

2007 年 高考

仿真卷

GAOKAO FANGZHENJUAN

高考专家 最新仿真
名牌学校 联手打造

文科数学

 安徽教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

高考仿真卷. 文科数学 / 命题研讨小组编写. —合肥: 安徽教育出版社, 2005. 4

ISBN 978-7-5336-4321-8

I. 高... II. 命... III. 数学课—高中—习题—升学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第026809号

责任编辑: 张长举

封面设计: 吴亢宗

出版发行: 安徽教育出版社(合肥市回龙桥路1号)

网 址: <http://www.ahep.com.cn>

经 销: 新华书店

排 版: 安徽飞腾彩色制版有限责任公司

印 刷: 合肥华星印务有限公司

开 本: 787×1092 1/8

印 张: 4

字 数: 96 000

版 次: 2007年3月第3版 2007年3月第1次印刷

定 价: 5.40元

发现印装质量问题, 影响阅读, 请与我社发行部联系调换

电 话: (0551)2822632

邮 编: 230063

写给 2007 年高考考生的话

合肥六中 侯曙明

一、考纲变化

1. 知识要求的变化:“(1)了解:要求对所列知识的含义有初步的、感性的认识……”在“含义”后增加“及其相关背景”。

2. 能力要求的变化:“(2)运算能力:会根据法则、公式进行正确运算、变形和数据处理,能根据问题的条件,寻找与设计合理的、简洁的运算途径。”在“条件”后增加“和目标”;在“实施运算过程中遇到障碍而调整运算的能力”后增加“以及实施运算和计算的技能”。

3. 考试内容总体保持稳定,局部要求有所降低。①三角函数中的原“理解任意角的概念、弧度的意义,能正确地进行弧度与角度的换算”改为“了解”;原“掌握任意角的正弦、余弦、正切的定义”改为“理解”;②直线、平面、简单几何体中原“掌握平面的基本性质”改为“理解”。

二、形势预测

1. 试卷整体难度较 2006 年可能会略有提高,对考生综合能力的要求会提高,但试题入门“门槛”不会提高。

2. 突出能力立意,重视数学思想方法的考查,命题不过分强调知识的覆盖面,突出高中数学重点内容和主干知识的考查,为函数、数列、三角函数、平面向量、不等式、圆锥曲线、立体几何、概率、导数等,注重考查通性通法,淡化特殊技巧。试题中信息迁移型、探究型、开放型等新颖题型的比重有可能会增加。

3. 加大新增知识考查力度,逐步由显性应用向隐性应用转变,如导数在函数单调性、函数最值、曲线的切线、不等式证明等方面的应用;向量在立体几何、解析几何中的应用。体现新增内容的工具性、交汇性、传播性和应用性。

三、备考建议

数学高考命题的规律是可以把握的,是可以遵循的,那就是课本题、高考真题、有高等数学背景的问题等。命题的重点是不会变化的,那就是强化主干知识,寻找知识交汇。命题原则是不会改变的,那就是深化能力立意,着力考查知识的理解和应用。

为了提高复习的有效性,笔者建议:

1. 夯实基础、重视课本。在复习过程中要回到课本,以纲(考试大纲)为纲,以本(课本)为本,切忌眼高手低。重视数学基础知识,就是要理清知识结构,构建知识网络,并在此基础上,注意各部分知识在各自发展过程中的纵向联系,以及各部分知识之间的横向联系。例如数列、一次函数、直线等几个概念都可以用函数(特殊的对应)的概念来统一。等差数列可视为特殊的函数,则在等差数列 $\{a_n\}$ 中,已知两项 a_n, a_m , 可化为已知图象上两点 $(n, a_n), (m, a_m)$, 求出差即为直线的斜率 $k = \frac{a_m - a_n}{m - n}$, 这将抓住了主干知识的支撑作用,知识脉络更加清晰,从而夯实基础,以不变应万变。

2. 勤于反思、关于总结。老师讲题,学生做题是高三数学复习的“主旋律”,但我们不可为做题而做题,而要“借题发挥”,借助题目复习有关的数学知识和解题方法。我们不仅仅满足于求出问题的答案,而更应该注意解题的反思。通过反思,体现数学思想,积累解题经验。一思知识提取是否熟练:本题涉及哪些重要的知识? 题目特殊在哪里? 二思方法是否熟练:用到哪些思想方法、解题思路? 为什么要用这种方法? 解题的关键是什么? 突破口在何处? 能否推广? 方法是否具有—般性? 三思存在的弱点:为什么没有做出? 自己存在哪些错误,为什么会出现这样的错误? 例如:过椭圆 $x^2 + 2y^2 = 2$ 的右焦点 F 作弦 AB , 求 $\triangle AOB$ 面积的最大值。本题从假设直线 AB 的方程切入,直线 AB 的方程如果假设为 $y = k(x - 1)$, 会有什么问题? 如果假设为 $x = my + 1$ 呢? 方程组 $\begin{cases} x^2 + 2y^2 = 2, \\ x = my + 1 \end{cases}$ 中消去 x 还是 y 较好? 怎样表示 $\triangle AOB$ 的面积? 如何求 $\triangle AOB$ 面积的最大值? 问题的结论给我们什么启示? 这是一道基本题,但在解决的过程中蕴藏着非常重要的思维策略,代表着解析

