

全国中等职业技术学校

数学课

Maths 教学参考书

与《数学》（第四版·下册）配套

01234...



中国劳动社会保障出版社

全国中等职业技术学校

数学课教学参考书

与《数学》(第四版·下册)配套

劳动和社会保障部教材办公室组织编写

中国劳动社会保障出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学课教学参考书:与《数学》(第四版·下册)配套/冀燕钊主编. —北京:中国劳动社会保障出版社, 2006

ISBN 7-5045-5416-2

I. 数… II. 冀… III. 数学课-专业学校-教学参考资料
IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 000083 号

中国劳动社会保障出版社出版发行

(北京市惠新东街 1 号 邮政编码: 100029)

责任编辑: 张梦欣

*

北京市艺辉印刷有限公司印刷装订 新华书店经销

850 毫米×1168 毫米 32 开本 3.5 印张 92 千字

2006 年 3 月第 1 版 2006 年 3 月第 1 次印刷

定价: 9.00 元(本书附光盘)

读者服务部电话: 010-64929211

发行部电话: 010-64911190

出版社网址: <http://www.class.com.cn>

版权专有 侵权必究

举报电话: 010-64911344

目 录

第 1 章	解析几何 (二)	(1)
I	概述	(1)
II	内容分析与教学建议	(3)
III	课堂练习、综合训练参考答案	(17)
IV	小结与提高	(22)
V	阅读材料	(27)
第 2 章	简易逻辑	(31)
I	概述	(31)
II	内容分析与教学建议	(32)
III	课堂练习、综合训练参考答案	(39)
IV	小结与提高	(42)
V	阅读材料	(44)
第 3 章	数列	(48)
I	概述	(48)
II	内容分析与教学建议	(49)
III	课堂练习、综合训练参考答案	(61)
IV	小结与提高	(64)

V	阅读材料	(68)
第4章	排列、组合与概率	(70)
I	概述	(70)
II	内容分析与教学建议	(72)
III	课堂练习、综合训练参考答案	(94)
IV	小结与提高	(99)
V	阅读材料	(104)

第1章 解析几何 (二)

I 概 述

一、教学目的与要求

1. 掌握抛物线、椭圆、双曲线的定义、标准方程和几何性质。
2. 了解抛物线、椭圆、双曲线的有关应用。

二、教材分析与说明

1. 这一章主要讲抛物线、椭圆、双曲线。本教材不拘泥于传统教学顺序，先讲抛物线，再讲椭圆、双曲线。这样处理既分散了难点，又能与学生在初中所学的抛物线知识相衔接，更加便于学生接受。

2. 本章每一种曲线的讲解都是按照导入、定义、标准方程、几何性质、实际应用的顺序编写的，最后介绍了曲线在不同坐标系中的其他几种形式。教材除抛物线介绍了准线以外，其他部分均未涉及离心率和准线等难于理解的概念。

3. 由于抛物线和椭圆在现实生活中应用比较多，所以这两块内容的导入都分为两部分：第一部分是通过实际事物建立直观印象；第二部分是通过作图为定义作铺垫。双曲线的导入只有作图部分。

4. 抛物线、椭圆、双曲线标准方程的建立是教学难点。在上册里，学生已经初步学习了如何建立图形的解析方程，此处是对这一能力的巩固，并不是本教材的重点。尤其是根据定义列出

方程后的化简过程，应视学生的水平进行课堂教学，引导水平较高的学生利用课余时间研究。

5. 在研究曲线的几何性质时分两种情形来考虑：一种是针对某一标准方程确定的曲线的几何性质；另一种是针对这类曲线具有的共同的几何性质，其他不同标准方程的性质没有再一一列举，只在应用时注意区别即可。

6. 抛物线的画法采用描点法。从抛物线标准方程出发，求出几组 x 、 y 对应值，描点连线，再利用对称性画出整个抛物线的图形。椭圆和双曲线的画法类似。

7. 知识扩展部分有利于学生理解以及对所学知识的实际应用，提高学生对数学课的兴趣，应穿插在课堂内进行，但不宜在课堂内深入讲解。可适当引导有兴趣的学生利用课余时间研究。

本章重点：抛物线、椭圆、双曲线的标准方程和几何性质。

本章难点：方程的建立、方程的特点及曲线性质。

克服难点的关键是：(1) 提高化简能力。(2) 抓住标准方程的特点，从关键量入手，判断焦点所在坐标轴，得出相应的方程。(3) 充分利用图像的直观性来讲解曲线的性质。

