GAILULUN YU SHULITONGJI

面向21世纪普通高等教育规划教材

概率论与数理统计

主编 韩明　副主编 罗明安 林孔容　主审 王家宝

同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

概率论与数理统计

主　编　韩　明
副主编　罗明安　林孔容
主　审　王家宝

同濟大學出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

内容提要

本教材是在贯彻落实教育部“高等教育面向21世纪教学内容和课程体系改革计划”要求的基础上，按照工科及经济管理类“本科数学基础课程教学基本要求”并结合当前大多数本专科院校的学生基础和教学特点进行编写的. 全书以通俗易懂的语言，深入浅出地讲解概率论与数理统计的知识，共分9章内容. 第1～5章是概率论部分，内容包括随机事件与概率、随机变量及其分布、多维随机变量及其分布、随机变量的数字特征、大数定律及中心极限定理；第6～9章是数理统计部分，内容包括数理统计的基本概念、参数估计、假设检验及回归分析. 各章节均配有习题，书末附参考答案，附表中列有一系列数值用表. 本教材在编写中注重渗透现代化教学思想及手段、切合实际需求和加强学生应用能力的培养，并附录有数学建模及大学生数学建模竞赛的相关内容.

本教材知识系统、详略得当、举例丰富、讲解透彻、难度适宜，适合作为普通高等院校工科类、理科类（非数学专业）、经济管理类有关专业的概率论与数理统计课程的教材使用（其中“*”部分是供选学的），也可供成人教育学院或申请升本的专科院校选用为教材，还可供相关专业人员和广大教师参考.

与本教材同步出版的《概率论与数理统计学习指导》是教材内容的补充、延伸、拓展和深入，对教学中的疑难问题和授课中不易展开的问题以及诸多典型题目进行了详细探讨，对教师备课、授课和学生学习、复习以及巩固本教材的教学效果大有裨益，亦可作为本教材配套的习题课参考书.

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计/韩明主编. —上海：同济大学出版社，2007.7

面向21世纪普通高等教育规划教材

ISBN 978-7-5608-3528-0

Ⅰ. 概… Ⅱ. 韩… Ⅲ. ①概率论—高等学校—教材②数理统计—高等学校—教材 Ⅳ. O21

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第095065号

面向21世纪普通高等教育规划教材

概率论与数理统计

主　编　韩　明

副主编　罗明安　林孔容

主　审　王家宝

责任编辑　曹　建　责任校对　谢惠云　封面设计　潘向蓁

出版发行　同济大学出版社　www.tongjipress.com.cn

（地址：上海市四平路1239号　邮编：200092　电话：021—65985622）

经　销　全国各地新华书店

印　刷　同济大学印刷厂

开　本　787mm×960mm　1/16

印　张　14.25

印　数　1—5100

字　数　280000

版　次　2007年7月第1版　2007年7月第1次印刷

书　号　ISBN 978-7-5608-3528-0/O・299

定　价　21.50元

新世纪高级应用型人才培养系列
面向21世纪普通高等教育规划教材

前　言

"概率论与数理统计"是研究随机现象的一门数学课程，也是普通高等院校本科生各专业普遍开设的一门公共基础课程．为了适应当前我国高等教育正经历从"精英型教育"向"大众化教育"的转变过程，满足大多数高等院校出现的新的教学形势、学生基础和教学特点，我们编写了这部概率论与数理统计课程的教材．

本教材在编写过程中认真贯彻落实教育部"高等教育面向21世纪教学内容和课程体系改革计划"的要求精神，并严格执行教育部"数学与统计学教学指导委员会"最新修订的工科及经济管理类"本科数学基础课程(概率论与数理统计)教学基本要求"，同时参考了近几年来国内外出版的有关教材，并深入结合编者的一线教学实践经验．全书以通俗易懂的语言，深入浅出地讲解概率论与数理统计的知识，共分9章内容．第1～5章是概率论部分，内容包括随机事件与概率、随机变量及其分布、多维随机变量及其分布、随机变量的数字特征、大数定律及中心极限定理；第6～9章是数理统计部分，内容包括数理统计的基本概念、参数估计、假设检验及回归分析．本书的主要特色有以下几点：