几何中的一类问题的解法,通过反思总结,培养直觉猜想、归纳抽象、演绎证明、运算求解等理性思维能力,每题必思,终有收获。

3. 以错纠错、查漏补缺。这里说的“错”,是指把平时作业中的错误收集起来。高三复习各类试题要做几十套,有人把试卷看成是一张一张的网,每次考试相当于在捕鱼,如果发现有鱼从鱼网中漏掉,就要及时修好鱼网,下次捕鱼时才不至于有鱼再从这个洞里漏掉。学习知识也是这样,有的同学做题只重数量不重质量,做过之后不问对错就放到一边,这是很不科学的。做题的目的是培养能力,是寻找自己的弱点和不足的有效途径。俗话说“吃一堑,长一智”,多数有用的经验都是从错误中总结出来的,因此,发现了错误及时改正,并总结经验以免再犯,时间长了就知道做题的时候有哪些方面应引起注意,出错的机会就大大减少了。平时把错题做上标记,在旁边写上评析,然后把试卷保存好,每过一段时间,就把“错题笔记”或标记错题的试卷拿出来看一看,在看参考书时,也可把精彩之处做上标记,以后再看时就会有所侧重。查漏补缺的过程就是反思的过程。

4. 以考学考、提高技能。考试是一门学问,高考要想取得好成绩,不仅取决于扎实的基础知识、熟练的基本技能和过硬的解题能力,而且也取决于临场的发挥。我们要把平常的考试看成积累考试经验的重要途径,把平时考试当作高考,从心理调节、时间分配、节奏的掌握,以及整个考试的运筹诸方面不断调试,逐步适应。一般来说,考试时首先要调整好心态,不能让试题的难度、熟悉程度影响自己的情绪,力争让会做的题不扣分,不会做的题尽量多得分;其次,认真读题、细心审题、仔细算题、规范答题。平时做题应做到:想明白、说清楚、算准确,即注意思路的清晰性、思维的严密性、叙述的条理性、结果的准确性。当然应试的策略因人而异,基础较好的同学做选择、填空题可以控制在45分钟左右,基础较差的可能需要1小时甚至更多的时间,主要是看怎样处理效果最好。每次考完后,自己都应对照老师的讲评认真总结答题中的错误,分析归纳哪些属于知识上的原因,哪些属于心理上的原因,哪些属于策略上的原因,针对存在的问题调整复习策略,使复习更有重点,有针对性。

把握高考数学命题规律,紧扣数学课本,把知识学活,从中提炼和掌握解答数学高考试题的基本解法,加强应试技能的训练,你的数学高考必将考出自己满意的分数。

普通高等学校招生统一考试仿真卷

文科数学(一)

班级 _____ 姓名 _____ 得分 _____

本套试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分 全套试卷满分 150 分,考试时间 120 分钟.

第Ⅰ卷(选择题 共 60 分)

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 已知集合 $U = \{x \in \mathbf{N} \mid 1 < x < 4\}$, 集合 $A = \{x \in \mathbf{R} \mid x^2 + 4 = 4x\}$, 则 $\complement_U A$ 等于().

- A. $\{3\}$ B. $\{2, 3\}$ C. $\{2\}$ D. $\{-3\}$

2. “ $x^2 > 4$ ”是“ $x^3 < -8$ ”的().

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

3. 若平面四边形 $ABCD$ 满足 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \mathbf{0}$, $(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}) \cdot \overrightarrow{AC} = 0$, 则该四边形一定是().

- A. 直角梯形 B. 矩形 C. 菱形 D. 正方形

4. 函数 $f(x) = \frac{3x^2}{\sqrt{3x+1}} \cdot 2^{\lg(1-x)}$ 的定义域是().

- A. $(-\frac{1}{3}, +\infty)$ B. $(-\frac{1}{3}, 1)$
C. $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$ D. $(-\infty, -\frac{1}{3})$

5. 已知数列 $\{a_n\}$, 其首项 $a_1 = -1$, 前 n 项和为 S_n , 若 $\overrightarrow{OB} = a_{n+1} \overrightarrow{OA} + a_n \overrightarrow{OC}$, 且 A, B, C 三点共线(该直线不过原点 O), 则 $S_{20} =$ ().

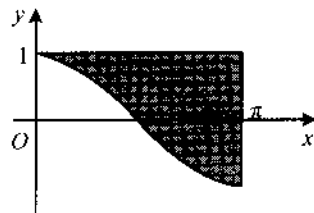
- A. 170 B. 101 C. 200 D. 210

6. 在一个锥体中, 作平行于底面的截面, 若这个截面面积与底面面积之比为 $1:3$, 则该锥体被截面所分成的两部分的体积之比为().