三、课时分配建议

本章教学时间约 16 课时，具体分配如下（仅供参考）：

- | | |
|---------|-----------------------------|
| 1.1 抛物线 | 约 4 课时（讲授 3 课时，小结与习题课 1 课时） |
| 1.2 椭圆 | 约 4 课时（讲授 3 课时，小结与习题课 1 课时） |
| 1.3 双曲线 | 约 4 课时（讲授 3 课时，小结与习题课 1 课时） |
| 小结与复习 | 约 4 课时 |

II 内容分析与教学建议

引言

教材从生活中的例子出发指出了抛物线、椭圆及双曲线的光(声)学性质的应用,让学生对抛物线、椭圆、双曲线有了初步的直观认识。

引言又指出了抛物线、椭圆、双曲线以及圆是怎样由圆锥被一平面所截得到的。阐述了抛物线、椭圆、双曲线统称圆锥曲线的缘由。有条件的学校可使用直观教具进行演示试验。

1.1 抛物线

1. 本章对抛物线的介绍与初中教学不同。初中只是介绍形如某种二元二次方程的曲线是抛物线,并没有给出抛物线的真正定义。本章在给出定义的基础上,建立直角坐标系,从而得出抛物线标准方程。教学中可以根据定义得出的标准方程与初中学过的抛物线方程作比较,引导学生把抛物线的两种方程形式联系起来,避免学生的知识体系被割裂。

2. 在定义中要强调“两定一动”。“两定”:定点 F 、定直线 l ;“一动”:抛物线上的动点 P 。还要强调抛物线上任意一点 P 所具备的条件: P 到焦点 F 和准线 l 的距离必须相等。

3. 根据定义,选择合适的平面直角坐标系,建立抛物线的方程。强调直角坐标系的选取应使已知点的坐标尽可能简单。

4. 抛物线的标准方程是 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 时,焦点坐标为 $(\frac{p}{2}, 0)$, 即焦点的横坐标是方程中 x 的系数 $2p$ 的 $\frac{1}{4}$, 有的同学容易误认为是 x 的系数 $2p$ 的 $\frac{1}{2}$ 。准线方程 $x = -\frac{p}{2}$ 是平行于 y 轴的直

线, 因此不能仅写成常数 $-\frac{p}{2}$ 。此时可写出以下方程供学生判断 p

值, 并求焦点坐标: (1) $y^2=4x$; (2) $y^2=2x$; (3) $y^2=\frac{1}{4}x$ 。参考

答案: (1) $p=2$, $F(1, 0)$; (2) $p=1$, $F(\frac{1}{2}, 0)$; (3) $p=\frac{1}{8}$, $F(\frac{1}{16}, 0)$ 。

5. 抛物线焦点到准线的距离为 p (p 也叫焦参数), 原点到准线的距离是 $\frac{p}{2}$, 这样知道抛物线上一点的横坐标 x , 就可以求出它到准线的距离 $(x+\frac{p}{2})$, 也就知道了它到焦点的距离, 要加强这方面的训练。

6. 由于抛物线上的点到焦点和准线的距离相等, 所以抛物线上的点到焦点的距离可以通过该点到准线的距离求得, 这样做往往比应用点到点的距离公式求距离更简单。举例说明: 求抛物线 $y^2=4x$ 上的点 $M(1, -2)$ 到焦点的距离。

解 因为 $2p=4$, $\frac{p}{2}=1$, 所以 M 到准线的距离为

$$x + \frac{p}{2} = 1 + 1 = 2$$

根据抛物线的定义, M 到焦点的距离等于它到准线的距离。因此, M 到焦点的距离为 2。

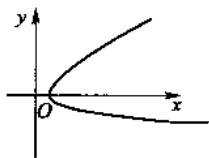
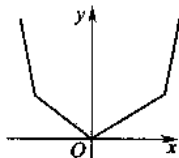
7. 从标准方程容易推导出抛物线的范围。顶点和对称性(对称轴)也可以从图形观察得到。这里不提倡做师通过标准方程来研究抛物线的几何性质。

8. 抛物线的顶点指的是抛物线与对称轴的交点。注意: 抛物线只有一条对称轴, 因此只有一个顶点。

9. 画抛物线图形时可采用描点法, 先画出它在第一象限及其边界的部分, 即画 $y=\sqrt{2px}$ $x \in [0, +\infty)$ 的图形, 然后

