

重复累积码及其在通信系统中的应用

—— 高宏峰 著 ——



科学出版社

www.sciencep.com

TN911.22/7

2008

重复累积码及其在通信 系统中的应用

高宏峰 著

本书由河南科技大学学术出版基金资助出版

科学出版社

北 京

内 容 简 介

重复累积(RA)码是一种新型的纠错码,不仅具有与 Turbo 码、LDPC 码相同的优越性能,而且其编译码算法与码长呈线性关系。本书主要介绍了 RA 码的编译码原理及其在通信系统中的应用,共分 9 章,主要包括 RA 码的研究背景及国内外发展现状、RA 编译码原理、RA 码的简化译码算法、RA 码的优化设计方法、RA 码在高斯/删除混合信道上的性能分析及优化设计、RA 码在比特交织编码调制系统中的应用、RA 码在远程光纤通信系统及混合 ARQ 技术中的应用等方面的内容。

本书可供通信、电子、计算机及相关专业的高等院校师生参考,也适用于通信、计算机领域从事研究、设计的科研工作者。

图书在版编目(CIP)数据

重复累积码及其在通信系统中的应用/高宏峰著. —北京:科学出版社, 2007

ISBN 978-7-03-020071-6

I. 重… II. 高… III. 纠错码-应用-通信系统 IV. TN911.22

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 173106 号

责任编辑:耿建业 杨 然 / 责任校对:陈玉凤

责任印制:刘士平 / 封面设计:耕者设计工作室

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

新 蕾 印 刷 厂 印 刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2008 年 1 月第 一 版 开本: B5(720×1000)

2008 年 1 月第一次印刷 印张: 11

印数: 1—2 500 字数: 203 000

定价: 28.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈明辉〉)

前 言

1948年,Shannon在他的开创性论文“通信的数学理论”中,首次阐明了在有扰信道中实现可靠通信的办法,提出了著名的有扰信道编码定理,奠定了纠错码的基础。20世纪50年代,Hamming等根据Shannon的思想,给出了一系列设计好码和有效译码的方法。迄今为止,纠错码已有50多年的历史,纠错码无论在理论上还是在实际中都得到飞速发展。

Shannon定理中证明,随机码是好码,但它的译码算法却非常复杂。因此,多年来随机编码理论一直是作为分析和证明编码定理的主要方法,而在构造码上却未引起人们的足够重视。直到1993年,Turbo码的发现,才较好地解决了这一问题,为Shannon随机码理论的应用奠定了基础。Turbo码,又称并行级联卷积码,是由Berrou在ICC'93会议上提出的,巧妙地将卷积码与随机交织器结合在一起,实现了随机编码的思想;同时采用软输入迭代译码来逼近最大似然译码。仿真结果表明,Turbo码与Shannon限仅有十分之几分贝的距离,因此,Turbo码引起了编码理论界的轰动。

低密度校验(low density parity check, LDPC)码又称为Gallager码,它是Gallager于1962年在博士论文中提出的一种接近Shannon的好码。在很长一段时间里,由于技术的限制,LDPC码并未受到人们的重视。直到Turbo码提出后,人们才发现Turbo码实质上就是LDPC码,Turbo译码算法是BP算法的一个特例。LDPC码又重新引起人们的兴趣。

由于Turbo码与LDPC码具有接近Shannon限的优越性能,目前是学术界的热门话题。随着对Turbo码和LDPC码研究的深入,信道编码的研究者开始关注对于给定信道,如何找到这样一种好码:①线性时间编码;②在任意接近信道容量的码率时,线性时间译码。对于Turbo码,不论并行或者串行都能够线性时间编码,但译码算法比较复杂。对于LDPC码,它的编码算法与码长呈二次关系,译码算法比较简单,满足线性译码特性。

1998年,Divsalar, Jin和McEliece提出了规则RA(repeat accumulate)码,即重复累积码。RA编码器的结构非常简单,由重复码、交织器和累加器串行级联而成。RA码可以看成是特殊的串行Turbo码,因此也称为“Turbo类似码”。RA码的主要优点是可以实现线性时间编码和线性时间译码,而且具