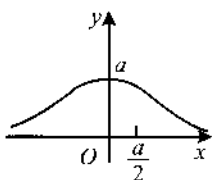
- A. $1:\sqrt{3}$ B. $1:9$ C. $1:3\sqrt{3}$ D. $1:(3\sqrt{3}-1)$

7. 由函数 $y = \cos x (0 \leq x \leq \pi)$ 的图象与直线 $x = \pi$ 及 $y = 1$ 的图象所围成的封闭图形的面积是().

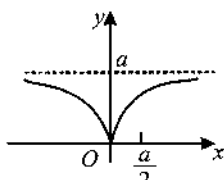
- A. 1 B. π
C. 2 D. 2π



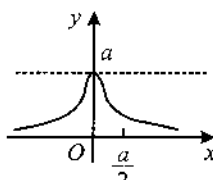
8. 在平面直角坐标系中, 函数 $y = \frac{a^x}{x^2 + a^2} (a > 0 \text{ 且为常数})$ 所表示的曲线叫箕舌线, 则箕舌线可能是下列图形中的().



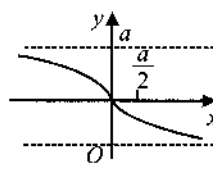
A



B



C



D

9. 已知 l, m 表示直线, α, β, γ 表示平面, 下列条件中能推出结论的正确组合是().

条件: ① $l \perp m, l \perp \alpha, m \perp \beta$; ② $\alpha \parallel \beta, \beta \parallel \gamma$; ③ $l \perp \alpha, \alpha \parallel \beta$; ④ $l \perp \alpha, m \perp \alpha$.

结论: a: $l \perp \beta$; b: $\alpha \perp \beta$; c: $l \parallel m$; d: $\alpha \parallel \gamma$.

A. ① $\Rightarrow$ a, ② $\Rightarrow$ b, ③ $\Rightarrow$ c, ④ $\Rightarrow$ d

B. ① $\Rightarrow$ b, ② $\Rightarrow$ d, ③ $\Rightarrow$ a, ④ $\Rightarrow$ c

C. ① $\Rightarrow$ c, ② $\Rightarrow$ d, ③ $\Rightarrow$ a, ④ $\Rightarrow$ b

D. ① $\Rightarrow$ d, ② $\Rightarrow$ b, ③ $\Rightarrow$ a, ④ $\Rightarrow$ c

10. 已知数列 $\{a_n\}$ 为等比数列, $a_1=1, q=2$, 又第 m 项至第 n 项的和为 112 ($m < n$), 则 $m+n$ 的值为().

A. 11

B. 12

C. 13

D. 14

11. 以正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 的任意三个顶点为顶点作三角形, 从中随机取出两个三角形, 则这两个三角形共面的概率为().

A. $\frac{367}{385}$

B. $\frac{376}{385}$

C. $\frac{192}{385}$

D. $\frac{18}{385}$

12. 已知椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 上有 n 个不同的点 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$, 设其右焦点为 F , 数列 $\{|P_n F|\}$

是公差不小于 $\frac{1}{1003}$ 的等差数列, 则 n 的最大值为().

A. 2006

B. 2007

C. 2008

D. 1004

第 II 卷(非选择题 共 90 分)

二、填空题(本大题共 4 个小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

13. 一个田径队, 有男运动员 56 人, 女运动员 42 人, 比赛后, 立即用分层抽样的方法, 从全体队员中抽出一个容量为 28 的样本进行尿样兴奋剂检查, 其中男运动员应抽_____人.

14. 函数 $f(x) = ax^3 - bx^2 + cx - d$ 的部分对应值如下:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
y	-80	-24	0	4	0	0	16	60	144	296

则函数 $y = \lg f(x)$ 的定义域为_____.

15. 设 $\{a_n\}$ 为等差数列, 从 $\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}\}$ 中任取 4 个不同的数, 使这 4 个数仍成等差数列, 则这样的等差数列最多有_____个.

16. 定义点 $P(x_0, y_0)$ 到直线 $l: ax + by - c = 0$ ($a^2 + b^2 \neq 0$) 的有向距离为: $d = \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$. 已

知点 P_1, P_2 到直线 l 的有向距离分别是 d_1, d_2 , 有以下命题:

①若 $d_1 - d_2 = 0$, 则直线 $P_1 P_2$ 与直线 l 平行; ②若 $d_1 + d_2 = 0$, 则直线 $P_1 P_2$ 与直线 l 平行;
③若 $d_1 + d_2 = 0$, 则直线 $P_1 P_2$ 与直线 l 垂直; ④若 $d_1 d_2 < 0$, 则直线 $P_1 P_2$ 与直线 l 相交.

以上结论正确的是_____. (要求填上正确结论的序号)

三、解答题(本大题共 6 小题,共 74 分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 12 分)已知函数 $f(x) = -\cos x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

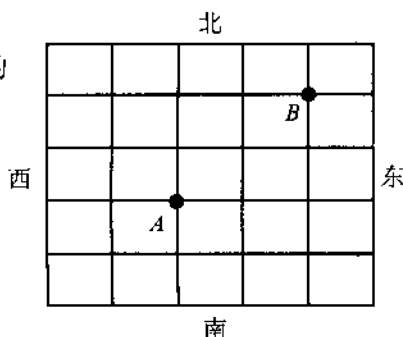
(I) 若 $x \in \mathbf{R}$, 求函数 $f(x)$ 的最大值与最小值;

(II) 若 $x \in \left(0, \frac{\pi}{4}\right)$, 且 $\sin 2x = \frac{1}{3}$, 求 $f(x)$ 的值.