利用对称性画出整个抛物线的图形。

针对学生作图不准的情况，教师可画出几例错误的图形（如折线、不对称等）帮助学生建立正确抛物线图形的概念。



（错误：折线，不对称） （错误：顶点不在原点且抛物线不光滑、不对称）

以上两部分：抛物线的定义及其标准方程、抛物线的几何性质可作为一次课（2学时）完成。

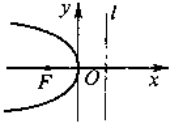
10. 在回顾抛物线定义的基础上，引导学生思考：建立不同的平面直角坐标系，抛物线方程会有什么变化？从而指出抛物线的另外三种形式，并与 $y^2=2px$ ($p>0$) 合在一起得到教材第6页中的图表。对于抛物线的四种标准方程，教师要总结其特点，引导学生记忆。这四种标准方程的特点是：（1）方程中的2个变量的次数总是一个是二次，另一个是一次；（2） p 的几何意义：焦参数 p 是焦点到准线的距离，所以 p 总是正数；（3）方程右边一次项的变量与焦点所在坐标轴的名称相同，一次项系数的符号决定抛物线的开口方向；（4）焦点的非零坐标是一次项系数的 $\frac{1}{4}$ 。

11. 求抛物线的标准方程时，首先要判断它是哪一种形式，然后再去求焦参数 p ，得到 p 值后便可直接写出它的标准方程。

12. 为了与初中的知识相衔接，教师可指出二次函数 $y=ax^2$ ($a\neq 0$) 是抛物线，其方程可化为标准方程的形式： $x^2=\frac{1}{a}y$ 。它表示顶点在原点，对称轴是 y 轴的抛物线，其开口方向

由 a 的正负决定, $a > 0$ 时开口向上, $a < 0$ 时开口向下; 准线方程为 $y = -\frac{1}{4a}$. 此时可举例: $y = 2x^2$, $y = -\frac{1}{4}x^2$; 让学生先将其化为标准方程, 再求焦点和准线. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 也表示一条抛物线, 它可以经过 $x^2 = 2py$ 平移得到. 教师不必去讲平移, 只在回答个别学生疑问时提示即可.

13. 布置练习时可要求学生观察身边的抛物线(如卫星接收天线)实例. 小结时再次将抛物线方程的四种形式复习一下, 可变换为填表格的方式进行. 参考表格如下:

标准方程	图形	焦点坐标	准线方程	范围	对称轴方程
$y^2 = 2px \ (p > 0)$					
		$(0, \frac{p}{2})$			
			$y = -\frac{p}{2}$		

14. 本节学习的难点在于标准方程形式较多, 学生不易记忆, 办法是多做习题, 反复练习, 及时总结. 教师举例要从最简单的题目开始, 逐渐增加难度, 并根据图形特点及相互关系, 采用对比的办法帮助学生记忆.

15. 习题课参考内容

复习提问:

(1) 叙述抛物线的定义.

(2) 写出抛物线四种标准方程.

(3) 指出抛物线标准方程对应的焦点坐标和准线方程, 并画出草图.

方程	草图	焦点坐标	准线方程	顶点坐标

补充例题

例 1 判断下列抛物线方程是否为标准方程, 如果不是, 则求出其标准方程并写出焦点坐标、准线方程。

$$(1) y = -2x^2 \quad (2) y = \frac{1}{4}x^2$$

$$(3) y^2 + 2x = 0 \quad (4) y^2 + x - 1 = 0$$

解

(1) 不是标准方程。其标准方程为 $x^2 = -\frac{1}{2}y$, 焦点坐标为 $(0, -\frac{1}{8})$, 准线方程为 $y = \frac{1}{8}$ 。

(2) 不是标准方程。其标准方程为 $x^2 = 4y$, 焦点坐标为 $(0, 1)$, 准线方程为 $y = -1$ 。

(3) 不是标准方程。其标准方程为 $y^2 = -2x$, 焦点坐标为 $(-\frac{1}{2}, 0)$, 准线方程为 $x = \frac{1}{2}$ 。