有低复杂度的迭代译码算法。虽然译码算法是次优的,但具有与 Turbo 码和 LDPC 码同样的优越性能。

本书的主要内容为近年作者在 RA 码等领域的研究成果,包括 RA 码的简化译码算法,RA 码在混合信道上的性能分析及 RA 码在 BICM 系统、远程光纤通信系统和混合 ARQ 技术中的应用等内容。章节内容安排如下:第 1 章介绍研究背景、RA 码的国内外研究现状及本书的简介;第 2 章主要介绍规则 RA 码与不规则 RA 码的编译码算法;第 3 章对 RA 码的简化译码算法进行介绍,介绍 RA 码的最小和算法、归一化算法、偏移算法与折线近似译码算法;第 4 章介绍 RA 码的优化设计与性能分析;第 5 章对 RA 码在有高斯噪声和删除概率的混合信道上的性能进行分析;第 6 章提出 IRA 码与 BICM 相结合的 BIRACM 设计方法,并用高斯估计方法对 BIRACM 进行优化设计;第 7 章提出 IRA 码作为前向纠错(FEC)码在远程光纤通信系统中的应用,主要考虑 ASE 噪声为主要噪声的远程光纤系统信道,并对该信道的三种信道模型—— χ^2 律信道、不对称高斯信道和对称高斯信道进行研究;第 8 章提出用 IRA 码构造码率兼容码,提出一种新的构造方法——扩展法;第 9 章介绍交织器的设计方法。

作者衷心地感谢南京航空航天大学许宗泽教授在作者研究及写作期间给予的悉心指导与无私帮助。

高宏峰

2007 年 9 月

目 录

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 数字通信系统与编码理论	1
1.1.1 数字通信系统模型	1
1.1.2 经典纠错码理论的发展	2
1.1.3 现代纠错码理论的发展	3
1.2 随机性与译码性能的关系	5
1.3 重复累积码的研究现状	6
1.4 本书的主要内容	10
第 2 章 RA 码的编译码算法	12
2.1 规则 RA 码	12
2.1.1 规则 RA 码编码器	12
2.1.2 Tanner 图	12
2.1.3 规则 RA 码的 Tanner 图表示	14
2.1.4 规则 RA 码的译码算法	16
2.2 IRA 码	17
2.2.1 IRA 码的结构	17
2.2.2 IRA 码 BP 译码算法	20
2.3 仿真研究	23
2.3.1 信道模型	23
2.3.2 RA 码的 Monte Carlo 仿真模型	25
2.3.3 规则 RA 码在通信信道下的仿真研究	26
2.3.4 IRA 码在通信信道下的性能仿真	28
2.4 RA 码的编译码算法复杂度分析	30
2.4.1 规则 RA 码的编译码复杂度	30
2.4.2 IRA 码的编译码复杂度	31
2.4.3 RA 码性能分析	31
2.5 结论	31

第3章 RA 码的简化译码算法	32
3.1 引言	32
3.2 RA 码最小和译码算法	32
3.2.1 最小和算法的提出	32
3.2.2 规则 RA 码最小和算法	34
3.2.3 IRA 码最小和算法	34
3.3 规则 RA 码最小和算法的改进算法	35
3.3.1 规则 RA 码归一化算法	36
3.3.2 规则 RA 码偏移算法	36
3.3.3 Monte Carlo 方法	38
3.4 IRA 码最小和算法的改进算法	40
3.4.1 IRA 码归一化算法	40
3.4.2 IRA 码偏移算法	41
3.5 折线近似译码算法	41
3.5.1 折线算法	41
3.5.2 折线近似译码算法	42
3.6 仿真研究	44
3.6.1 最小和算法及其改进算法的仿真研究	44
3.6.2 折线法的仿真研究	46
3.7 各种算法复杂度比较	48
3.7.1 规则 RA 码译码复杂度比较	48
3.7.2 IRA 码译码复杂度比较	49
3.8 结论	49
第4章 RA 码的优化设计与性能分析	51
4.1 RA 码的密度进化	51
4.1.1 DE 的基本概念	51
4.1.2 IRA 码的密度进化及稳定性	56
4.1.3 规则 RA 码的密度进化	60
4.2 RA 码在二进制删除信道下的优化设计与性能分析	61
4.2.1 IRA 码在二进制删除信道下的密度进化	61
4.2.2 接近信道容量的 IRA 码的参数设计	62
4.2.3 规则 RA 码在 BEC 下的性能分析	64
4.2.4 计算结果	64

