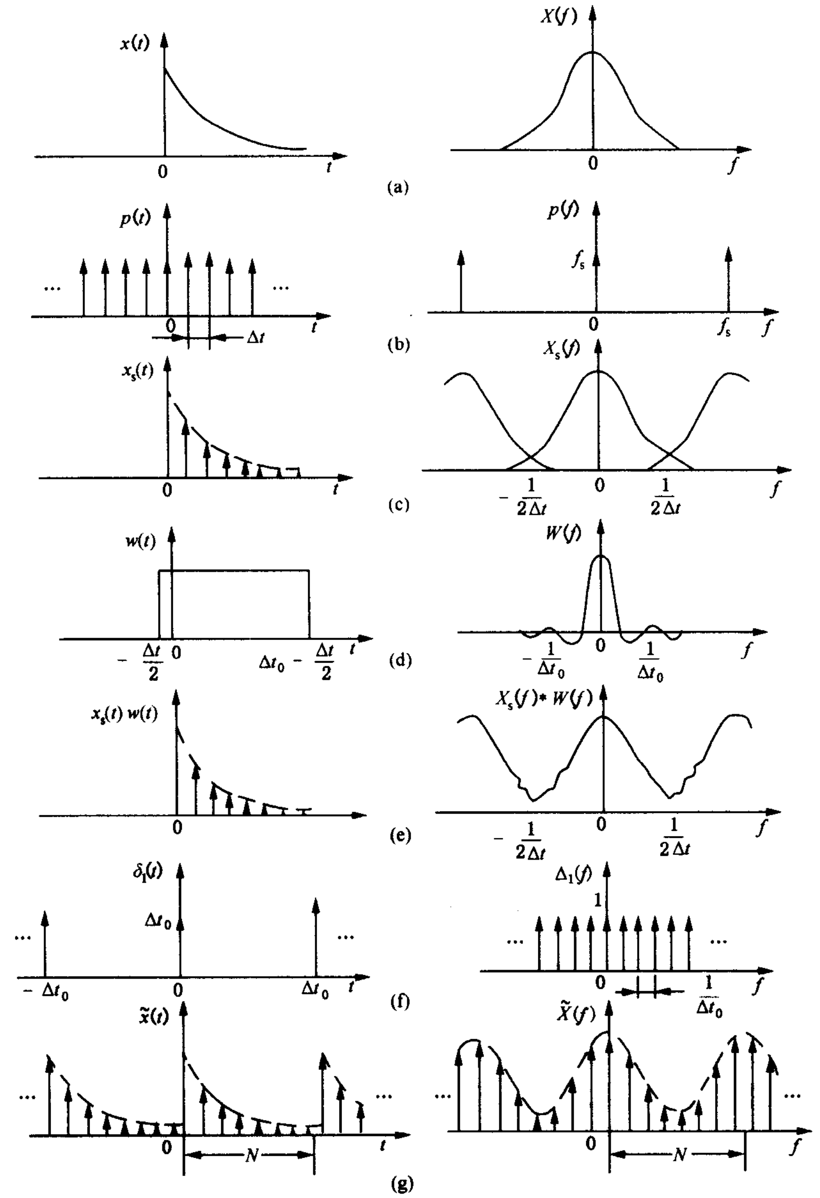

图 2－2　离散傅里叶变换的图解推理

式(2－19)和式(2－20)即是所要求的离散傅里叶变换对，它将 N 个时间采样点和 N 个频率采样点联系起来了。基于这种对应关系，考虑到参量 T 的具体数值不影响离散傅里叶变换的实质。所以，通常略去参量 T，而把式(2－19)和式(2－20)写成如下的形式：

$$X(n)=\sum_{k=0}^{N-1}x(k)W_N^{nk}\qquad(n=0,1,2,\cdots,N-1)$$

$$x(k)=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}X(n)W_N^{-nk}\qquad(k=0,1,2,\cdots,N-1)\qquad(2-21)$$

式中，$W_n=e^{-j2\pi/N}$。

当然，在需要具体计算离散频率值时，还需引入参量 T 的具体值进行计算。

二、快速傅里叶变换(FFT)

如果直接应用上式计算离散傅里叶变换，将花费很多时间，因此很长的一段时间里 DFT 的使用受到了限制。直到 1965 年美国的 J. W. Cooley 和 J. W. Turkey 提出了一种离散的傅里叶变换的快速算法，即 FFT(Fast Fourier Transformation)，才使得 DFT 的计算工作量大为减少。

快速傅里叶变换(FFT)是实施离散傅里叶变换的一种及其迅速而有效的算法。FFT 算法通过仔细选择和重新排列中间结果，在速度上较之离散傅里叶变换有明显的优点。忽略数学计算中精度的影响时，无论采用的是 FFT 还是 DFT，结果都一样。对有关 FFT 的算法感兴趣的读者可参考《数字信号处理》相关书籍。

2.2 随机过程的基本概念

1. 总体样本集合

要了解随机信号就必须进行全面观察。每次得到的观察结果都是不同的。由所有可能的观察结果构成的集合为总体样本集合。显然，总体样本集合包含了随机振动的全部信息。理论上总体样本集合中元素的数量是无穷多的。

