

# Linear Algebra and Its Applications

# 线性代数及其应用

(第3版修订版)

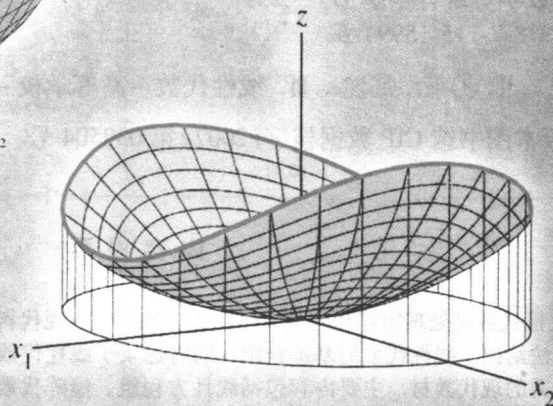
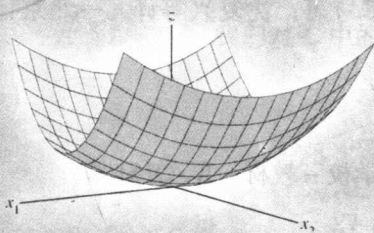
[美] David C. Lay 著  
沈复兴 傅莺莺 莫单玉 等 译

 人民邮电出版社  
POSTS & TELECOM PRESS

TURING

图灵数学·统计学丛书 12

0151.2  
201=2D  
2007



# Linear Algebra and Its Applications

# 线性代数及其应用

(第3版修订版)

[美] David C. Lay 著

傅莹莹 莫单玉 等 译

人民邮电出版社

北京

地址：北京市丰台区右安门外大街22号 邮编：100054 电话：(010) 67510693

## 图书在版编目(CIP)数据

线性代数及其应用: 第3版/(美)莱(Lay, D. C.)著; 沈复兴等译. —北京: 人民邮电出版社, 2007. 7

(图灵数学·统计学丛书)

ISBN 978-7-115-15994-6

I. 线... II. ①莱...②沈... III. 线性代数-高等学校-教材 IV. O151.2

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第039504号

### 内 容 提 要

线性代数是处理矩阵和向量空间的数学分支, 在现代科学的各个领域都有应用. 本书用现代方法给出了线性代数的基本介绍, 同时选录了线性代数在不同领域中的有趣的应用, 是一本优秀的现代教材. 主要内容包括线性方程组、矩阵代数、行列式、向量空间、特征值与特征向量、正交性和最小二乘法、对称矩阵和二次型等. 此外, 本书包含大量的练习题、习题、例题等, 便于读者学习、参考.

本书适合作为高等院校理工科相关专业线性代数课程的教材, 也可作为相关研究人员的参考书.

图灵数学·统计学丛书

### 线性代数及其应用 (第3版修订版)

- 
- ◆ 著 [美] David C. Lay
  - 译 沈复兴 傅莺莺 莫单玉 等
  - 责任编辑 明永玲 于越华
  - ◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市崇文区夕照寺街14号  
邮编 100061 电子函件 315@ptpress.com.cn  
网址 <http://www.ptpress.com.cn>  
北京铭成印刷有限公司印刷  
新华书店总店北京发行所经销
  - ◆ 开本: 700 × 1000 1/16  
印张: 28.75  
字数: 682千字 2007年7月第1版  
印数: 1-4000册 2007年7月北京第1次印刷

著作权合同登记号 图字: 01-2006-0315号

ISBN 978-7-115-15994-6/O1

定价: 59.00元(附光盘)

读者服务热线: (010)88593802 印装质量热线: (010)67129223

# 版 权 声 明

Authorized translation from the English language version, entitled *Linear Algebra and Its Applications, Update 3rd Edition*, ISBN 0-321-28713-4 by David C. Lay, published by Pearson Education, Inc., publishing as Addison-Wesley, Copyright © 2006.

All rights reserved. No part of this book may be reproduced or transmitted in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying, recording or by any information storage retrieval system, without permission from Pearson Education, Inc.

Chinese Simplified language edition published by Pearson Education Asia Ltd. and POSTS & TELECOM PRESS Copyright © 2007.