4.3 RA 码在 AWGN 信道下的性能分析与设计	65
4.3.1 高斯估计简介	65
4.3.2 一致高斯分布	65
4.3.3 IRA 码在 AWGN 信道下性能分析与设计	66
4.3.4 规则 RA 码在 AWGN 信道下的性能分析	70
4.3.5 计算结果	72
4.4 结论	73
第 5 章 RA 码在混合信道下的性能分析	74
5.1 混合信道	74
5.1.1 混合信道模型	74
5.1.2 混合信道的信道容量	75
5.2 IRA 码在混合信道上的高斯估计	76
5.2.1 IRA 码在混合信道下的删除概率	76
5.2.2 IRA 码在混合信道下的性能估计	77
5.2.3 IRA 码在混合信道下的优化设计	79
5.3 规则 RA 码在混合信道下的高斯估计	80
5.3.1 规则 RA 码在混合信道下的删除概率	80
5.3.2 规则 RA 码在混合信道下的性能估计	80
5.4 阈值的计算	81
5.5 仿真研究	82
5.5.1 IRA 码的性能预测	82
5.5.2 规则 RA 码的性能预测	83
5.5.3 IRA 码的优化设计	84
5.6 结论	86
第 6 章 比特交织 IRA 码调制	87
6.1 引言	87
6.2 比特交织编码调制系统	88
6.2.1 系统模型	88
6.2.2 BICM 的信道容量	90
6.3 BIRACM 系统模型	91
6.4 BIRACM 的实现	93
6.4.1 BIRACM 发射机的实现	93
6.4.2 BIRACM 接收机的实现	93

6.5	BIRACM 的优化设计	94
6.5.1	信道调节器	94
6.5.2	BIRACM 的密度进化	96
6.5.3	BIRACM 的高斯估计	97
6.6	仿真研究	99
6.7	结论	101
第 7 章	IRA 码在远程光纤通信系统中的应用	102
7.1	引言	102
7.2	光纤信道模型	103
7.2.1	光放大器中放大的自发辐射噪声	104
7.2.2	χ^2 律信道模型	105
7.2.3	不对称高斯信道模型	107
7.2.4	对称高斯信道模型	107
7.2.5	三种信道模型比较	107
7.3	IRA 码在光纤信道下的译码算法	108
7.3.1	接收机初始值的对数似然比	108
7.3.2	IRA 码在光纤信道下的译码算法	109
7.4	仿真研究	110
7.5	结论	113
第 8 章	适用于 ARQ 系统的码率兼容 IRA 码	114
8.1	ARQ 技术	114
8.2	混合 ARQ/FEC 技术	115
8.3	吞吐率分析	117
8.4	码率兼容 IRA 码	118
8.4.1	删除法	118
8.4.2	扩展法	119
8.4.3	RC-IRA 码的构造	123
8.5	仿真研究	124
8.6	结论	126
第 9 章	交织器的设计	128
9.1	Turbo 码的编译码原理	128
9.2	Turbo 码交织器的作用	129
9.3	Turbo 码的渐近性能	130

9.4	Hamming 码自由距离的计算	131
9.4.1	自由距离的定义	131
9.4.2	约束子码	131
9.4.3	约束子码最小距离的计算	132
9.4.4	Hamming 码自由距离的计算	133
9.5	遗传交织器的设计	134
9.5.1	遗传算法简介	134
9.5.2	遗传交织器的定义	135
9.5.3	遗传交织器设计的基本步骤	136
9.5.4	仿真结果及分析	137
9.6	混合交织器的设计	139
9.6.1	格终止问题	139
9.6.2	格终止问题对系统的影响	141
9.6.3	Simile-螺旋交织器	142
9.6.4	混合交织器	142
9.6.5	仿真结果及分析	143
9.7	结论	145
参考文献		146
附录 码率为 0.5 的 IRA 码在 AWGN 信道下的仿真程序		153

第 1 章 绪 论

1.1 数字通信系统与编码理论

1.1.1 数字通信系统模型

图 1.1 显示了一个数字通信系统的功能框图和基本组成部分^[1]。信源输出可以是模拟信号,如音频或视频信号;也可以是数字信号,如电传机的输出。该信号在时间上是离散的,并且具有有限个输出字符。在数字通信系统中,由信源产生的消息转换成二进制数字序列。