2. 样本函数

总体样本集合的每一个元素就是一个样本函数。它是一次观察的结果。在时间上的区域应是无穷的。实际中常用有限时间的样本记录来近似。

3. 样本记录

要得到无穷时间跨度的样本函数是不可能的，因此常用有限时间段的观察结果来近似。有限时间段的观察结果即是样本记录。

4. 随机过程

是描述随机事件在时间上发生过程的函数。它与总体样本集合相对应。总体样本集合中的每一个样本函数，就是随机过程的一个物理实现。随机过程在某一时刻的取值是一个随机变量。从数理统计的理论可知：离散的随机过程是许多随机变量的集合。$\{x(t),\ t\in T\}$ 中 T 表示时间的变化范围。对固定的时刻 t，$x(t)$ 是一个普通的随机变量。这些随机变量的总体就构成了一个随机过程。

随机过程是时间的函数，但它不同于一般函数，它在给定时刻的值不是一个数值，而是一个随机变量。一个随机过程是随机现象可能产生的全部样本函数的集合(总体)，而一个样本函数是随机过程的一个物理现实。

5. 平稳随机过程

若总体样本集合中的各个样本函数在某一时刻的平均值及其他的全部统计特征参数(如概率密度函数、方差、自协方差函数、自相关函数、高阶距等)均不随时间的变化而变化，则称该随机过程 $\{x(t)\}$ 为强平稳的或严格平稳的。这一条件太严格，当只满足平均值不随时间变化时，该随机过程称为是弱平稳的。正常工作的机械系统其信号是平稳的或弱平稳的。

显然对一随机过程的总体样本集合，在某一时刻 t_1 上计算所有样本的统计参数值，就得到 t_1 时刻的统计参数值。当 t_1 变化时计算的所有统计参数值不变，这样的随机过程就是平稳的随机过程。

6. 非平稳随机过程

总体样本集合中的各个样本函数在某一时刻的平均值及其他统计特征参数均随时间的变化而变化。对过渡状态和异常状态下的机械系统其信号是非平稳的。对于非平稳随机过程，统计特性只能由组成随机过程的各个样本函数的总体平均来确定。

7. 各态历经随机过程

平稳随机过程也可以用总体样本集合中某一样本函数的时间平均来确定其特性。当所有特征参数都不随时间的变化而变化时，这种平稳的随机过程称为是各态历经的。对于各态历经的随机过程，在任意时刻各样本函数的取值情况一定和一个样本函数沿着时间轴的取值情况相同。随机过程的所有特征参数可以用一个样本函数沿时间的平均，来代替随机过程总体样本集合的平均。“各态历经”意味着“时间平均”，同时也等于“总体平均”。这时每个样本函数在概率意义上能代表所有其他的样本函数，从而可以用任何一个样本函数按时间平均。即由随机过程求得的统计特性与每个样本的统计特性相等。一个样本函数就可以描述整个随机过程了。

同样，当从各个样本函数对时间平均所得到的所有统计特性，包括高阶统计特性都相等时，这个平稳过程就叫做强各态历经过程。强各态历经过程一定是弱各态历经的，而弱各态历经过程不一定是强各态历经的。

各态历经过程都是平稳过程，但平稳过程不一定是各态历经过程。

8. 平稳样本记录

上面所说的平稳概念，是随机过程的总体平均而言的。实践中经常称随机现象中的单个时间历程记录数据为平稳的或非平稳的。这里所指平稳性的解释与前稍有不同。如果称单个时间历程记录是平稳的，一般就意味着在有限时间区间内计算所得的性质，不随时间区间的选择而明显地大于正常统计抽样所预计的变化。

为了进一步理解这一点，这里考虑随机过程$\{x(t)\}$中相应于k的样本函数中得到的样本记录$\{x_k(t)\}$。假定在不同的短时间区间上计算得到的统计参数不随时间段的变化而变化时，称单个样本记录为平稳的。因此，只要能验证单个样本记录的平稳性，就可有效地认为此记录所在的随机过程能否满足平稳性和各态历经性的条件。

9. 正态随机过程

当随机过程的每一个随机变量都服从正态分布，随机过程的各阶矩函数只取决于均值和方差时，称此随机过程为正态随机过程或 Gauss 随机过程。正态随机过程是随机过程的一个特例。工程上对于受许多因素影响，并且每种影响因素的作用都相当时所形成的随机过程，一般都服从正态分布。

10. 白噪声

白噪声是一个平稳的、正态的、各态历经的和零均值的随机过程。在信号处理中占有重要的意义。白噪声的频带很宽，而我们测试的机械信号的频带往往是有限的。所以，测量到的信号中高频部分就可认为是白噪声干扰。白噪声也是随机过程的一个特例。

2.3 时域分析的数学基础

2.3.1 相关分析的数学原理

实际中我们经常要比较两个机械信号的相似性。有时两个比较的机械信号在变化快慢上