本书中文简体字版由 Pearson Education Asia Ltd. 授权人民邮电出版社独家出版。未经出版者书面许可，不得以任何方式复制或抄袭本书内容。

本书封面贴有 Pearson Education (培生教育出版集团) 激光防伪标签，无标签者不得销售。

版权所有，侵权必究。

## 译者介绍

**沈复兴** 江苏常熟人，北京师范大学教授，博士生导师。热爱教学，长期从事数理逻辑和计算机科学等领域的研究与教学工作。曾获1986年国家教委科技进步一等奖、1996年国家教委科技进步三等奖、北京师范大学2002年“十佳教师”、2003年“本科生教学名师奖”、2004年宝钢优秀教师奖、2004年北京市教学成果（高教）一等奖、国家级教学成果二等奖、2005年北京师范大学首届钱媛教育基金优秀教师奖。曾任北京师范大学教务长、信息科学学院院长，教育部教学指导委员会计算机科学与技术教学指导委员会非计算机专业计算机基础教学指导分委员会委员。现任中国数学会数理逻辑分会副理事长、秘书长，全国高等师范学校计算机教育研究会荣誉副理事长，全国高等院校计算机基础教育研究会师范专业委员会主任，美国 *Mathematical Reviews* 评论员。

**傅莺莺** 北京师范大学数学科学学院博士研究生，师从沈复兴教授，研究方向为数理逻辑，主要研究数理逻辑在代数、计算机等领域的应用，发表学术论文近十篇。长期担任北京师范大学公共数学、高等代数、抽象代数、数理逻辑等本科、硕士课程的助教，曾经参与云南省高中信息技术教材、全国软件水平考试辅导材料的编纂，对教材、教法有较深刻的认识。

# 译者序

线性代数是研究矩阵和向量空间的一个数学分支，也是高等学校理、工、经、管类各专业的一门基础课程，在数学、力学、物理学、经济学和其他学科中都有重要应用。但是，当前线性代数课程的教学效果不尽如人意。究其原因，主要在于多数教材仍然停留在传统模式，未能适应新的社会需求。传统的线性代数教材过分追求逻辑的严密性和理论体系的完整性，重理论而轻实践，剥离了概念、原理和范例的几何背景与现实意义，导致教学内容过于抽象，也不利于与其他课程及学生自身专业的衔接，进而造成学生“学不会，用不了”的尴尬局面。因此，要改革线性代数课程教学，首要任务就是开发或者引进一批优秀的现代线性代数教材。

David C. Lay 教授是美国线性代数课程研究项目的创始人之一，一直致力于倡导数学课程的现代化。他从事线性代数的科研与教学工作多年，迄今已发表学术论文 30 余篇，与他人合著多本数学教材，并且四次荣获大学教学优秀奖。David C. Lay 教授编撰的这本教材自第 1 版起就得到了广泛的关注和认可，其第 3 版的影印版和中文译本也相继在国内发行和使用，效果良好。此次由人民邮电出版社引进了该书第 3 版修订版，它在第 3 版的基础上又增加了许多新的内容，包括配套 CD 等。与传统教材相比，本教材风格清新活泼，其主要特点有：

**注重几何背景，从具体看抽象** 要讲清过于抽象的概念是线性代数教学中的主要难点。本教材强调线性代数的实际背景，将其与空间解析几何建立起联系，抓住“向量”这一基本概念，将线性代数视为空间解析几何在  $n$  维空间的推广。

**紧密联系实际，服务专业课程** 本教材包含丰富的应用范例，取材广泛。这些实际问题（如经济投入产出问题、飞机制造模型、猫头鹰种群问题）既为学生理解概念提供了认识基础，也有助于加强与专业课程的联系，使学生学有所用。

**运用现代技术，培养实际能力** 本教材着重培养学生运用线性代数理论解决实际问题的数学建模能力，要求他们理解和掌握基本算法，但不提倡将过多精力花在计算上。配套的 CD 中包括常用数学软件、工具的使用方法，也提供了教材中全部数值计算的数据，大大节省了计算的时间，使学生能够专注于理解概念和算法本身。