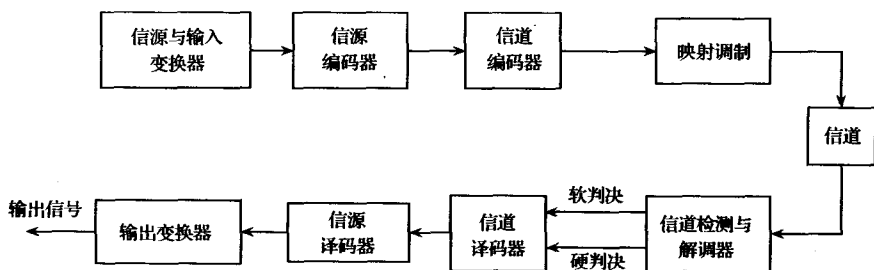


图 1.1 数字通信系统框图

来自信源编码器输出端的信息序列被传送到信道编码器,信道编码器的目的是在二进制输入序列中以受控的方式引入一些冗余,以便在接收机中克服信号在信道传输时所遭受的噪声和干扰的影响。因此,所增加的冗余是用来提高接收数据的可靠性以及改善信号的逼真度的。

信道编码器输出的二进制序列送至数字调制器,它是通信信道的接口。因为实际中几乎所有的通信信道都能够传输电信号,所以数字调制的主要目的是将二进制信息序列映射成信号波形。

通信信道是用来将发射机的信号发送给接收机的物理媒体,可以是无线信道、有线信道和光纤信道等。无论用什么物理媒体来传输信息,其基本特点是发送信号随机地受到各种可能机理的恶化,如电子器件产生的加性热噪声、

人为噪声及大气噪声。

在接收端,数字解调器对受到信道恶化的信道波形进行处理,并将该波形还原成一个数字序列。该序列被送到信道译码器,信道译码器根据码的知识及接收数据所含的冗余度重构初始的信息序列。信源编码器从信道编码器接收其输出序列,并根据所采用的信源编码方法的有关知识重构信源发出的原始信号。由于信道译码的差错以及信源编码器可能引入的失真,在信源译码器输出端的信号只是原始信源输出的一个近似。

1.1.2 经典纠错码理论的发展

在数字通信系统中,如何进行有效的信息传输是一个重要的问题。在该领域的开创性工作是由 Shannon 做出的。1948 年,美国贝尔实验室的青年科学家,年仅 32 岁的 Shannon 发表了一篇题为“通信的科学理论”的长篇论文^[2, 3],以新颖的科学观念和统计的数学方法系统地阐明了通信系统中信息的基本概念、信息度量的统计方法和编码变换的重要规律,建立了统计的通信理论,也就是后人所称的“信息论”。Shannon 在他开拓性的研究中采用了信息源和通信信道的概率模型,以统计术语将可靠的信息传输基本问题表达成公式。根据这些统计公式的表示,他对信源的信息含量采用了对数的度量,并将发射机的功率限制、带宽限制和加性噪声的影响与信道联合起来,合并成一个单一参数:信道容量。在加性高斯白色噪声干扰的情况下,一个带宽为 W 的理想带限信道所具有的容量为

$$C = W \log_2 \left(1 + \frac{P}{WN_0} \right) \text{ bit/s} \quad (1-1)$$

式中, P 是平均发送功率; N_0 是加性噪声的功率谱密度。

信道容量的意义为:如果信源的信息速率 R 小于 C ($R < C$),那么采用适当的编码在信道上可靠的传输在理论上是可能的。反之,如果 $R > C$,不管在发射机和接收机采用什么编码方法,都不可能可靠传输。

Shannon 在他的编码定理中指出:对于任意给定的有噪声信道,至少存在一种复杂的编码方法,可以使信道的传输速率无限逼近信道容量而同时保证传输差错率达到任意小。Shannon 的新理论奠定了数字通信的新理论——纠错码的基石。该理论解释了如何在信息数据流传输到有噪声信道前有效地增加冗余,接收机再根据冗余信息,从被破坏的接收信号中恢复信息数据。

在 Shannon 的研究成果公布以后,Hamming, Slepian, Prange 等在 20 世纪 50 年代初,根据 Shannon 的思想,给出了一系列设计好码和有效译码的方法。