(4) 不是标准方程, 且无法写成标准方程。

例 2 把下列方程化为标准方程并求焦点坐标和准线方程。

$$(1) x^2 + 4y = 0 \quad (2) x^2 - y = 0 \quad (3) x + y^2 = -\frac{1}{4}x$$

解

(1) 因为 $x^2 + 4y = 0$, 所以 $x^2 = -4y$ 。

又由于 $2p = 4$, 所以 $p = 2$, 则 $\frac{p}{2} = 1$ 。

故所求抛物线的标准方程为 $x^2 = -4y$, 焦点坐标为 $(0, -1)$, 准线方程为 $y = 1$ 。

(2) 因为 $x^2 - y = 0$, 所以 $x^2 = y$ 。

又由于 $2p = 1$, 所以 $p = \frac{1}{2}$, 则 $\frac{p}{2} = \frac{1}{4}$ 。

故所求抛物线的标准方程为 $x^2 = y$, 焦点坐标为 $(0, \frac{1}{4})$, 准线方程为 $y = -\frac{1}{4}$ 。

(3) 因为 $x + y^2 = -\frac{1}{4}x$, 所以 $y^2 = -\frac{5}{4}x$ 。

又由于 $2p = \frac{5}{4}$, 所以 $p = \frac{5}{8}$, 则 $\frac{p}{2} = \frac{5}{16}$ 。

故所求抛物线的标准方程为 $y^2 = -\frac{5}{4}x$, 焦点坐标为 $(-\frac{5}{16}, 0)$, 准线方程为 $x = \frac{5}{16}$ 。

例 1、例 2 是通过将非标准方程化简求出标准方程的过程, 达到使学生熟记抛物线标准方程, 以及焦点坐标、准线方程的目的。例 3 是培养学生从实际出发建立数学方程的能力。

例 3 一条隧道顶部的纵截面是抛物拱形, 拱高为 1.1 m, 跨度为 2.2 m, 求拱形的抛物线方程。

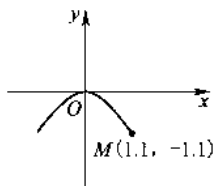
解 建立如下图所示的直角坐标系, 则拱形的抛物线方程形如

$$x^2 = -2py$$

其中 p 待定, 由于跨度为 2.2 m, 因此 $x \in [-1.1, 1.1]$ 。由于拱高为 1.1 m, 因此抛物线经过点 $M(1.1, -1.1)$, 于是有

$$1.1^2 = -2p(-1.1)$$

解得 $2p = 1.1$, 所以拱形的抛物线方



程为

$$x^2 = -1.1y \quad x \in [-1.1, 1.1]$$

例 4 画出下列曲线的草图。

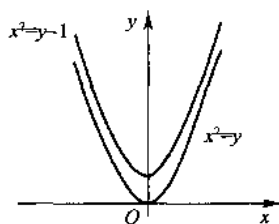
(1) $y^2 = 2x$ (2) $y^2 = -4x$

(3) $x^2 = y$ (4) $x^2 = y - 1$

解 (1) ~ (3) 略。

(4) 由 $x^2 = y - 1$ 列表如下：

x	-2	-1	0	1	2
y	5	2	1	2	5



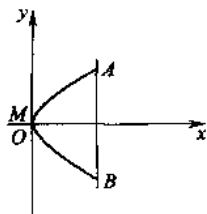
注： $x^2 = y - 1$ 的图形可将 $x^2 = y$ 的图形沿 y 轴向上平移一个单位得到。

例 5 探照灯反射镜的轴截面是抛物线的一部分，灯泡处于该抛物线的焦点位置。已知灯口圆的直径为 60 cm，灯深 40 cm，求灯泡的位置。

分析：讲解此题以前可以先介绍教材第 8 页的知识扩展。当学生对探照灯应用抛物线性质有了初步认识后，才可以更好地理解本题的题意。

解 在探照灯的轴截面所在平面内建立如右图所示的直角坐标系，使反光镜的顶点 M （即抛物线的顶点）与原点 O 重合， x 轴垂直于灯口直径。

设抛物线的标准方程为 $y^2 = 2px$



($p>0$), 由已知条件可得点 A 的坐标为 $(40, 30)$, 代入方程得

$$30^2 = 2p \times 40$$

解得

$$p = \frac{45}{4}$$

所以, 所求抛物线的焦点坐标为 $(\frac{45}{8}, 0)$, 灯泡应装在焦点的位置上。

课后可布置实践题: 在夜晚观察汽车前大灯和城市高层建筑上的景观探照灯的照射效果, 体会抛物线的光学性质。

1.2 椭圆

1. 本节应通过列举生活中呈椭圆形的物体 (比如教材上介绍的椭圆形的茶几台面), 让学生先对椭圆有一个直观的印象。而鸡蛋、西瓜等的轴截面并非真正的椭圆, 应该让学生区分开。然后, 做教材导入部分的画图实验, 理解椭圆上各点的性质, 从而给出椭圆的定义及焦点、焦距等概念。

2. 由定义可知: 椭圆上的点到两焦点的距离之和等于定长 ($2a$); 反过来, 到两定点距离之和等于定长 ($2a$) 的点就一定在椭圆上。根据三角形任意两边之和大于第三边的定理容易得出 $a>c$ (因为 $|PF_1| + |PF_2| > |F_1F_2|$, 所以 $2a>2c$, 即 $a>c$)。

