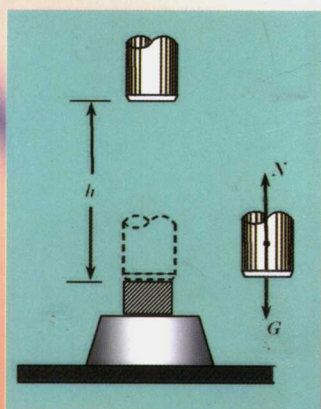
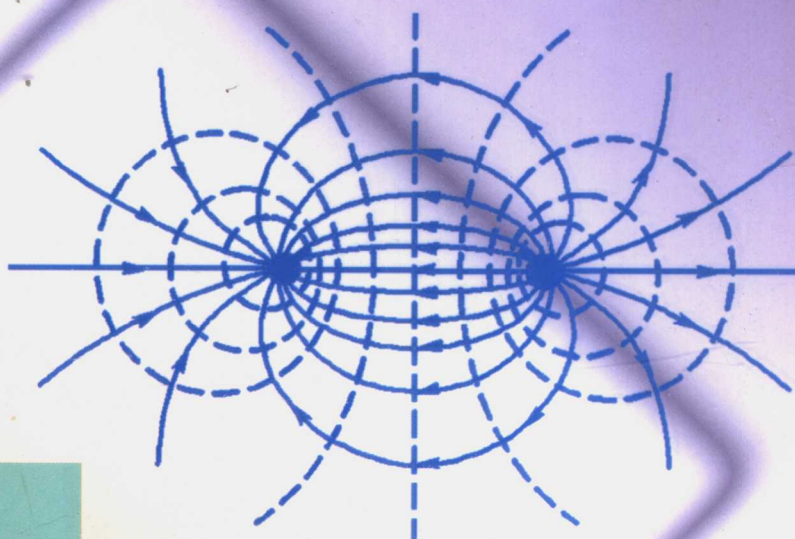


全国高等农林院校“十一五”规划教材
全国高等农林院校基础类课程教材

大学物理学

(第2版)

武秀荣 主编



中国林业出版社

全国高等农林院校“十一五”规划教材
全国高等农林院校基础类课程教材

大学物理学

(第2版)

武秀荣 主编

中国林业出版社

主 编 武秀荣
副主编 李耀维
编 者 (按姓氏笔画为序)
关 诚 李耀维 陈晓春 武秀荣
郑泽清 韩学孟 程文林 段智英

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学/武秀荣主编.—2版.—北京:中国林业出版社,2007.3
全国高等农林院校“十一五”规划 教材全国高等农林院校基础类课程教材
ISBN 978-7-5038-4757-8

I. 大… II. 武… III. 物理学—高等学校—教材 IV. 04

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 027969 号

出版 中国林业出版社(100009 北京西城区刘海胡同7号)
E-mail forestbook@163.com **电话** 010-66162880
网址 www.cfph.com.cn
发行 中国林业出版社
印刷 北京林业大学印刷厂
版次 2001年6月第1版(共印4次)
2007年3月第2版
印次 2007年3月第1次
开本 787mm×1092mm 1/16
印张 22.5
字数 560千字
印数 1~5000册
定价 29.00元

第2版前言

本教材是编者长期在农林院校讲授物理学的经验基础上编写而成的,这次修订主要增加了质点力学和近代物理部分;增加了和农业、生物科学相关的物理内容以及与实际联系的思考题、练习题,并对个别章节的内容进行了整合优化。该书符合人才培养目标及农林院校物理学教学的基本要求,较完整地表述了本课程应包含的知识。在编写过程中,力求做到内容新颖、结构严谨、取材适中、深度适宜。在阐述本学科的科学理论和概念时,力求做到文字规范、语言流畅、层次分明、条理清楚。书中图文配合恰当,图表清晰、准确,符号、计量单位符合国家标准。每章后的“本章摘要”有利于学生自学总结和查阅;“阅读材料”有利于开阔学生视野,激发学生学习的兴趣和创新能力的培养。

本教材由武秀荣教授担任主编,李耀维教授担任副主编。

绪论和第十一章及阅读材料 G、M 由程文林教授编写;第一、四章和第六章(部分)及阅读材料 A、B、O 由段智英讲师编写;第二、三、七、十二章及阅读材料 C、D、I、J、N 由武秀荣教授编写;第五章及阅读材料 F 由韩学孟副教授编写;第六章(部分)和第十章及阅读材料 E、H、L 由李耀维教授编写;第九章和阅读材料 K 及附录 I、II 由陈晓春副教授编写;第八章由郑泽清副教授编写;第十三章及阅读材料 P 由关诚副教授编写。