所谓好码,就是指编码效率高、译码错误率低、编译码算法简单的代码,也就是最小距离大且编译码简单的代码。对好码及其有效编译码方法的研究,是编码理论研究的中心课题。

此后,纠错码受到了越来越多的通信与数学工作者的重视,使纠错码无论在理论上还是实际中都得到了飞速发展。从1950年的Hamming码开始,大约每隔10年就会出现意义深远且与纠错码相关的重大研究成果。20世纪50年代到60年代初,主要研究各种有效的编、译码方法,奠定了线性分组码的基础,出现著名的BCH码编、译码方法和卷积码的序列译码,给出了纠错码的基本码限。这是纠错码从无到有并得到迅速发展的年代。60年代初到70年代,是纠错码发展最为活跃的时期,不仅提出了许多有效的编译码方法,如门限译码、迭代译码、软判决译码和卷积码的Viterbi译码等,而且注意了纠错码的实用化问题。70年代初到80年代,以Goppa为首的一批学者构造了一类Goppa码,其中一类码可以达到Shannon限,这在纠错码历史上具有划时代意义。在这期间大规模集成电路和微机的迅速发展,为纠错码的实用打下了坚实的物质基础,因而与使用相关的各种技术及有关问题得到了极大关注,并在实用中得到巨大成功。80年代初以来,Goppa等从几何观点讨论分析码,利用代数曲线构造了一类代数几何码。代数几何码是一类范围非常广的码,在理论上已被证明具有优越的性能。目前,为了取得高可靠性传输数据,纠错码已经成为现代数字通信系统中不可分割的一部分。

1.1.3 现代纠错码理论的发展

目前已经证实,在无记忆信道中编码码长足够长的情况下,随机码可以达到Shannon性能限。但是由于编码和译码的复杂度随着码长呈指数增加,现实中很难实现。编码理论研究的目标就是设计出好码,使之不仅能够接近Shannon理论限,而且有现实可行的编码器和译码器。

纠错码技术^[4]可以粗略地分为三类。

第一类为组合码。如Hamming码、BCH码、RS码等。组合码使用代数译码算法,可以有效地用硬件实现,但大部分缺少有效的软译码算法,而且码长也不容易改变。

第二类为卷积码。卷积码很容易改变码长,可以使用网格译码,而且有软译码算法,如软输出Viterbi算法(soft output viterbi algorithm, SOVA)或后验概率算法。这对衰落信道和高阶调制非常有利。删余技术使卷积码在不增加复杂度的情况下可灵活地改变码率。

第三类为级联码。它由组合码或卷积码组合而成,使用迭代译码算法进行译码。级联码最早由 Forney 提出,他将外码与内码相级联。在码率小于信道容量时,级联码的误码率随码长的增加呈指数级别降低,而译码复杂度仅呈线性增加。

Turbo 码^[5, 6]的提出和 LDPC 码^[7, 8]的重新发现是级联码进步的一个重要里程碑^[9, 10]。1993 年,法国的 Berrou 等提出了一种新型的纠错码——Turbo 码,开创了纠错码领域的新纪元。Turbo 码将并行级联、随机交织、高效迭代译码等技术结合起来,性能非常接近 Shannon 限。Turbo 码编码器由两个递归系统卷积码并行级联,两者之间有一个随机交织器。由于 Turbo 码模拟随机编码而取得了好的距离特性。Turbo 码译码方面,引人注目的是使用了软输入和软输出迭代译码算法。两个子码之间通过交换“外信息”及迭代取得优越的性能。虽然 Turbo 码迭代译码不是最大似然译码(maximum likelihood decoding, MLD)算法,但在低复杂度情况下译码性能接近 MLD^[11, 12]。