18. (本小题满分 12 分)下图所示是一个方格迷宫,甲、乙两人分别位于迷宫的 A、B 两处,他们现以每分钟一格的速度同时出发,在每个路口只能向东、西、南、北四个方向之一行走. 设甲向东、向西行走的概率均为 $\frac{1}{4}$, 向南、向北行走的概率分别为 $\frac{1}{3}$ 和 p , 乙向东、南、西、北四个方向行走的概率均为 q .

(I) 求 p 和 q 的值;

(II) 至少经过 t 分钟,甲、乙两人能首次相遇,试确定 t 的值,并求 t 分钟时甲、乙两人相遇的概率.

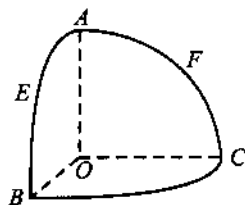


19. (本小题满分 12 分)已知函数 $f(x) = (x+1)^n$ ($n \in \mathbf{N}$), 且当 $x = \sqrt{2}$ 时, $f(x)$ 的值为 $17 + 12\sqrt{2}$; $g(x) = (x+a)^m$ ($a \neq 1, a \in \mathbf{R}$), 定义 $F(x) = C_{2m-1}^{2n-1} f(x) - C_{2m+1}^{2n+1} g(x)$.

(I) 当 $a = -1$ 时, 求 $F(x)$ 的表达式;

(II) 当 $x \in [0, 1]$ 时, $F(x)$ 的最大值为 -65 , 求 a 的值.

20. (本小题满分 12 分) 如图所示, O 是半径为 1 的球的球心, 点 A, B, C 在球面上, OA, OB, OC 两两垂直, E, F 分别是圆弧 AB 与 AC 的中点.
- (I) 求点 E, F 在该球面上的球面距离;
- (II) 求平面 OEF 与平面 OBC 所成的锐二面角(用反三角函数表示)的大小.



21. (本小题满分 12 分) 在 $m(m \geq 2)$ 个不同数的排列 $P_1 P_2 \cdots P_m$ 中, 当 $1 \leq i < j \leq m$ 时, 若 $P_i > P_j$ (即前面某数大于后面某数), 则称 P_i 与 P_j 构成一个逆序. 一个排列的全部逆序的总数称为该排列的逆序数. 记排列 $(n+1)n(n-1)\cdots 321$ 的逆序数为 a_n , 例如排列 21 的逆序数 $a_1=1$, 排列 321 的逆序数 $a_2=3$, 排列 4321 的逆序数 $a_3=6$.
- (I) 求 a_4, a_5 , 并写出 a_n 的表达式;
- (II) 令 $b_n = \frac{a_n}{a_{n+1}} + \frac{a_{n+1}}{a_n}$, 证明: $2n < b_1 + b_2 + \cdots + b_n < 2n+3, n \in \mathbb{N}^+$.

22. (本小题满分 14 分) 已知点 H 的坐标为 $(-3, 0)$, 点 P 在 y 轴上, 点 Q 在 x 轴的正半轴上, 点 M 在直线 PQ 上, 且满足 $\overrightarrow{HP} \cdot \overrightarrow{PM} = 0, \overrightarrow{PM} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{MQ}$.
- (I) 当点 P 在 y 轴上移动时, 求点 M 的轨迹 G ;
- (II) 过点 $T(-1, 0)$ 作直线 l 与轨迹 G 交于 A, B 两点, 若在 x 轴上存在一点 $E(x_0, 0)$, 使得 $\triangle ABE$ 是等边三角形, 求 x_0 的值.

普通高等学校招生统一考试仿真卷

文科数学(二)

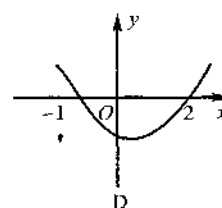
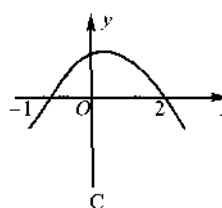
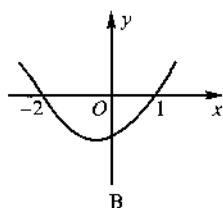
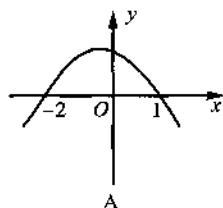
班级_____ 姓名_____ 得分_____

本套试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,全套试卷满分150分,考试时间120分钟.