本教材可作为高等农林院校的农林、动科、食品、生物、工程等专业的教材,讲授学时 60~90 学时,亦可作为高等职业技术学院的物理教学用书或参考书。

本教材在编写过程中学习了兄弟院校的经验,借鉴、参阅了许多相关教材和文献的内容。在此,我们谨对这些教材和文献的作者、同仁们表示衷心地感谢。

由于编者水平有限,本书中的欠妥之处,敬请读者批评指正。

编 者

2006 年 12 月

第1版前言

本教材是根据编者多年在农林院校讲授普通物理学的经验编写而成的，可作为高等农林院校的农、林、牧、水产、食品加工等专业的教材，讲授 60 ~ 80 学时，亦可作为医学专业的教学参考书或作为农林科技人员培训进修用书。

为了适应 21 世纪注重对学生科学素质和创新能力培养的需要，本教材在编写过程中，既重视物理学理论的系统性、科学性、严谨性；又注意农林院校的特点，精选内容，力求做到加强基础、突出重点、结合专业、拓宽知识面。本教材的内容起点适当，较好地解决了与中学物理的衔接问题；加强了近代物理的内容，并对物理学新理论、新技术在农业、林业和生物科学中的应用作了适当的介绍。每章后均有“本章摘要”，便于学生自学。在教材中还编写了 10 篇阅读材料，以开拓学生的视野，了解近代物理学前沿的动态和一些著名物理学家的生平。教材中的物理量统一采用国际单位制，并采用了部分新审定的物理学名词。

本教材由程文林教授主编，由武秀荣副教授、关诚副教授、李耀维副教授副主编。

绪论，第十二章，阅读材料 D、H 由程文林教授编写；第一章，第七章，第八章，第十三章，阅读材料 A、B、C、E 由武秀荣副教授编写；第二章，第五章，第十四章，阅读材料 I、J 由关诚副教授编写；第三章，第六章，第十一章由李耀维副教授编写；第四章，阅读材料 G 由韩学孟副教授编写；第九章由郑泽清副教授编写；第十章，阅读材料 F，附录一、二由陈晓春副教授编写。李晓明同志绘制本书部分插图。

由于编者水平有限，本教材中的欠妥之处，恳请读者批评指正。

编 者

2000 年 12 月

目 录

第2版前言

第1版前言

绪 论 (1)

第一章 质点运动学 (3)

第一节 质点运动的描述 (3)

第二节 圆周运动 (6)

第三节 质点运动方程的积分求解 (9)

本章摘要 (11)

思考题 (12)

练习题 (13)

阅读材料 A 全球定位系统的原理及其应用 (13)

第二章 质点动力学 (16)

第一节 牛顿运动定律 (16)

第二节 动量守恒定律 (21)

第三节 机械能转化及守恒定律 (27)

第四节 惯性系与非惯性系 惯性力 (35)

本章摘要 (37)

思考题 (39)

练习题 (39)

阅读材料 B 牛顿生平简介 (41)

第三章 刚体的定轴转动 (43)

第一节 刚体运动学 (43)

第二节 刚体动力学 (46)

第三节 力矩的功 (52)

第四节 角动量守恒定律 (54)

本章摘要 (56)

思考题 (57)

练习题 (57)

阅读材料 C 3S技术与精准农业 (59)

第四章 流体力学基础 (62)

第一节 液体的表面性质 (62)

第二节 弯曲液面的附加压强 (64)

第三节 蒸发与凝结 (68)

第四节 理想流体的稳定流动 (71)

第五节 伯努利方程及其应用 (73)