低密度校验(low density parity check, LDPC)码^[7, 8]又称为 Gallager 码,它是 Gallager 于 1962 年提出的一种接近 Shannon 限的好码。Gallager 在论文中提出了两种递归概率译码算法。LDPC 码的最小距离随着码长的增加而线性增长,译码算法的复杂度随码长呈线性关系。在很长一段时间里,由于技术的限制,LDPC 码并未受到人们的重视。直到 Turbo 码提出后,人们才发现 Turbo 码实质上就是 LDPC 码,Turbo 译码算法是 BP 算法的一个特例^[12]。LDPC 码又重新引起人们的兴趣。1996 年,Mackey 等的研究使 LDPC 码的研究跨入了一个新阶段^[13~15],他指出 LDPC 码可以像 Turbo 码一样接近 Shannon 限。在 Richardson 的论文^[16]中可以看到,在组合长度很大的情况下,LDPC 码的性能胜过具有同样码率与码长的 Turbo 码。组合长度为 10,000,000,码率为 1/2 的性能最好二进制码是 LDPC 码,在 AWGN 信道下进行二进制传输,距离 Shannon 限仅仅 0.0045dB。

与 Turbo 码相比较,LDPC 码有许多优点。例如,它有更好的最小距离特性、简单的码结构和复杂度非常低而且完全并行的译码算法。在译码器硬件设计时,可以利用并行结构实现高速译码。LDPC 码也有缺点,如编码算法的复杂度较高。

表 1.1 为组合码、卷积码和级联码在码率为 1/2,误码率 $BER < 10^{-5}$ 时所需信噪比。由表 1.1 可以看出,Shannon 限在码率为 1/2 时为 0dB。传统的 (255,123) BCH 码所需的信噪比为 5.4dB,码率为 1/2 的卷积码所需的信噪比为 4.5dB。LDPC 码在码率为 1/2 时,仅需 0.0045dB^[16],即与 Shannon 限仅

有 0.0045dB 的差距, Turbo 码也仅有小于 1dB 的差距。由此可见,传统的编码与 Shannon 限有较大的差距, Turbo 码、LDPC 码使信道编码理论获得了新的进展,性能得到空前的提高。

表 1.1 码率=1/2 各种码的性能比较

年 份	码率=1/2	BER<10 ⁻⁵
1948	Shannon 限	0dB
1967	(255,123) BCH	5.4dB
1977	卷积码	4.5dB
1993	Turbo	0.7dB
2001	LDPC	0.0045dB

图 1.2 为无编码、卷积码、级联码和容量限的性能大致比较图。级联码指的是 LDPC 码和 Turbo 码。

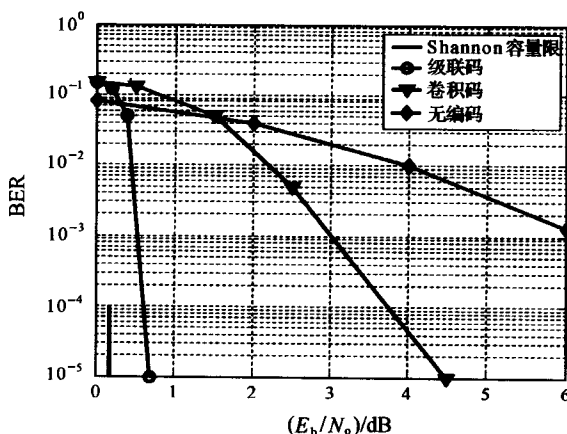


图 1.2 码率为 1/2 的各种码的性能比较

受这些接近信道容量码的启发,研究者又提出了并行级联码、串行级联码、混合级联卷积码及其他种类的级联码。如 Turbo 码^[17]、PA 码^[18]、规则/不规则 RA 码等^[19~21]。

1.2 随机性与译码性能的关系

Turbo 码、LDPC 码、重复累积码等有两个共同特点:

- (1) 采用软输入软输出迭代译码技术;
- (2) 在码的结构中有一个交织器。

在 Turbo 码、LDPC 码等的接收机中采用软输入软输出迭代译码技术,能够使译码器中不同子码之间的软信息进行交换,经过多次迭代,直到算法收敛。因此,使系统的性能得到大幅度的提高。

随机性对译码器的性能起着很大的作用。图 1.3 为译码性能与随机度的关系图。图中随机码是 Shannon 提出的一种编码,通过随机选择码矢量可以得到。Shannon 理论证明,通过选择足够大的码长 n ,就可以使得随机所选码集合中具有“平均性能”的码的差错率任意小。这说明随机码是好码,但是 Shannon 并没有告诉如何去寻找或构造这种码。由图可见,随机码具有很高的随机性,MLD 具有达到 Shannon 限的优良性能,但 MLD 算法的复杂度过高,难以实现;Hamming 码等线性组合码编码随机性很小、译码难度很小,容易实现,但性能较差;LDPC 码、Turbo 码等由于编码器中加入了交织器,编码器随机度有所增加,使 MLD 译码器的性能得到较大幅度的提高,它们的复杂度比线性分组码高,但要比随机码等不可实现码的复杂度低得多。因此,LDPC 码、Turbo 码等具有适中的复杂度和译码性能。