**课程体系完善，配套资源丰富** 配套 CD 和网页提供了详尽的学习指南，指导学生如何学习这门课程。CD 和网页中的软件工具和数据也完全可以用来开设配套的实验课程。

此外，我们在译文中添加了若干“译者注”，以帮助读者抛开文化背景的差异，更好地理解原文。我们相信，修订版中译本的出现能够让更多的教师和学生轻松愉快地教、学中把握线性代数课程改革的世界潮流，分享线性代数的乐趣，这必将有力地推动我国线性代数课程的改革。

参与本书翻译及校对的还有北京师范大学数学科学学院、信息科学学院的研究生隋建宝、马慧芳、王慎玲、李永强和马鑫。翻译过程中得到了人民邮电出版社图

## 2 译者序

---

灵公司数学编辑的很大帮助，在此一并表示感谢。由于译者水平有限，书中难免疏漏和不妥之处，敬请广大师生、同行专家批评指正！

译者  
北京师范大学数学科学学院

# 前 言

广大师生对本书前三版的评价很高,第3版修订版在此基础上为课程教学以及软件技术应用提供了更多支持.与前面几版一样,本书用现代方法给出了线性代数的基本介绍,同时选录了线性代数在不同领域中的有趣的应用.本书适用于已顺利完成两学期大学数学课程(通常是微积分)的学生.

本书的目标是帮助学生掌握基本的概念和技能,这些知识在他们以后的工作中还将用到.本书的选题采纳了线性代数课程研究小组的建议,建立在对学生实际需求的细致调查基础上,并且得到相关学科专业人士的一致认可.希望本课程能够成为对本科生最有用且最有趣的数学课程之一.

## 特 色

### 关键概念的及早引入

本书前七章以 $\mathbf{R}^n$ 为背景介绍了线性代数的许多基本思想,后续章节中则逐步考察它们在不同背景下的实质.基本概念概括和推广都是这些思想的自然延伸,借助第1章所建立的几何直观,我们可以将其形象化以加深理解.我认为,本书最大的优点在于整体难度适当.

### 矩阵乘法的现代观点

一套好的记号非常重要,本书采用的是科学家和工程师们运用线性代数时所用的记号.书中的定义及证明都基于矩阵的列而非元素展开,其核心思想是将矩阵-向量乘积 $Ax$ 视为 $A$ 中列的一个线性组合.这种现代观点简化了许多论证,同时也为向量空间与线性方程组建立了联系.

### 线性变换

线性变换是贯穿全书始末的一个脉络,这一概念的引入给本书抹上了浓重的几何色彩.例如,在第1章中,线性变换为我们理解矩阵向量乘法提供了一个动态的、图形化的视角.

### 本征值和动态系统

本征值出现在本书第5章和第7章.这部分教材内容的教学需要几周的时间,因此学生有充足的时间来消化和复习这些重要概念.本征值源于并且应用于离散或连续的动态系统,这类动态系统在本书1.10节、4.8节、4.9节以及第5章的五节中都有介绍.实际教学安排中,如果不选用第4章,而代之以2.8和2.9两节,那么五周后就可以讲到第5章.可选的这两节从第4章中提取了第5章要用到的关于向量空间的全部概念.

### 正交性与最小二乘问题

与线性代数其他入门教材相比,本书对正交性与最小二乘问题的介绍要全面、系统得多.线性代数课程研究小组强调有必要将这部分内容组织成一个完整单元,这不仅仅因为正交性在计算机计算和数值线性代数中有着十分重要的地位,而且也



考虑到实际工作中常常需要处理不相容的线性方程组.

## 教学特色

### 应用

本书从工程学、计算机科学、数学、物理学、生物学、经济学和统计学等众多学科中广泛选用了一些实际应用的例子,揭示了线性代数在其中解释基本原理、简化计算等方面起到的重要作用.部分应用实例独立成节,其余则以例题或习题的形式给出.本书每一章开头的实例介绍都为线性代数的一类应用做了铺垫,有助于激发学生学习后继数学知识的兴趣.在一章临近结束的时候,又重新回到实例介绍中的问题并加以解决.

### 突出几何重点

几何直观的建立常常有助于学生理解抽象的概念,因此本书对每一个重要概念都配以几何解释.本书的插图比一般的线性代数教材更为丰富,而且其中一部分在其他教材中从未出现过.