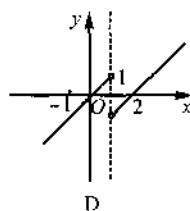
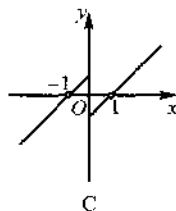
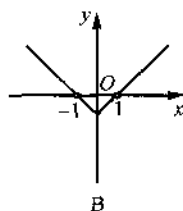
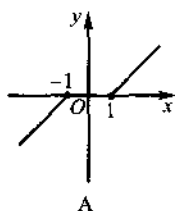
第Ⅰ卷(选择题 共60分)

一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

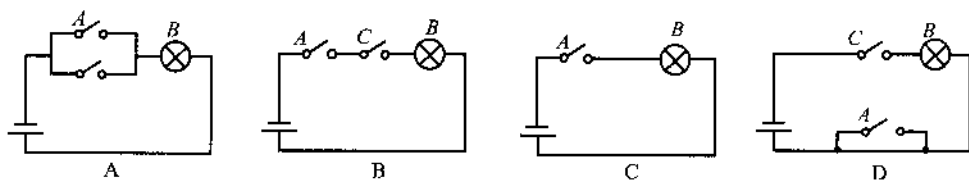
1. 已知全集 $U=\mathbf{R}$, 且集合 $A=\{x||x-1|>2\}$, $B=\{x|x^2-6x+8<0\}$, 则 $(\complement_U A)\cap B$ 等于 ().
 A. $[-1,4)$ B. $(2,3)$ C. $(2,3]$ D. $(-1,4)$
2. 不等式 $ax^2-x+c>0$ 的解集为 $\{x|-2<x<1\}$, 则函数 $y=ax^2+x+c$ 的图象大致为 ().



3. 已知奇函数 $y=f(x)$ ($x\neq 0$), 当 $x\in(0,+\infty)$ 时, $f(x)=x-1$, 则函数 $f(x-1)$ 的图象为 ().



4. 若 $f(\sin x)=3-\cos 2x$, 则 $f(\cos x)=$ ().
 A. $3-\cos 2x$ B. $3-\sin 2x$ C. $3-\cos 2x$ D. $3+\sin 2x$
5. 正三棱锥 $P-ABC$ 的侧棱长为1, 底面边长为 $\sqrt{2}$, 它的四个顶点在同一个球 O 的球面上, 则球 O 的体积为 ().
 A. $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi$ B. $\sqrt{3}\pi$ C. $\frac{\sqrt{6}}{6}\pi$ D. $\sqrt{6}\pi$
6. 在下列电路图中, 表示开关 A 闭合时灯泡 B 亮的必要但不充分条件的是 ().



7. 已知一盒子中有散落的围棋棋子 10 粒, 其中 7 粒黑子, 3 粒白子, 从中任意取出 2 粒, 若 ξ 表示取得白子的个数, 则 $E\xi$ 等于().

- A. 1 B. $\frac{8}{15}$ C. $\frac{14}{15}$ D. $\frac{3}{5}$

8. 设 $a_n = \frac{\sin 1}{2} + \frac{\sin 2}{2^2} + \dots + \frac{\sin n}{2^n}$, 则对任意正整数 $m, n (m > n)$ 都成立的不等式是().

- A. $|a_n - a_m| > \frac{m \cdot n}{2}$ B. $|a_n - a_m| > \frac{m-n}{2}$
C. $|a_n - a_m| < \frac{1}{2^n}$ D. $|a_n - a_m| > \frac{1}{2^n}$

9. 已知函数 $y = x^3 - 3x$, 则它的单调增区间是().

- A. $(-\infty, 0)$ B. $(0, +\infty)$
C. $(-1, 1)$ D. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

10. 已知双曲线 $C_1: \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的左准线为 l , 左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 抛物线 C_2 的准线为 l , 焦点是 F_2 , 若 C_1 与 C_2 的一个交点为 P , 则 $|PF_2|$ 的值等于().

- A. 40 B. 32 C. 8 D. 4

11. 设变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} y \leq x, \\ x + y \geq 2, \\ y \geq 3x - 6, \end{cases}$ 则目标函数 $z = 2x + y$ 的最小值为().

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 9

12. 已知当 $x \in \mathbf{R}$ 时, 不等式 $a + \cos 2x < 5 - 4 \sin x + \sqrt{5a - 4}$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围为().

- A. $[\frac{1}{2}, 5)$ B. $[\frac{3}{4}, 2)$ C. $[\frac{4}{5}, 8)$ D. $(\frac{1}{2}, 5)$

第 II 卷(非选择题 共 90 分)

二、填空题(本大题共 4 个小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

13. 在 $(x - \frac{2}{x})^{11}$ 的展开式中, x^7 的系数为_____.

14. $\triangle ABC$ 的两条边上的高的交点为 H , 外接圆的圆心为 O , $\overrightarrow{OH} = m(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})$, 则实数 $m =$ _____.

15. 曲线 $y = x^4 - 3x^2 + 1$ 在点 $(1, -1)$ 处的切线方程为_____.