(1) 在满足基本学时(约50学时)要求的内容的基础上，适当淡化理论推导过程；

(2) 弱化技巧性训练，重在使学生理解和掌握基本概念、基本理论和基本方法；

(3) 概率论部分重概念、背景，数理统计部分重思想、方法，增强知识的实用性；

(4) 精选例题135个和习题284道，习题按节(每节后有习题)、章(每章后有复习题)设立，并于书末附有习题参考答案和一系列数值用表，目的在于加强学生对教学内容的理解，培养学生的应用意识和能力；

(5) 注重渗透现代化教学思想及手段、切合实际需求和加强学生应用能力的培养，并附录有数学建模及大学生数学建模竞赛的相关内容．

学习和使用本教材需要读者具备"高等数学"与"线性代数"课程的基本知识．本教材知识系统、详略得当、举例丰富、讲解透彻、难度适宜，适合作为普通高等院校工科类、理科类(非数学专业)、经济管理类有关专业的概率论与数理统计课程的教材使用(其中"*"部分是供选学的)，也可供成人教育学院或申请升本的专科院校选用为教材，也可供相关专业人员和广大教师参考．

与本教材同步出版的《概论论与数理统计学习指导》是教材内容的补充、延伸、拓展和深入，对教学中的疑难问题和授课中不易展开的问题以及诸多典型题目进行了详细探讨，对教师备课、授课和学生学习、复习以及巩固本教材的教学效果大有裨益，亦可作为本教材配套的习题课参考书.

本教材由韩明主编，罗明安、林孔容副主编.参加编写的人员有：韩明、陈翠、罗明安、林孔容和肖果能，全书由韩明统稿、定稿.

除了编者写作的内容外，本教材的部分内容（例题和习题等）参考了书后所列参考文献.作者在这里对这些参考书的作者表示感谢.

感谢王家宝教授.他在审阅时提出了一些宝贵而又中肯的建议，使本书避免了一些错误和不妥之处.

虽然我们努力使本书写成为一部既有新意又便于教学的教材，但由于水平所限，书中一定还有不少不尽人意之处，恳请专家和读者提出宝贵意见.

韩　明

2007年3月

目　　次

第1章　随机事件与概率

在自然界与人类社会的活动中，人们观察到的现象是多种多样的，但归结起来它们大体上可以分为两类，一类是确定性现象，另一类是随机现象.

例如，向上抛一个石子必然下落；同性电荷必然相互排斥. 这类在一定条件下必然发生的现象，称为**确定性现象**(或必然现象).

在相同条件下抛一枚硬币，其结果可能是正面朝上，也可能是反面朝上，在抛掷之前无法预知抛掷的结果，结果呈现出不确定性；但多次重复抛同一枚硬币，得到正面朝上与反面朝上两个结果大致各占一半，结果呈现出规律性. 在大量重复试验中，其结果所呈现出的规律性，称为**统计规律性**. 这类在个别试验中其结果呈现出不确定性，在大量重复试验中其结果呈现出规律性的现象，称为**随机现象**(或偶然现象). 值得注意的是，确定性现象，在一定条件下其结果只有一个，而随机现象其结果不只一个.

概率论与数理统计是研究随机现象统计规律性的一门数学学科. 其理论与方法的应用非常广泛，几乎遍及所有科学技术领域、工农业生产、国民经济以及我们的日常生活.

《统计与真理——怎样运用偶然性》(C. R. Rao) 的扉页上写有这样一段话："在终极的分析中，一切知识都是历史；在抽象的意义下，一切科学都是数学；在理性的基础上，所有的判断都是统计学."

1990 年诺贝尔经济学奖的三位得主之一是 Markowitz，他获奖的主要原因是提出了投资组合选择(portfolio selection) 理论，他把投资组合的价格视为随机变量，用它的均值来衡量收益，用它的方差来衡量风险(被称为"均值-方差分析理论")，该理论后来被誉为"华尔街的第一次革命"(注：随机变量，均值，方差是本书将要介绍的内容).

1.1　随机事件及其运算

1.1.1　随机试验与样本空间

我们遇到过各种试验，包括各种科学试验. 在这里我们把试验作广义理解，对某一事物的某一特征的观察，也认为是一种试验. 为了研究随机现象的统计规律性，我们需要进行各种试验.