第六节 黏滞性 实际流体的流动	(76)
第七节 泊肃叶定律 斯托克斯定律	(79)
本章摘要	(81)
思考题	(82)
练习题	(83)
阅读材料 D 高速离心机原理及其应用	(85)
阅读材料 E 生物流体力学简介	(87)
第五章 气体动理论	(91)
第一节 分子动理论的基本概念	(91)
第二节 理想气体的压强公式	(93)
第三节 理想气体的温度公式	(94)
第四节 理想气体的内能	(96)
第五节 气体分子速率的统计分布	(98)
第六节 气体分子在重力场中按高度的分布	(101)
第七节 真实气体	(102)
第八节 分子的碰撞和平均自由程	(104)
第九节 气体的内迁现象	(105)
本章摘要	(108)
思考题	(110)
练习题	(110)
阅读材料 F 真空技术简介	(111)
第六章 热力学	(114)
第一节 热力学第一定律	(114)
第二节 热力学第一定律对理想气体的应用	(116)
第三节 循环过程	(124)
第四节 热力学第二定律	(129)
第五节 熵	(132)
第六节 热力学函数	(135)
第七节 生物系统的热力学问题	(138)
本章摘要	(139)
思考题	(141)
练习题	(142)
阅读材料 G 熵产生与负熵流	(144)
阅读材料 H 新能源技术	(146)
第七章 静电场	(149)
第一节 电场强度	(149)
第二节 高斯定理	(154)
第三节 电场力的功 电势	(158)
第四节 电势梯度与场强的关系	(161)
第五节 电介质的极化	(164)

第六节 电场的能量	(167)
本章摘要	(169)
思考题	(170)
练习题	(171)
阅读材料 I 静电生物效应	(172)
第八章 稳恒电流	(175)
第一节 电流密度	(175)
第二节 电动势	(179)
第三节 含源电路的欧姆定律	(186)
第四节 基尔霍夫定律	(187)
本章摘要	(189)
思考题	(190)
练习题	(190)
阅读材料 J 生物芯片	(192)
第九章 电磁学	(194)
第一节 磁感应强度 磁通量	(194)
第二节 电流的磁场	(196)
第三节 安培环路定理	(200)
第四节 磁场对电流的作用	(202)
第五节 电磁感应定律	(207)
第六节 磁场的能量	(210)
第七节 磁介质的磁化	(213)
第八节 电磁波 电磁波谱	(214)
本章摘要	(216)
思考题	(217)
练习题	(217)
阅读材料 K 生物磁学简介	(220)
第十章 振动与波动	(223)
第一节 谐振动	(223)
第二节 谐振动的合成	(229)
第三节 波动方程	(232)
第四节 波的能量和强度	(236)
第五节 波的干涉 衍射	(238)
第六节 声波与超声波	(242)
本章摘要	(243)
思考题	(245)
练习题	(246)
阅读材料 L 混沌现象	(247)
第十一章 波动光学	(252)
第一节 光的干涉	(252)
第二节 光程 薄膜干涉	(256)

第三节 劈尖的干涉 牛顿环	(259)
第四节 光的衍射	(262)
第五节 单缝衍射	(263)
第六节 光栅衍射	(265)
第七节 圆孔衍射	(267)
第八节 光的偏振	(270)
第九节 旋光现象	(274)
第十节 光的吸收 散射 色散	(276)
本章摘要	(280)
思考题	(282)
练习题	(282)
阅读材料 M 偏振光的干涉 圆二色性	(284)
第十二章 光度学和色度学基础	(288)
第一节 能量标准的基本物理量和定律	(288)
第二节 视觉标准的基本物理量和定律	(291)
第三节 光能的测量	(297)
第四节 色度学基础	(301)
本章摘要	(305)
思考题	(306)
练习题	(306)
阅读材料 N 生物发光与生物超弱发光	(307)
第十三章 量子力学基础	(310)
第一节 光的波粒二象性	(310)
第二节 德布罗意假说	(313)
第三节 不确定关系	(315)
第四节 波函数及其统计解释	(317)
第五节 薛定谔方程	(319)
第六节 一维无限深势阱	(320)
第七节 氢原子	(323)
第八节 电子自旋	(326)
第九节 分子光谱 分子能级	(328)
第十节 荧光、磷光和激光	(331)
本章摘要	(336)
思考题	(337)
练习题	(338)
阅读材料 O 爱因斯坦生平简介	(338)
阅读材料 P 核磁共振 (NMR)	(340)
附录 I 矢量的标积和矢积	(343)
附录 II 常用基本物理常量	(345)
习题答案	(346)
参考文献	(352)