### 例题

本书提供了许多例题,并且配以详尽的说明材料,这在很多线性代数教材中是没有的.教师按通常的课程计划一般无法讲完全部例题,不过由于例题写得清楚、详细,学生完全可以自学.

### 定理及证明

本书的重要结果都以定理形式给出.为方便查阅,在有灰色底纹的方框中还列出了其他一些常用的事实.许多定理都有正式的证明,初学者都能看懂;另有一些定理,其证明的主要过程在例题中给出;其余定理证明较为简单,留给学生作为练习,我们认为这样安排对他们十分有益.

### 基础练习

每个习题集之前都精心准备了若干基础练习,并且在习题集后给出其详细解答.这些练习主要针对习题集中潜在的难点而设置,相当于做习题前的“热身”,其解答往往为习题提供了有用的提示或警告.

### 习题

本书包含了丰富的习题,有简单的计算,也有需要略加思考的概念题.从事教学多年,我从学生的作业、试卷中总结了一些较难理解的概念.针对这些难点,书中专门设置了大批原创性问题.习题的编排顺序与教材顺序一致,每讲完一部分内容就可以布置家庭作业.习题的一个显著特点是数值简单、问题直接明了,所以学生不必在计算上浪费时间.总体来说,习题着重于理解而非机械计算.

### 判断题

为了鼓励学生阅读全书并且培养他们缜密思考的习惯,我在全书33节中设置了300道简单判断题,数量仅次于计算题.这些习题的答案可从教材中直接查到,它们为学生完成后面的概念题做了铺垫.学生们认真阅读教材后将会十分喜爱这一类习题.基于课堂检验的效果以及与学生的广泛交流,我决定不把习题答案收录于书中.(学习指南给出了奇数号习题的解答)另外还有150道判断题(大部分在每一章末尾)

用于检验学生对教材内容的理解程度。对于这些习题，教材中大都给出了简单的答案，但没有给出理由（通常需要学生进一步思考）。

### 写作题


书写连贯的数学证明，不仅是对准备继续深造的学生，而且是对学习线性代数的全体学生的一个基本要求。本书中许多习题的答案都要求包括书面说明。概念题通常要求给出简短的证明，且常常伴有解题提示。对于所有奇数编号的习题，其答案或者在本书最后给出，或者书后仅给出提示。详细解答另见学习指南。

### 关于数值计算

本书十分强调计算机对线性代数在科学、工程学中的发展和应用所产生的影响。书中多次出现的注记讨论了数值计算中需要注意的一些问题，以及理论概念（例如矩阵求逆）与计算机实现（例如 LU 分解）之间的差异。

## 配套 CD 及网页支持

### 学习指南

本书修订版的配套 CD 中包含完整的学习指南。学习指南也是这门课程的一个主要部分。教材中的图标  提示学生，为了理解教材中的关键概念可以参考学习指南的哪几节。奇数号习题中，每隔两道题的第三题有详细解答，可以在学习指南中找到，用以帮助学生检查作业，学习指南还为那些书后只包含提示的奇数号写作题提供了完整答案。多次出现的“警告”用于提醒学生易犯的错误以及如何避免出错。标记 MATLAB 的方框内介绍了一些需要使用的命令。学习指南的附录内包含 Maple、Mathematica 以及 TI 和 HP 图形计算器的对照信息。


### 软件的使用

如果课程中需要使用 Maple、Mathematica 或者 TI 和 HP 图形计算器，可以参考 CD 中的软件使用介绍（见第 1 章最后一页）。此外，学习指南中也为第一次接触上述软件的用户提供了详细说明。

### 数据文件

CD 中包含数百个数据文件，覆盖了教材中约 900 道数值计算题以及案例研究、应用项目的全部数据。数据文件以多种格式给出，分别针对 MATLAB、Maple、Mathematica、TI-83+/86/89 和 HP48G 图形计算器。对任一问题，学生们只需通过少量的键盘操作就可以得到矩阵和向量，从而避免了数据录入错误，也节约了时间。