16. 关于直线 m, n 与平面 α, β , 有下列四个命题:

- ① $m \parallel \alpha, n \parallel \beta$ 且 $\alpha \parallel \beta$, 则 $m \parallel n$;

② $m \perp \alpha, n \perp \beta$ 且 $\alpha \perp \beta$, 则 $m \perp n$;

③ $m \perp \alpha, n // \beta$ 且 $\alpha // \beta$, 则 $m \perp n$;

④ $m // \alpha, n \perp \beta$ 且 $\alpha \perp \beta$, 则 $m // n$.

其中真命题的序号是_____.

三、解答题(本大题共 6 小题,共 74 分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 12 分) 设 $f(x) = a \sin \omega x + b \cos \omega x (\omega > 0)$ 的周期 $T = \pi$, 最大值 $f\left(\frac{\pi}{12}\right) = 4$.

(I) 求 ω, a, b 的值;

(II) 若 α, β 为方程 $f(x) = 0$ 的两根, α, β 终边不共线, 求 $\tan(\alpha + \beta)$ 的值.

18. (本小题满分 12 分) 已知甲盒中有 3 个正品元件和 4 个次品元件, 乙盒中有 5 个正品元件和 4 个次品元件, 现从这两个盒子中各取出 2 个元件.

(I) 求取得的 4 个元件中至少有 1 个次品的概率;

(II) 求取得正品元件个数 ξ 的分布列及数学期望.

19. (本小题满分 12 分) 在 $\triangle OAB$ 中, $\overrightarrow{OC} = \frac{1}{4}\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$, AD 与 BC 交于点 M , 设 $\overrightarrow{OA} = \mathbf{a}, \overrightarrow{OB} = \mathbf{b}$.

(I) 用 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 表示 $\overrightarrow{OM}$;

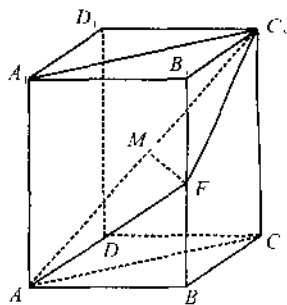
(II) 在线段 AC 上取一点 E , 在线段 BD 上取一点 F , 使 EF 经过 M 点, 设 $\overrightarrow{OE} = p\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OF} = q\overrightarrow{OB}$, 求证: $\frac{1}{7p} + \frac{3}{7q} = 1$.

20. (本小题满分 12 分) 如图所示, 已知直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面是菱形, 且 $\angle DAB = 60^\circ$, $AD = AA_1$, F 为棱 BB_1 的中点, M 为线段 AC_1 的中点.

(I) 求证: 直线 $MF \parallel$ 平面 $ABCD$;

(II) 求证: 平面 $AFC_1 \perp$ 平面 ACC_1A_1 ;

(III) 求平面 AFC_1 与平面 $ABCD$ 所成二面角的大小.



21. (本小题满分 12 分) 已知椭圆 E 的中心为原点 O , 焦点在 x 轴上, 其离心率 $e = \sqrt{\frac{2}{3}}$, 设过

点 $C(-1, 0)$ 的直线 l 与椭圆 E 相交于 A, B 两点, 且 C 分有向线段 $\overrightarrow{AB}$ 的比为 2.

(I) 用直线 l 的斜率 k ($k \neq 0$) 表示 $\triangle OAB$ 的面积;

(II) 当 $\triangle OAB$ 的面积最大时, 求椭圆 E 的方程.

22. (本小题满分 14 分) 设函数 $f(x) = \frac{bx+c}{x+1}$ 的图象经过原点, 且关于点 $(-1, 1)$ 成中心对称.

(I) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(II) 若数列 $\{a_n\}$ ($n \in \mathbb{N}^*$) 满足 $a_n > 0$, $a_1 = 1$, $a_{n+1} = [f(\sqrt{a_n})]^2$, 求 a_2, a_3, a_4 的值, 猜想数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 a_n , 并证明你的结论;

(III) 若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 判断 S_n 与 2 的大小关系, 并证明你的结论.

普通高等学校招生统一考试仿真卷

文科数学(三)

班级_____ 姓名_____ 得分_____

本套试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,全套试卷满分150分,考试时间120分钟.

第Ⅰ卷(选择题 共60分)