绪 论

自然科学，包括物理学在内，是以认识物质世界的基本属性，研究物质运动的基本规律为对象的。我们周围所有的客观实在都是**物质**（matter），大至日、月、星辰，小到分子、原子、电子。固体、液体、气体和等离子体，这些实物是物质；电场、磁场、重力场和引力场，这些场也是物质。一切物质都在永恒不息地运动着，自然界一切现象就是物质运动的表现。运动（motion）是物质的存在形式、物质的固有属性。各种不同的物质运动形式既服从普遍规律，也有自己的独特规律。自然科学的各个分科就是按研究不同的物质运动形式而区分的。

物理学（physics）所研究的是物质运动最基本、最普遍的形式，包括机械运动、分子热运动、电磁运动、原子和原子核内部的运动等。这些运动普遍地存在于其他高级的、复杂的物质运动形式（如化学的、生物学的等）之中。因此，它具有最大的普遍性。宇宙中一切物体，不论其化学性质如何，或有无生命，都遵从物理学中的万有引力定律；一切变化的过程，无论它们是否具有化学的、生物学的或其他的特殊性质，都遵从物理学中所确定的能量守恒定律。当然，各种运动形式，各有自己的独特规律，不可能也不应该企图单纯用物理规律来解释物质的一切运动形式。如生命现象就不能单用物理过程来说明。由于物理学所研究的物质运动具有普遍性，所以物理学在自然科学中占有重要地位，是其他自然科学的基础。

物理学研究方法遵从人类对客观世界的认识法则，也就是实践—理论—实践的认识法则。具体讲，物理学的理论是通过**观察、实验、抽象、假说**等研究方法并通过实践的检验而建立起来的。检验真理的唯一标准是实践。

观察和实验是科学研究的基本方法。**观察**是对自然界中所发生的某种现象，在不改变自然条件的情况下，按照它原来的样子加以观察研究。如对天体和大气中的现象就不能用人为的方法来改变它的情况，通常都要采用观察的方法。**实验**是在人为控制的条件下，使现象反复重演，进行观察研究。在实验中常把复杂的条件加以简化，突出主要因素，排除或减低次要因素的作用，这是一种非常重要的研究方法，例如，利用单摆测定重力加速度的实验中，决定单摆振动周期的主要因素是摆长和重力加速度。在实验中，我们必须选用长度适当的、不易伸长的细绳作摆线、用质量较小的球作摆锤，并作小振幅振动以降低次要因素（摆线的质量和长度变化、摆锤的质量和大小以及摆角等）的影响，得到较准确的结果。**抽象**是根据问题的内容和性质，抓住主要因素，撇开次要因素，建立一个与实际情况差距不大的理想模型来进行研究。如“质点”、“刚体”、“理想气体”、“理想流体”、“点电荷”等都是物理学研究中常用的理想模型。为了探求事物的规律，对于现象的本质所提出的一些说明方案或基本论点等，统称为**假说**。假说是在一定的观察、实验的基础上提出来的。在一定范围内经过不断的考验，经证明为正确的假说，就上升为定律或理论的一部分。如关于物质结构的分子原子假说，最后就发展成为物质分子运动理论。量子假说的建立和量子理论的演变，发展为量子力学理论。在科学认识的发展过程中，假说是很重要的甚至是必不可少的一个阶段。物理定律一般是实验事实的总结。由于实验条件，实验仪器精度等的限制，物理定律有其近似性和局限性，但在一定程度上能够反映客观实在的规律性。

从观察、实验、抽象、假说等一系列的逻辑推理建立起来的完整的理论体系，不仅可以解释一定范围内的物理现象，而且能在一定程度上预言未来，进一步导致新的实践。麦克斯韦集前人研究之大成，建立了麦克斯韦电磁理论，不仅可以解释各种电磁现象，而且预言了电磁波的存在及其传播速度，并终于被赫兹等人的实验证实就是突出的例子。

物理理论的建立，并不等于物理学研究的结束，理论将继续经受实践的检验。如果在实践中发现的新现象、新问题与理论有矛盾，那么理论就必须修改，有时甚至要放弃原有的理论，而建立更能反映客观实际的新理论。20 世纪以来，近代物理学中的许多重大成就，如相对论时空观和物质的波粒二象性的确立、基本粒子相互转化的实验和理论等都是很好的证明。