### 新的 MATLAB 项目

这些探究性项目可以引导学生发现线性代数中一些基本的数学和数值问题。Rick Smith 最初开发这些项目的目的，是用于辅助佛罗里达大学计算线性代数这门课程的教学，他们使用《线性代数及其应用》这本教材已有多年。教材中使用图标  引用这类项目。探究性项目中，约有一半是关于基本概念的，例如列空间、对角化和正交投影；另一些讨论数值计算问题，比如浮点运算、迭代法和 SVD；还有一些涉及应用，例如拉格朗日插值和马尔可夫链。

[www.laylinalg.com](http://www.laylinalg.com)

本书的网站提供了配套 CD 中除学习指南及新的 MATLAB 项目以外的全部材料。

此外，网站上还包括修订版教材的第1章以及学习指南的第1章，其目的是在一开学教材脱销时保障老师正常开课。网站为学生提供了**复习表和模拟试卷**(附答案)，其范围覆盖教材中的主要内容，并且都是我从多年的教学工作中总结提炼出来的。每个复习表都详细列出了关键的定义、定理以及教材中使用的技巧。

### 基于各章的应用

网站包括7个案例研究，都是每章开头实例介绍的拓展，其中添加了一些现实生活中的数据以期进行更深入的研究。此外，网站上还列出了20多个应用项目，其中一部分是教材内容的补充，另一部分介绍了新的应用，例如三次样条、飞机飞行路线、体育竞赛中的占优矩阵以及纠错码。其中有些数学应用需要综合运用多项式根的位置、圆锥截面、二次曲面、二元函数的极值等知识，另外也涉及数值线性代数的知识，例如条件数、矩阵分解以及求本征值的QR方法。以上实例研究及应用项目均配有习题，其所涉及的数据集较大(因而需要借助软件来求解)。

## 致 谢

我衷心感谢多年以来在各方面给予我帮助，使本书最终得以付梓的人。

感谢 Israel Gohberg 和 Robert Ellis 与我共同研究线性代数长达15年之久，他们的思想深深影响了我对线性代数的看法。

我也很荣幸能和 David Carlson、Charles Johnson 以及 Duane Porter 一同在线性代数课程研究小组工作，他们关于线性代数教学的思想在本书许多地方都有体现。

我还要诚挚地感谢以下审阅者，感谢他们的细致分析和所提的建设性意见：

### 第3版的审阅者及课堂检验者

大河谷州立大学的 David Austin，德州大学奥斯汀分校的 G. Barbanson，Valdosta 州立大学的 Ashok Kumar，康奈尔大学的 Kenneth Brown，加州州立大学萨克拉门托分校的 Earl Kymala，圣迭戈州立大学的 David Carlson，明尼苏达大学杜鲁斯分校的 Kathryn Lenz，杨百翰大学的 Greg Conner，赛拉丘兹大学的 Jaques Lewin，马里兰大学的 Casey T. Cremins，托莱多大学的 En-Bing Lin，Okanagan 大学学院的 Sylvie DesJardins，马里兰大学的 Andrei Maltsev，南亚拉巴马大学的 Daniel Flath，拿骚公共学院的 Abraham Mantell，俄亥俄州立大学的 Yuval Flicker，马里兰大学巴尔的摩县分校的 Madhu Nayakkankuppam，克拉克森大学的 Scott Fulton，斯坦福大学的 Lei Ni，Drexel 大学的 Herman Gollwitzer，宾州州立大学的 Gleb Novitchkov，科罗拉多大学科罗拉多泉分校的 Jeremy Haefner，南佛罗里达大学的 Ralph Oberste-Vorth，佛罗里达大学的 William Hager，布朗大学的 Dev Sinha，北亚利桑那大学的 John Hagood，圣何塞州立大学的 Wasin So，科罗拉多矿校的 Willy Hereman，俄亥俄州立大学的 Ron Solomon，科罗拉多州立大学的 Alexander Hulpke，康涅狄格大学的 Eugene Spiegel 和 Alan Stein，惠特曼学院的 Doug Hundley，科罗拉多州立大学的 James Thomas，康涅狄格大学的 James F. Hurley，Bethel 学院的 Brian Turnquist，路易斯安那州立大学的 Jurgen Hurrelbrink，西俄勒冈大学的 Michael Ward，拉瓜迪亚公共学院的 Jerry G. Ianni，亚利桑那州立大学的 Bruno Welfert，德州大学奥斯汀分校的 Jack Xin。