3. 有了椭圆的定义之后, 为了研究椭圆的性质, 必须选择合适的直角坐标系, 建立椭圆的标准方程。化简

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} + \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 2a$$

时应强调先移项再平方, 而后再进行其他化简计算。

4. 在引入参数 b 时, 要讲清为什么可以令 $a^2 - c^2 = b^2$ (因为 $a>c>0$, 所以 $a^2>c^2>0$, 即 $a^2 - c^2>0$, 所以可有 $a^2 - c^2 = b^2$)。引入 b 不仅使方程变得简单整齐, b 还有明确的几何意义, 即椭圆的短半轴长。参数 a 、 b 、 c 三者的关系式为: $a^2 - c^2 = b^2$,

要求学生必须记忆。

5. 标准方程 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 表示的椭圆焦点在 x 轴上, 注意条件 $a > b > 0$, 这是判断焦点在 x 轴的依据。如果 $b > a > 0$, 则焦点就在 y 轴上了。

6. 当 $a = b$ 时, 椭圆的标准方程变成 $x^2 + y^2 = a^2$, 即圆心在原点, 半径为 a 的一个圆 (若 $a = 0$, 则为原点), 因此, 圆可以看做是特殊的椭圆。

7. 建立了椭圆的标准方程 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 后, 再回到定义, 可用以下两类题目来加深学生对定义的理解: 一类是已知焦点坐标和动点到两焦点距离之和的大小, 求动点的轨迹; 另一类是已知椭圆的标准方程和椭圆上的点到一个焦点的距离, 求它到另一个焦点的距离。这两类题目与定义都有直接的联系。

8. 教材第 11 页关于椭圆几何性质的表格很清楚地标明了椭圆的范围, 对称性, 顶点, 长、短轴, 并给出了等式: $|B_1F_1| = |B_1F_2| = |B_2F_1| = |B_2F_2| = a$, 此式可根据勾股定理得出。

9. 教材第 12 页例题解析中的例 1 的画图充分利用了椭圆的性质 (范围、对称性、顶点), 特别是对称性。用描点法画出第一象限及边界的那部分, 其他部分的图形利用对称性来完成。从图形中也可看到此方程表示的椭圆与日常生活中见到的椭圆是一样的。

学生作图时有几种常见错误应注意避免: 如上下不对称或左右不对称; 长轴的两个顶点处画得比较尖; 同一坐标轴的单位不统一, 曲线不光滑; 图形圆扁程度与 a 、 b 不一致等。

10. 由已知条件求椭圆方程是本节的一个重点内容, 要求学生要熟练掌握。求椭圆的方程无非是确定参数 a 、 b 的值。要注意运用椭圆的长半轴长 a , 短半轴长 b , 半焦距 c 之间的关系和

椭圆上点的坐标满足方程等条件。

以上两部分，即椭圆的定义及标准方程和椭圆的性质可作 2 课时讲解。若内容太多，教材第 13 页例题解析中的例 3 可放在下一课时讲。

11. 中心在原点，焦点在 y 轴上的椭圆的标准方程在推导时，只需调换 x 、 y 位置，关系式 $a^2 + b^2 = c^2$ 不变，这也给出了判断焦点是在 x 轴上还是在 y 轴上的方法：只需比较 x^2 、 y^2 系数的倒数大小，大的即为焦点所在轴。这是本节教材例题的解题思路。

12. 本节的课堂练习比较简单，可安排两名同学上讲台来做。对于作图题要注意更正学生易犯的错误，如：坐标轴不标 O 、 x 、 y ；长度单位不统一；曲线不光滑等。

13. 这一节的重点就是椭圆的定义及标准方程、顶点和焦点的坐标、椭圆画图，因此教师可连续写出以下方程让学生判断其是否是椭圆，以便帮助学生判断和记忆：

$$(1) 4x^2 + y^2 = 1 \quad (2) x^2 + 2y^2 = 2$$

$$(3) 2x^2 + 2y^2 = 1 \quad (4) x^2 + y^2 = 0$$

$$(5) x^2 - 2y = 1 \quad (6) x^2 - y^2 = 1$$

解得

(1) 是焦点在 y 轴的椭圆；

(2) 是焦点在 x 轴的椭圆；

(3) 是圆；

(4) 是原点；

(5) (6) 不是椭圆，分别是抛物线和双曲线。学生只要指出方程 (5) (6) 不是椭圆即可。对于双曲线，学生虽未学到但可为下一节的学习埋下伏笔。

14. 教师可用比较法来作为椭圆小结，可参考下列表格让学生填画：