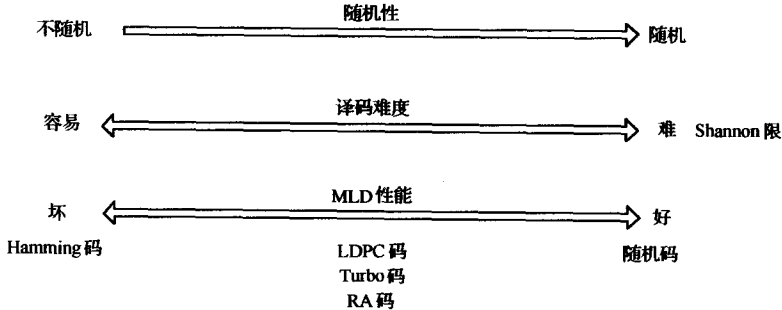


图 1.3 译码性能与随机度关系

1.3 重复累积码的研究现状

随着对 Turbo 码和 LDPC 码研究^[7, 8]的深入,信道编码的研究者开始关注:对于给定信道,如何找到这样一种好码:① 线性时间编码;② 在任意接近信道容量的码率时,线性时间译码。对于 Turbo 码,不论并行或者串行都能够线性时间编码。但根据 Divsalar, Doliner 等^[23]的工作,在 AWGN 信道上,

对于 Turbo 码的任何组合方式,信道容量与迭代译码的阈值之间都有一定的距离。对于 LDPC 码,它的编码算法与码长呈二次关系,译码算法比较简单,满足线性译码特性。

1998 年,Divsalar, Jin 和 McEliece 提出了规则 RA(repeat accumulate)码^[19],即重复累积码。RA 编码器的结构非常简单,由重复码、交织器和累加器串行级联而成。RA 码可以看成是特殊的串行 Turbo 码,因此也称为“Turbo 类似码”。他们严格证明了:当信息长度 $k \rightarrow \infty$ 时,RA 码在无记忆二进制信道上 MLD 的误字率趋于 0;规则 RA 码具有接近 Shannon 限的潜在能力,特别是当码率接近 0 时,MLD 译码器在误码率为任意小值时每位所需的平均信噪比为 -1.592dB ,这正是 Shannon 限。RA 码的主要优点是它可以实现线性时间编码和线性时间译码,而且具有低复杂度的迭代译码算法。虽然译码算法是次优的,但具有 Turbo 码和 LDPC 码同样优越的性能。

2000 年,他们受到不规则 LDPC 码^[22]的启发,提出了不规则 RA(irregular repeat accumulate,IRA)码^[20,21]。他们证明了二进制 IRA 码可以取得不规则 LDPC 码同样优越的性能^[21]。在二进制删除信道(binary erasure channel, BEC)上,通过递归译码算法,IRA 码的性能可以达到信道容量;在 AWGN 信道上,IRA 码的阈值(阈值即误码率趋于 0 时所允许的最小信噪比)非常接近信道容量,但编码算法的复杂度远远低于 LDPC 码。Yang 等^[24]通过对 LDPC 码编码算法进行改进,构造出可以高效编码的高码率的不规则 LDPC 码,他们构造的新 LDPC 码本质上是 IRA 码。

表 1.2 为随机码、随机线性码、LDPC 码和 RA 码的编译码复杂度的比较。由表可以看出与随机码、随机线性码、LDPC 码相比,RA 码具有较低的编译码复杂度。

表 1.2 时间与空间复杂度比较

	编 码	译 码
随机码	空间 $O(2^n)$	时间 $O(2^n)$
随机线性码	空间 $O(n^2)$	时间 $O(2^n)$
	时间 $O(n^2)$	最大似然译码(MLD)
LDPC 码	空间 $O(n^2)$	时间 $O(n)$
	时间 $O(n^2)$	和积算法
RA 码	空间 $O(n)$	时间 $O(n)$
	时间 $O(n)$	和积算法