对于本次修订，我要感谢 Winthrop 大学的 Thomas Polaski 帮我修改了第3版的补

充材料，并且不断提供一些好的建议。我也要感谢佛罗里达大学的 Rick Smith 同意将他设计的 MATLAB 项目收录于修订版中，同时感谢 Taylor 大学的 Jeremy Case 帮助审阅和修改这些项目。最后，我要感谢 Addison-Wesley 的全体工作人员为修订版所付出的辛勤劳动。

David C. Lay

# 致 学 生

在你即将学习的所有大学本科数学课程中，这门课程很可能是最有趣且最值得努力的课程。事实上，有的学生毕业后在信中或者当面告诉我，他们在一些大公司或工程研究所工作时，有时仍然会使用这本教材作为参考。以下列出几条实用的建议和信息，希望能够帮助你掌握这门课程的内容并且享受其中的乐趣。

在线性代数中，概念和计算同等重要。每个习题集的开头都安排了简单的数值计算题，目的是帮助你检查对基本算法的理解。在今后的工作中，你当然可以使用计算机来完成这些计算，但你必须学会选择算法，理解计算结果的意义并且向他人解释清楚。正因如此，这本教材的许多习题都要求你解释或者验证计算过程，完整的习题答案必须包含书面的解释。对于奇数号的习题，你可以在答案部分找到合理的解释，或者至少是一个好的提示。不过，你应先尝试独立完成习题，尽量不看答案，便于发现哪些知识自己还没有真正理解。

只有反复、认真地阅读教材，你才能真正掌握线性代数的概念。新出现的术语以黑体字标识，有时也会在方框内予以定义。术语表在教材的末尾。为便于参考，重要的事实一般以定理的形式陈述，或者置于有灰色底纹的方框内。我建议你读完前言的前四页，了解本书的结构，这将有助于你理解课程是如何展开的。


从某种意义上说，线性代数就是一门语言。你必须像对待外语一样，每天都学习线性代数。为了真正理解教材中某一节的内容，你往往需要完全掌握前面章节的内容和习题。跟上课程的进度可以节省很多时间并且避免很多麻烦。

## 注记

即便你没有使用计算机或图形计算器，我也希望你能阅读教材中的注记。在现实生活中，线性代数的大多数应用都涉及数值计算，其中或多或少都包含一些数值误差，尽管这个误差可能非常小。书中的注记提醒你在今后应用线性代数时需要注意的问题，如果你现在学习了注记，今后就更容易记起它们。

如果你喜欢阅读注记，或许会愿意继续学习数值线性代数这门课程。为了满足对更强大的计算能力的迫切需求，计算机科学家和数学家都在研究数值线性代数，希望找到更高速、更可靠的计算算法，同时，电机工程师也在设计更高速、更小巧的计算机以实现这些算法。这是一个令人激动而振奋的研究领域，你的第一门线性代数课程将帮助你迎接这一挑战。

## 学习指南

为了帮助你学好这门课程，教材的配套 CD 中提供了完整的学习指南。它不但能帮助你学习线性代数，而且也将指导你如何学习数学。教材关键部分所出现的图标  提示你查阅学习指南中标题为“掌握线性代数的概念”的小节，这些小节针对怎样建立关键概念的复习表提供了很好的建议。准备这样的复习表是学好线性代数的秘诀之一，因为这有助于你建立起知识之间的联系。这些联系将为你建立牢固的

基础，使你能够掌握并且牢记课程中的主要概念。

奇数号习题中，每隔两道题的第三题有详细解答，可以在学习指南中找到，此外学习指南还为只在书后答案部分给出提示的奇数号写作题提供了完整答案。将指南与教材分开，是因为你必须学会独立完成习题（根据我多年的经验，对于大多数学生来说，经常查阅教材后的答案对学习数学有负面影响）。指南中也包含了对常见错误的警告，对重要习题或者考点的有益提示。