物理学和生物科学有着十分密切的关系。由于物理学是当代基础科学中发展最快、影响最深的学科之一，所以物理学在揭开生命的奥秘中，起着举足轻重的作用。20 世纪 50 年代，由于物理学的 X 射线衍射结构分析技术被引进了生物学，从而确定了脱氧核糖核酸的双螺旋结构。现在，X 射线衍射结构分析技术，加上圆二色技术、旋光色散技术、核磁共振、电子自旋共振及电子显微镜等技术的配合，使生物大分子的性质和结构功能的研究完全有可能在分子水平上进行。另外，物理学不断地向生物科学领域渗透，形成了一系列新兴的边缘学科，例如生物力学、生物热力学、生物电磁学、量子生物学和分子生物学等。总之，物理学的新理论、新技术在推动生物科学的发展中起到的重要作用将越来越明显。

物理学是高等农林院校的一门重要的基础课程。学生应牢固地掌握物理学中的基本概念和基本原理及研究问题的方法，同时在科学实验能力、计算能力和抽象思维能力等方面受到严格的训练，培养良好的分析问题和解决问题的能力，提高科学素质，为今后学习专业知识及近代科学技术奠定必要的物理基础。

第一章 质点运动学

自然界中的一切物质都在不断地运动着、变化着。日月的运行、江河的奔流、生物的代谢,这些都是物质运动变化的例子。当我们在描述物体的运动时,若物体的形状、大小对运动的描述没有影响或影响可以忽略不计的情况下,我们就可以撇开物体的形状、大小等起作用很小的次要因素,将物体抽象成一个有质量的点,这样的点叫做质点 (particle)。质点是一种科学抽象,是一种理想化的模型。本章主要介绍描述质点运动的方法、圆周运动以及运动方程的积分求解,这部分内容称为质点运动学 (kinematics)。

第一节 质点运动的描述

一、参照系与质点运动方程

静止是相对的,运动是绝对的,地心学说被日心说取代,让人们明白,判断物体是否运动,首先要选择统一的物体作参考,即使是太阳,在银河系中若以其他恒星系统来观察,仍然运动着。描述物体运动时,被选作参考的物体,称为参照系 (reference frame)。参照系的选取是任意的。例如,要描述一辆在平直公路上行驶的汽车的运动,可以选地面作参照系,也可选另一辆运动的汽车作参照系,甚至还可以选其他的物体作参照系。选取的参照系不同,对物体运动情况的描述不同。对同一运动物体,若参照系选得不同,对物体运动的描述结果也不同。例如,行驶中的火车,若以地面作参照系它是运动的;若以坐在车厢中不动的人作参照系它是静止的;若以在车厢中行走的人作参照系它又是运动的。因此,要描述一个物体的运动,必须选取某一确定的参照系。

为了定量描述质点在参照系中各个时刻的位置需要在参照系上选用一个固定的坐标系。坐标系 (coordinate system) 是指为标定物体空间位置而设置的坐标系。常用的坐标系为直角坐标系,如图 1-1,将小球当作质点来考虑,小球在某时刻 t 的空间位置 P 可以用一组坐标 (x, y, z) 来描述。一般来说, x, y, z 均随时间发生变化,由式 (1-1) 所构成的一组含时间的参数方程,称之为质点的运动方程 (equation of motion)。通过这组运动方程消去时间参数 t 而得到的 x, y, z 间的函数关系式称之为质点的运动轨迹。坐标系除直角坐标系外,还有极坐标系,球坐标系,柱坐标系。

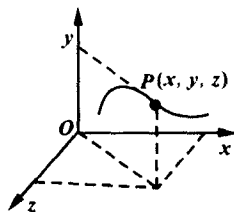


图 1-1 用坐标 x, y, z 表示小球的位置

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \quad (1-1)$$

二、位移 速度 加速度

1. 位 移

在坐标系中,为了描述质点在某时刻 t 的位置,我们从原点 O 到质点 P 作一有向线段 $\mathbf{r}$,如图 1-2, $\mathbf{r}$ 称位置矢量,简称位矢 (position vector)。我们可 $\mathbf{r}$ 把表示为