如果一个试验同时满足下列条件：

(1) 可以在相同的条件下重复地进行(简称“可重复性”)；

(2) 每次试验的可能结果不止一个，并且能事先明确试验的所有可能结果(简称“不唯一性”)；

(3) 进行一次试验之前不能确定哪一个结果会出现(简称“不确定性”).

则称这样的试验为**随机试验**，有时把随机试验简称为**试验**(experiment)，用 E 来表示. 我们是通过随机试验来研究随机现象的.

值得注意的是，随机试验要求试验在相同的条件下可以重复. 当然也有很多随机现象是不能重复的，例如某场足球赛的输赢是不能重复的，某些经济现象(如经济增长率等)也是不能重复的.

把随机试验 E 的所有可能结果组成的集合称为 E 的**样本空间**，用 Ω 来表示. 样本空间 Ω 中的元素，即试验 E 的每个结果，称为**样本点**，用 ω 来表示.

例 1.1.1 以下是 6 个随机试验，请写出它们的样本空间.

E_1：抛一枚硬币，用 H(head) 表示正面朝上，用 T(tail) 表示反面朝上，观察正面和反面出现的情况.

E_2：将一枚硬币抛掷 3 次，观察正面 H、反面 T 出现的情况.

E_3：将一枚硬币抛掷 3 次，观察正面出现的次数.

E_4：抛一颗骰子，观察出现的点数.

E_5：记录某城市 114 电话号码查询台一昼夜接到的呼叫次数.

E_6：在一批灯泡中任意抽取一只，测试它的寿命.

解 上面 6 个试验 $E_1, E_2, \cdots, E_6$ 的样本空间分别是

Ω_1：$\{H, T\}$；

Ω_2：$\{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$；

Ω_3：$\{0,1,2,3\}$；

Ω_4：$\{1,2,3,4,5,6\}$；

Ω_5：$\{0,1,2,3,\cdots\}$；

Ω_6：$\{t \mid t \geqslant 0\}$.

应该注意的是，样本空间中的元素是由试验的目的所确定的. 例如，在例 1.1.1 中，E_2 和 E_3 同是将一枚硬币抛掷 3 次，由于试验的目的不同，样本空间中的元素也不同.

1.1.2 随机事件、事件间的关系与运算

在进行随机试验时，人们常常关心满足某种条件的那些样本点组成的集合，即“随机试验的某些样本点组成的集合”(亦即样本空间的子集). 例如，若规定某种灯泡的寿命小于 1000h 为次品，则我们在例 1.1.1 的 E_6 中关心是否有 $t \geqslant$

1000h，满足这个条件的样本点组成样本空间 Ω_6 的一个子集 $\{t \mid t \geqslant 1000\}$.

称试验 E 的样本空间 Ω 的子集为 E 的**随机事件**(或"随机试验的某些样本点组成的集合")，简称**事件**(event). 在一次试验中，当且仅当这一子集中的一个样本点出现时，称这一**事件发生**. 随机事件一般用大写字母 A,B,C 等来表示.

例 1.1.2 在例 1.1.1 中，看几个事件的例子. 对于 E_2，事件"第一次出现 H"，即 $A_1 = \{HHH, HHT, HTH, HTT\}$；事件"3 次出现同一面"，即 $A_2 = \{HHH, TTT\}$. 对于 E_4，事件"出现偶数点"，即 $A_3 = \{2,4,6\}$.

特别地，由一个样本点组成的单点集，称为**基本事件**. 例如，在例 1.1.1 的 E_1 中，有 2 个基本事件 $\{H\}$ 和 $\{T\}$；在 E_3 中，有 4 个基本事件 $\{0\},\{1\},\{2\},\{3\}$.

样本空间 Ω 包含所有样本点，它是自身的子集，在每次试验中它总是发生的，称为**必然事件**.

空集 $\varnothing$ 不包含任何样本点，它也作为样本空间的子集，它在每次试验中都不发生，称为**不可能事件**.

事件是一个集合，所以事件间的关系与运算自然按照集合论中集合间的关系与运算来处理. 下面这些关系与运算的提法，是根据集合间的关系与运算以及"事件发生"的含义给出的.

设试验 E 的样本空间 Ω，而 $A,B,A_i(i = 1,2,\cdots)$ 是 Ω 的子集.