如果你会使用 MATLAB、Maple、Mathematica，或者 TI、HP 图形计算器，那么你做作业时将节省很多时间。学习指南就是你的“实验手册”，它会告诉你如何利用这些矩阵软件或工具，其中包括一些新命令的介绍。你可以在配套 CD 中下载教材中 850 多道习题的数据（只需少量的键盘输入，你就可以在屏幕上完成任何一道数值作业题）。专用的矩阵命令将代你完成计算。

良好的开端是成功的一半。你在这门课程最初几周内所做的工作，将决定你整个学期的学习进度以及最后的掌握程度。请尽快阅读学习指南中的“如何学习线性代数”。我的学生们发现其中的学习方法很有用，希望对你也一样。

# 目 录

第 1 章 线性方程组 .....	1	2.4 分块矩阵 .....	118
实例介绍: 经济学和工程学中的线性 模型 .....	1	习题 2.4 .....	122
1.1 线性方程组 .....	2	2.5 矩阵分解 .....	125
习题 1.1 .....	8	习题 2.5 .....	130
1.2 行化简和阶梯形式 .....	11	2.6 列昂惕夫投入产出模型 .....	134
习题 1.2 .....	20	习题 2.6 .....	137
1.3 向量方程 .....	22	2.7 计算机图形学上的应用 .....	139
习题 1.3 .....	30	习题 2.7 .....	146
1.4 矩阵方程 $Ax = b$ .....	34	2.8 $\mathbf{R}^n$ 的子空间 .....	148
习题 1.4 .....	39	习题 2.8 .....	152
1.5 线性方程组的解集 .....	42	2.9 维数和秩 .....	155
习题 1.5 .....	46	习题 2.9 .....	158
1.6 线性方程组的应用 .....	49	第 2 章补充题 .....	162
习题 1.6 .....	53	第 3 章 行列式 .....	164
1.7 线性无关 .....	55	实例介绍: 解析几何中的行列式 .....	164
习题 1.7 .....	59	3.1 行列式简介 .....	164
1.8 线性变换简介 .....	62	习题 3.1 .....	168
习题 1.8 .....	68	3.2 行列式的性质 .....	170
1.9 线性变换的矩阵 .....	71	习题 3.2 .....	175
习题 1.9 .....	77	3.3 克莱姆法则、体积与线性 变换 .....	178
1.10 商业、科学和工程学中的线性 模型 .....	80	习题 3.3 .....	185
习题 1.10 .....	86	第 3 章补充题 .....	187
第 1 章补充题 .....	89	第 4 章 向量空间 .....	190
第 2 章 矩阵代数 .....	93	实例介绍: 空间飞行与控制系统 .....	190
实例介绍: 飞机设计中的计算机模型 .....	93	4.1 向量空间与子空间 .....	191
2.1 矩阵运算 .....	94	习题 4.1 .....	196
习题 2.1 .....	101	4.2 零空间、列空间和线性变换 .....	200
2.2 矩阵的逆 .....	104	习题 4.2 .....	206
习题 2.2 .....	109	4.3 线性无关集: 基 .....	210
2.3 可逆矩阵的性质 .....	112	习题 4.3 .....	215
习题 2.3 .....	115	4.4 坐标系 .....	218
		习题 4.4 .....	224