一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 若全集 $U = \{1, 2, 3, 4\}$, $M = \{1, 2\}$, $N = \{2, 3\}$, 则 $\complement_U(M \cup N) = (\quad)$.
A. $\{1, 2, 3\}$ B. $\{2\}$ C. $\{1, 3, 4\}$ D. $\{4\}$
2. 设锐角 θ 满足 $\tan\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = 3 - 2\sqrt{2}$, 则 $\cos\theta$ 的值是 $(\quad)$.
A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$
3. 下列四个命题中正确的是 $(\quad)$.
A. $a > b > 0 \Leftrightarrow a^n > b^n > 0 (n \in \mathbf{R})$ B. $a > b \Leftrightarrow \frac{a}{b} > 1$
C. $0 < a < b \Leftrightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b} > 0$ D. $2^a > 2^b \Leftrightarrow \log_2 a > \log_2 b$
4. 已知函数 $f(x) = 2^x$ 的反函数为 $f^{-1}(x)$, 若 $f^{-1}(a) + f^{-1}(b) = 4$, 则 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 的最小值是 $(\quad)$.
A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{4}$
5. 若函数 $f(x) = a|x - b| - 2 (b \neq 0)$ 在 $[-2, +\infty)$ 上为增函数, 则点 $A(a, b)$ 在 $(\quad)$.
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
6. 已知直线 $l_1: y - 2 = (k - 1)x$ 和直线 l_2 关于直线 $y = x + 1$ 对称, 那么直线 l_2 恒过定点 $(\quad)$.
A. $(2, 0)$ B. $(1, -1)$ C. $(1, 1)$ D. $(-2, 0)$
7. 经过点 $M(0, 2)$ 且和 x 轴相切的面积最小的圆的方程为 $(\quad)$.
A. $x^2 + (y - 1)^2 = 1$ B. $x^2 + (y + 1)^2 = 1$
C. $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ D. $(x + 1)^2 + y^2 = 1$
8. 已知点 P 是双曲线 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 上的点, 且点 P 到双曲线右准线的距离是 P 到两个焦点距离的等差中项, 则 P 点横坐标 x 为 $(\quad)$.
A. $-\frac{32}{5}$ B. $\frac{64}{5}$ C. $\frac{64}{5}$ D. $\frac{32}{5}$

9. 将函数 $f(x) = \tan\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + 1$ 的图象按向量 $\mathbf{a}$ 平移得到奇函数 $g(x)$, 要使 $|\mathbf{a}|$ 最小, 则 $\mathbf{a}$ 是().
- A. $\left(\frac{\pi}{6}, -1\right)$ B. $\left(-\frac{\pi}{6}, 1\right)$ C. $\left(\frac{\pi}{12}, 1\right)$ D. $\left(-\frac{\pi}{12}, -1\right)$
10. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2^{11}$, 公比 $q = \frac{1}{2}$, $A_n = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_n$, 则在数列 $\{A_n\}$ 中最大的项是().
- A. A_9 和 A_{10} B. A_{10} 和 A_{11} C. A_9 和 A_{12} D. A_{11} 和 A_{13}
11. 若半径为 R 的球与正三棱柱的各个面都相切, 则球与正三棱柱的体积比为().
- A. $\frac{4\sqrt{3}}{27}\pi$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{27}\pi$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$ D. $\frac{\sqrt{3}}{6}\pi$
12. 如果关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 7x - m \geq 0, \\ 6x - n < 0 \end{cases}$ 的整数解有且仅有 1, 2, 3, 那么适合这个不等式组的整数对 (m, n) 共有().
- A. 49 对 B. 42 对 C. 36 对 D. 13 对

第 II 卷(非选择题 共 90 分)

二、填空题(本大题共 4 个小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

13. 若 $\left(\sqrt[3]{a^2} + \frac{1}{a}\right)^n$ 的展开式中含 a^3 项, 则最小自然数 n 是_____.
14. 已知点 $P(x, y)$ 在线性区域 $\begin{cases} x \geq 0, \\ y \geq 0, \\ 3x - 4y \leq 12 \end{cases}$ 内, 则点 P 到点 $A(4, 3)$ 的最短距离为_____.
15. 已知两定点 $M(0, 3), N(0, -3)$, 若某曲线上存在点 P , 使 $|PM| - |PN| = 4$, 则称该曲线为“C 型曲线”, 给出下列曲线方程: ① $x^2 + y^2 = 2$; ② $y = x$; ③ $y^2 = 4x$; ④ $x^2 + \frac{y^2}{3} = 1$. 其中是“C 型曲线”的方程序号是_____.
16. 函数 $f(x) = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$ 在其定义域 $(0, +\infty)$ 上有性质 $f\left(\frac{1}{x}\right) = -f(x)$, 则写出在定义域 $(0, +\infty)$ 上也有上述性质的一个非对数函数为_____. (只需填上一个符合条件的函数解析式即可)
- 三、解答题(本大题共 6 小题, 共 74 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)
17. (本小题满分 12 分) 已知函数 $f(x) = \sqrt{3}\sin\omega x \cos\omega x - \cos^2\omega x (\omega > 0)$ 的周期为 $\frac{\pi}{2}$.
- (I) 求 ω 的值;
- (II) 设 $\triangle ABC$ 的三边 a, b, c 成等比数列, 且边 b 所对的角为 x , 求此时函数 $f(x)$ 的值域.

18. (本小题满分 12 分)某人射击一次命中目标的概率是 $\frac{1}{3}$, 共射击 6 次.

(I) 求此人在第 3 次射击时才首次命中目标的概率;

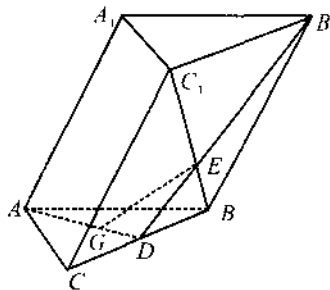
(II) 求此人 3 次命中目标, 且恰有 2 次连续命中的概率.