(1) 若 $A \subset B$，则称事件 B **包含**事件 A，这指的是事件 A 发生必然导致事件 B 发生.

若 $A \subset B$ 且 $A \supset B$，则称事件 A 与事件 B **相等**，记为 $A = B$.

(2) 事件 $A \cup B = \{x \mid x \in A$ 或 $x \in B\}$ 称为事件 A 与事件 B 的**和事件**. 当且仅当 A,B 中至少有一个事件发生时，事件 $A \cup B$ 发生.

类似地，称 $\bigcup\limits_{i=1}^{n} A_i$ 为 n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的和事件，称 $\bigcup\limits_{i=1}^{+\infty} A_i$ 为可列个事件 $A_1,A_2,\cdots$ 的和事件.

(3) 事件 $A \cap B = \{x \mid x \in A$ 且 $x \in B\}$ 称为事件 A 与事件 B 的**积事件**. 当且仅当 A,B 同时发生时，事件 $A \cap B$ 发生. 事件 A 与事件 B 的积事件，简记作 AB.

类似地，称 $\bigcap\limits_{i=1}^{n} A_i$ 为 n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的积事件，称 $\bigcap\limits_{i=1}^{+\infty} A_i$ 为可列个事件 $A_1,A_2,\cdots$ 的积事件.

(4) 事件 $A - B = \{x \mid x \in A$ 且 $x \notin B\}$ 称为事件 A 与事件 B 的**差事件**. 当且仅当 A 发生，B 不发生时，事件 $A - B$ 发生.

(5) 若 $A \cup B = \Omega$ 且 $A \cap B = \varnothing$，则称事件 A 与事件 B 互为**对立事件**. 记事件 A 的对立事件为 $\overline{A}$，$\overline{A} = \Omega - A$.

(6) 若 $A \cap B = \varnothing$，则称事件 A 与事件 B **互不相容**. 这指的是事件 A 与事

件 B 不能同时发生. 显然,同一个试验中各个基本事件是两两互不相容的.

我们可以用维恩(Venn)图来表示上述事件间的关系与运算,如图 1-1 ～ 图 1-6 所示.

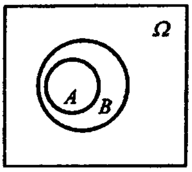

图 1-1　$A \subset B$

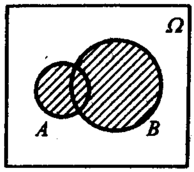

图 1-2　$A \cup B$

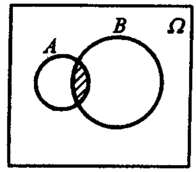

图 1-3　$A \cap B$

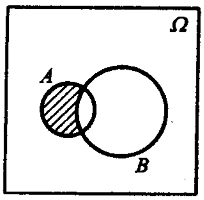

图 1-4　$A - B$

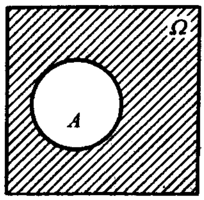

图 1-5　$\overline{A}$

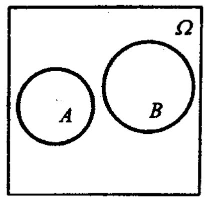

图 1-6　A 与 B 互不相容

在进行事件的运算时,经常要用到下述定律. 设 $A,B,C,A_i(i=1,2,\cdots,n)$ 为事件,则有

交换律:$A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A$.

结合律:$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C, A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$.

分配律:$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C), A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

德摩根(De Morgan)律:

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}, \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B};$$

$$\overline{\bigcup_{i=1}^{n} A_i} = \bigcap_{i=1}^{n} \overline{A}_i, \overline{\bigcap_{i=1}^{n} A_i} = \bigcup_{i=1}^{n} \overline{A}_i.$$

在集合论、概率论中符号与意义的对照,见表 1-1.