4.5 向量空间的维数·····	227	6.2 正交集·····	341
习题 4.5 ·····	231	习题 6.2 ·····	348
4.6 秩·····	233	6.3 正交投影·····	351
习题 4.6 ·····	238	习题 6.3 ·····	355
4.7 基变换·····	240	6.4 格拉姆-施密特方法·····	358
习题 4.7 ·····	244	习题 6.4 ·····	363
4.8 在差分方程中的应用·····	246	6.5 最小二乘问题·····	364
习题 4.8 ·····	253	习题 6.5 ·····	370
4.9 在马尔可夫链中的应用·····	256	6.6 线性模型中的应用·····	373
习题 4.9 ·····	262	习题 6.6 ·····	379
第4章补充题 ·····	265	6.7 内积空间·····	381
第5章 本征值与本征向量 ·····	268	习题 6.7 ·····	387
实例介绍: 动态系统和斑点猫头鹰 ···	268	6.8 内积空间的应用·····	389
5.1 本征向量与本征值·····	269	习题 6.8 ·····	394
习题 5.1 ·····	273	第6章补充题 ·····	395
5.2 特征方程·····	276	第7章 对称矩阵和二次型 ·····	399
习题 5.2 ·····	281	实例介绍: 多通道图像处理 ·····	399
5.3 对角化·····	284	7.1 对称矩阵的对角化·····	400
习题 5.3 ·····	288	习题 7.1 ·····	404
5.4 本征向量和线性变换·····	290	7.2 二次型·····	406
习题 5.4 ·····	295	习题 7.2 ·····	412
5.5 复本征值·····	298	7.3 约束优化·····	413
习题 5.5 ·····	303	习题 7.3 ·····	418
5.6 离散动态系统·····	304	7.4 奇异值分解·····	420
习题 5.6 ·····	312	习题 7.4 ·····	428
5.7 微分方程中的应用·····	314	7.5 图像处理和统计学中的应用·····	429
习题 5.7 ·····	320	习题 7.5 ·····	434
5.8 本征值的迭代估计·····	322	第7章补充题 ·····	437
习题 5.8 ·····	327	附录A 简化阶梯形式的唯一性 ···	439
第5章补充题 ·····	329	附录B 复数·····	440
第6章 正交性与最小二乘法 ·····	332	术语表(图灵网站下载)	
实例介绍: 北美大地基准的校正 ·····	332	奇数习题答案(图灵网站下载)	
6.1 内积、长度和正交性·····	333	索引(图灵网站下载)	
习题 6.1 ·····	339		



# 第 1 章 线性方程组

## 实例介绍：经济学和工程学中的线性模型

1949 年夏末，哈佛大学的瓦·列昂惕夫教授小心翼翼地将最后一张穿孔卡片插入学校的 Mark II 计算机。这些卡片存储着美国经济信息，它们汇总了美国劳工统计署历时两年紧张工作所得的 250 000 多条数据。列昂惕夫把美国的经济系统分成 500 个“部门”，如煤炭工业、汽车工业、通讯业等。针对每个部门给出了一个线性方程，描述该部门如何向其他部门分配产出。但是，由于 Mark II（当时最大的计算机之一）还不能处理含 500 个未知量、500 个方程的方程组，所以列昂惕夫把这个问题提炼成一个只含 42 个未知量、42 个方程的方程组。

在 Mark II 上编程求解列昂惕夫的这 42 个方程历时数月，他急于知道计算机解决这个问题要花费多长时间。最后，经过 56 个小时的持续运转，Mark II 终于求出了一个解。我们将在 1.6 和 2.6 节中讨论这个解的性质。

列昂惕夫开启了通往经济学数学模型一个新时代的大门，并于 1973 年荣获诺贝尔经济学奖。

列昂惕夫 1949 年在哈佛的工作是利用计算机分析大型数学模型的早期重大应用之一。从那时起，其他领域的研究者也开始使用计算机来分析数学模型。因为所涉及的数据量十分庞大，这些模型通常是线性的，即使用线性方程组来描述。

线性代数在应用上的重要性与计算机的计算性能成正比增长，而这一性能伴随着计算机每一代硬、软件的革新在不断提升。最终，计算机并行处理和大规模计算的迅猛发展将计算机科学与线性代数紧紧地联系在一起。

科学家和工程师如今处理的问题远比几十年前想象的要复杂得多。今天，对于理工和商业专业的学生来说，线性代数比其他大学本科数学课程具有更大的潜在价值。本书的内容，将为你深入研究许多有趣的领域奠定基础。这里列举一些可能的领域，其他的将在后面介绍。

- 石油勘探。当船只勘查海底石油储量时，船上的计算机每天都要计算数千个线性方程组。方程组的震动数据从气枪发射所产生的水下冲击波中获取。冲击波经海底岩石反射，被连接在船尾数英里外的地震探波仪接收并测量。
- 线性规划。当今，很多重要的管理决策建立在含有上百个变量的线性规划模型上。例如，航空工业利用线性规划方法制定机组人员日程表，监控飞机飞行位置，或者制定各式各样的支撑服务计划，如维护、登机口作业等。



1