19. (本小题满分 12 分)如图所示, 在斜三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 底面是边长为 2 的等边三角形, G 为它的中心, 侧面 $ABB_1A_1 \perp$ 底面 ABC , 侧棱 $AA_1 = 2$, 且与底面成 60° 的角, AG 与 BC 交于 D 点, B_1D 与 BC_1 交于 E 点.

(I) 求证: $GE \parallel$ 侧面 ABB_1A_1 ;

(II) 求点 E 到侧面 ABB_1A_1 的距离;

(III) 求二面角 B_1-AD-B 的大小.



20. (本小题满分 12 分) 设 $\{a_n\}$ 是一个公差为零的等差数列, 它的前 10 项和 $S_{10} = 110$, 且 a_1, a_2, a_3 成等比数列.

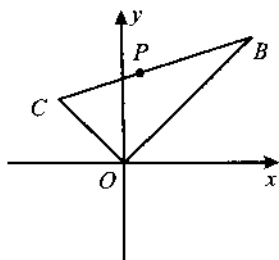
(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 设 $b_n = n \cdot 2^n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

21. (本小题满分 12 分) 如图所示, 有一双曲线过 $\triangle OBC$ 的边 BC 上一点 P , 且满足下列三个条件: ①以坐标轴为对称轴; ②以 OB 、 OC 所在直线为渐近线; ③其离心率为 2.

(I) 求 $\angle BOC$ 的大小;

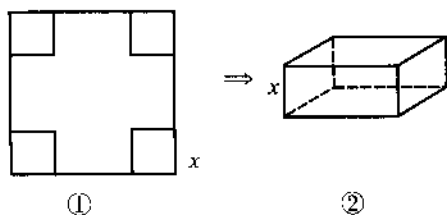
(II) 若 $\triangle OBC$ 的面积为 $\frac{9\sqrt{3}}{8}$, 且 $\overrightarrow{BP} = 2\overrightarrow{PC}$, 求双曲线的方程.



22. (本小题满分 14 分) 有一块边长为 4 的正方形钢板, 现对其进行切割, 再焊接成一个长方体形无盖容器(切、焊损耗忽略不计). 有人应用数学知识进行如下设计: 如图①所示, 在钢板的四个角处各切去一个小正方形, 剩余部分围成一个长方体, 该长方体的高为小正方形的边长, 如图②所示.

(I) 求出这种切割、焊接而成的长方体的最大容积 V_1 ;

(II) 由于上述设计存在缺陷(材料有所浪费), 请你重新设计切割、焊接方法, 使材料浪费减少, 而且所得长方体容器的容积 $V_2 > V_1$.



普通高等学校招生统一考试仿真卷

文科数学(四)

班级_____ 姓名_____ 得分_____

本套试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,全套试卷满分150分,考试时间120分钟.

第Ⅰ卷(选择题 共60分)

一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 如果把函数 $y = \cos\left(x + \frac{4\pi}{3}\right)$ 的图象向右平移 φ 个单位后所得图象关于 y 轴对称,那么 φ 的最小正值是().

A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{4\pi}{3}$

2. 在 $(1-x)^5 \cdot (1+x)^3$ 的展开式中, x^3 的系数为().

A. -6 B. 6 C. -9 D. 9

3. 已知直线 $y = x + 1$ 与抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 交于 A, B 两点,若 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} > 7$,则 p 的取值范围是().

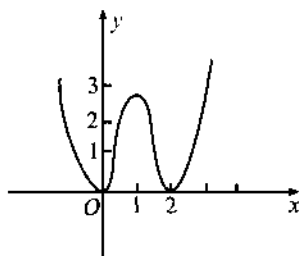
A. $(2, +\infty)$ B. $(3, +\infty)$ C. $(4, +\infty)$ D. $(5, +\infty)$

4. 已知 $|f'(x)|$ 的图象如右图所示,则 $f(x)$ 可能为().

A. $f(x) = -3x^2 - 6x + c$ B. $f(x) = x^3 - 3x^2 + c$
C. $f(x) = -x^3 - 3x^2 + c$ D. $f(x) = x^3 + 3x^2 + c$

5. 有红、黄、白三种颜色的花各两盆,相同颜色的花是相同的花,现把它们摆成一排,要求相邻摆放的花盆的花不同色,则不同的摆放方法有().

A. 24 种 B. 30 种
C. 36 种 D. 72 种



6. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$), 渐近线 $l_1: y = \frac{b}{a}x, l_2: y = -\frac{b}{a}x$, 过 C 的右焦点 F

作与 l_2 平行的直线 l , 与 C 交于 R , 与 l_1 交于 M , 若 $\overrightarrow{FR} = \frac{2}{3}\overrightarrow{FM}$, 则 C 的离心率 e 为().

A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $\sqrt{5}$

7. 如图, 长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, P 为上底面上的点, 已知 AP 与平面 $ABCD$ 、平面 ADD_1A_1 所成的角分别为 $\frac{\pi}{6}$ 和 $\frac{\pi}{4}$, 则 AP 与平面 ABB_1A_1 所成的角为().