表 1-1　　在集合论、概率论中符号与意义的对照

符　号	集合论	概率论
Ω	全集	样本空间,必然事件
$\varnothing$	空集	不可能事件
$\omega(\in \Omega)$	元素	样本点

续表

符　号	集合论	概率论
$\{\omega\}$	单点集	基本事件
$A(\subset \Omega)$	子集 A	事件 A
$A \subset B$	集合 B 包含集合 A	事件 B 包含事件 A
$A = B$	集合 A 与 B 相等	事件 A 与 B 相等
$A \cup B$	集合 A 与 B 的并集	事件 A 与 B 的和事件
$A \cap B$	集合 A 与 B 的交集	事件 A 与 B 的积事件
$\overline{A}$	集合 A 的余集	事件 A 的对立事件
$A - B$	集合 A 与 B 的差集	事件 A 与 B 的差事件
$A \cap B = \varnothing$	集合 A 与 B 没有公共元素	事件 A 与 B 互不相容

例 1.1.3　考察学生在一次数学考试中的成绩(括号中的区间表示成绩所处的范围),记 $A=$“优秀($[90,100]$)”,$B=$“良好($[80,90)$)”,$C=$“中等($[70,80)$)”,$D=$“及格($[60,70)$)”,$E=$“未通过($[0,60)$)”,$F=$“通过($[60,100]$)”,则 A,B,C,D,E 为两两互不相容事件;E 与 F 互为对立事件,即 $\overline{E}=F$;$F=A\cup B\cup C\cup D$.

例 1.1.4　对于例 1.1.2 中的 $A_1=\{HHH,HHT,HTH,HTT\}$,$A_2=\{HHH,TTT\}$,求 $A_1\cup A_2$,$A_1\cap A_2$,A_1-A_2,$\overline{A_1\cup A_2}$.

解　根据例 1.1.1 知样本空间为 $\Omega_2=\{HHH,HHT,HTH,THH,HTT,THT,TTH,TTT\}$,则 $A_1\cup A_2=\{HHH,HHT,HTH,HTT,TTT\}$,$A_1\cap A_2=\{HHH\}$,$A_1-A_2=\{HHT,HTH,HTT\}$,$\overline{A_1\cup A_2}=\Omega_2-A_1\cup A_2=\{THT,TTH,THH\}$.

习题 1.1

1. 写出下列随机试验的样本空间:(1) 袋中有 3 个红球和 2 个白球,现从袋中任取一个球,观察其颜色;　(2) 掷三颗骰子,观察其点数;　(3) 连续抛一枚硬币,直至出现正面为止,观察抛掷次数;　(4) 某十字路口每小时通过的机动车数量.

2. 设 A,B,C 表示 3 个随机事件,用 A,B,C 的运算关系表示下列各事件.

(1) A,B,C 都发生;　(2) A,B,C 都不发生;　(3) A,B,C 中恰好有 2 个发生.

3. 一名射手向某个目标射击 3 次,事件 A_i 表示射手第 i 次射击时击中目标($i=1,2,3$),试用文字叙述下列事件. (1) $\overline{A}_1\cup\overline{A}_2$;　(2) $A_1\cup A_2\cup A_3$;　(3) $\overline{A}_1A_2$;　(4) $A_2\cup\overline{A}_3$.

4. 一位工人生产 4 个零件,以事件 A_i 表示他生产的第 i 个零件是不合格品,$i=1,2,3,4$. 请用诸 A_i 表示如下事件. (1) 全是合格品;　(2) 全是不合格品;　(3) 至少有一个零件是不合格品;　(4) 恰好有一个零件是不合格品.

5. 请叙述下述事件的对立事件. (1) $A=$“掷 2 枚硬币,皆为正面”;　(2) $B=$“射击 3

次，皆命中目标"；（3）$C=$"加工 4 个产品，至少有 1 个正品".

6. 下列说法是否正确，为什么?(1) 若 $A \cup B = \Omega$，则 A,B 互为对立事件；（2）若 $ABC = \varnothing$，则 A,B,C 两两互不相容.

1.2 事件的概率及其性质

在实际问题中，经常需要对随机事件发生的可能性大小进行定量计算，而"概率"的概念正是源于这种需要而产生的.

1.2.1 频率与概率的统计定义

定义 1.2.1 在相同条件下，进行了 n 次试验，在这 n 次试验中，事件 A 发生的次数 n_A，称为事件 A 发生的**频数**，比值 $\frac{n_A}{n}$ 称为事件 A 发生的**频率**(frequency)，并记作 $f_n(A)$.

根据定义 1.2.1，易知频率具有下述基本性质：

(1) 对于任意事件 A，有 $0 \leqslant f_n(A) \leqslant 1$；

(2) 对于必然事件 Ω，$f_n(\Omega) = 1$；

(3) 对于两两互不相容的事件 $A_1, A_2, \cdots, A_k$，有

$$f_n(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_k) = f_n(A_1) + f_n(A_2) + \cdots + f_n(A_k).$$

即，两两互不相容事件的和事件的频率等于每个事件频率的和.

由于事件 A 的频率是它发生的次数与试验次数之比 $\frac{n_A}{n}$，其大小表示事件 A 发生的频繁程度. 因此，直观的想法是用事件 A 的频率表示事件 A 在一次试验中发生的可能性的大小，但是否可行呢?我们先看下面的例子.

例 1.2.1 抛一枚质地均匀的硬币的试验，历史上有人做过. 设 n 表示抛硬币的次数，n_H 表示出现正面的次数，$f_n(H)$ 表示出现正面的频率，得到如表 1-2 所示的数据.

表 1-2 **抛硬币试验**

试验者	n	n_H	$f_n(H)$	$\lvert f_n(H) - 0.5 \rvert$
德摩根	2048	1061	0.5181	0.0181
蒲　丰	4040	2048	0.5069	0.0069
费　勒	10000	4979	0.4979	0.0021
皮尔逊	12000	6019	0.5016	0.0016
皮尔逊	24000	12012	0.5005	0.0005
维　尼	30000	14994	0.4998	0.0002

从表 1-2 中的数据可以看出，抛硬币的次数 n 较小时，出现正面的频率 $f_n(H)$ 在 0 与 1 之间波动相对较大. 但随着 n 的增大，$f_n(H)$ 呈现出稳定性，即当 n 逐渐增大时，$f_n(H)$ 总在 0.5 附近徘徊，而逐渐稳定于 0.5.

例 1.2.1 说明，随机事件在大量重复试验中其结果呈现出某种规律性，而频率的稳定性正是这种规律性的表现.

定义 1.2.2（概率的统计定义） 在大量重复试验中，若事件 A 发生的频率稳定地在某一个常数 p 附近摆动，则称该常数 p 为事件 A 发生的**概率**(probability)，记作 $P(A)$，即 $P(A)=p$.

应该指出，频率是变动的，而概率（频率的稳定值）则是常数. 当试验的次数足够多时，频率相对稳定，可以把频率作为概率的近似值，即 $P(A)\approx f_n(A)$. 我们在日常生活中，经常说的产品的合格率、彩票的中奖率等都是指频率.

1.2.2 古典概型

在例 1.1.1 中的 E_1 和 E_4，它们具有两个共同特点：

(1) 试验的样本空间只包含有限个元素；

(2) 试验中的每一个基本事件发生的可能性相同.

具有以上两个特点的试验，称为**古典型试验**.

定义 1.2.3（概率的古典定义） 设随机试验 E 为古典型试验，它的样本空间为 $\Omega=\{\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n\}$，事件 A 包含 k 个基本事件，则事件 A 的概率为

$$P(A)=\frac{k}{n}, \tag{1.2.1}$$

式中，$k=$ 事件 A 包含的基本事件数，$n=\Omega$ 中基本事件的总数.

称满足以上古典型试验和定义 1.2.3 的概率模型为**古典概型**. 显然，在古典概型中基本事件发生的概率都相等，因此，古典概型又称为**等可能概型**. 古典概型在概率论的产生和发展过程中是最早且最常用到的一种概率模型.

例 1.2.2 将一枚硬币抛掷 3 次. (1) 设事件 A_1 为"恰有一次出现正面"，求 $P(A_1)$；(2) 设事件 A_2 为"至少有一次出现正面"，求 $P(A_2)$.

解 (1)"将一枚硬币抛掷 3 次"这个试验的样本空间为 $\Omega=\{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$，而 $A_1=\{HTT, THT, TTH\}$. 由于 Ω 中基本事件总数为 8，这是古典概型问题，根据式(1.2.1)，得 $P(A_1)=\dfrac{3}{8}$.

(2) 由于 $A_2=\{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH\}$，所以根据式(1.2.1)，得 $P(A_2)=\dfrac{7}{8}$.