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k} \quad (1-2)$$

式中 $\mathbf{i}$ 、 $\mathbf{j}$ 、 $\mathbf{k}$ 分别为 x 、 y 、 z 方向的单位矢量。位矢 $\mathbf{r}$ 的值为

$$r = |\mathbf{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (1-2a)$$

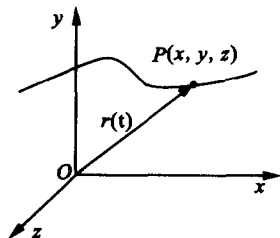


图 1-2 位矢

如图 1-3,若质点 P 在时刻 t 时位于 A 点处,位置矢量为 $\mathbf{r}_A$,经过时间间隔 Δt 后,质点到达 B 点,位置矢量为 $\mathbf{r}_B$ 。质点位置矢量发生变化,我们把由始点 A 指向终点 B 的有向线段 $\overrightarrow{AB}$ 称为点 A 到点 B 的位移矢量。位移矢量也简称位移 (displacement)。位移是反映质点位置变化的物理量,常用 $\Delta \mathbf{r}$ 表示,即

$$\overrightarrow{AB} = \Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A \quad (1-3)$$

位移 $\Delta \mathbf{r}$ 是矢量,它的方向由始点 A 指向终点 B ,量值 $|\Delta \mathbf{r}|$ 就是 AB 的长度。位移确切反映了物体在空间位置的变化,与路径无关,只决定于质点的始末位置。而路程是质点经过实际路径的长度,路程是标量。位移和路程是截然不同的两个概念。例如,一质点沿直线从 A 点到 B 点又折回 A 点,显然路程等于 A 、 B 之间距离的两倍,而位移则为零。

2. 速 度

为了描述质点位置随时间变化的快慢和方向,在物理学中引入速度矢量的概念。如图 1-3,质点在 Δt 时间内位矢改变量为 $\Delta \mathbf{r}$,则定义

$$\mathbf{v} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \quad (1-4)$$

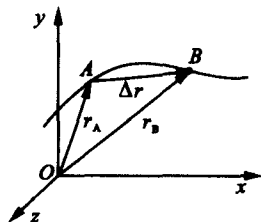


图 1-3 位移

为质点在 Δt 时间内的平均速度 (average velocity)。如要确定质点在某一时刻 t (或某一位置) 的瞬时速度 (以下简称速度),应使时间 Δt 无限地减小而趋近于零,以平均速度的极限来表述。其数学式为

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \quad (1-5)$$

即速度 (velocity) 等于位矢对时间 t 的一阶导数,速度是矢量,速度的方向就是当 Δt 趋近于零时,位移 $\Delta \mathbf{r}$ 的极限方向。即沿着轨迹上质点所在点的切线方向并指向质点前进的方向。

国际单位制 (SI) 中,速度的单位是 $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ 。

因为位矢 $\mathbf{r}$ 在直角坐标轴上的分量为 x 、 y 、 z ,所以速度沿直角坐标轴的三个分量分别是

$$v_x = \frac{dx}{dt}, v_y = \frac{dy}{dt}, v_z = \frac{dz}{dt}$$

故速度 $\mathbf{v}$ 可写作

$$\mathbf{v} = v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k} \quad (1-5a)$$

速度矢量的大小 (速率) 为:

$$v = |\mathbf{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \quad (1-5b)$$

速率只反映大小,没有方向,速率是一个标量。

按照速度的定义,如已知质点的运动速度 $v(t)$,则它在时间 dt 内的位移为

$$d\mathbf{r} = \mathbf{v}(t)dt$$

那么,质点从 t_0 时刻到 t 时刻的总位移为

$$\mathbf{r}(t) - \mathbf{r}(t_0) = \int_0^t \mathbf{v}(t) dt \quad (1-6)$$

也就是说,只要知道质点的运动速度 $\mathbf{v}(t)$ 和质点的初始位置矢量 $\mathbf{r}(t_0)$,就可以根据上式求出任意时刻质点的位移。

3. 加速度

加速度是描述质点速度的大小和方向随时间变化快慢的物理量。如图 1-4,一质点在时刻 t 位于 A 点时的速度为 $\mathbf{v}_A$,在时刻 $t + \Delta t$ 位于 B 点时的速度为 $\mathbf{v}_B$,在时间 Δt 内,质点速度的增量为

$$\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}_B - \mathbf{v}_A$$

则定义

图 1-4 速度的增量

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} \quad (1-7)$$

为质点在某时刻或某位置的瞬时加速度,简称加速度 (acceleration)。即加速度等于速度对时间的一阶导数,或等于位矢对时间的二阶导数。加速度是矢量,加速度的方向就是当 Δt 趋近于零时,速度增量 $\Delta \mathbf{v}$ 极限方向。加速度与速度的方向一般不同。在直角坐标系中,加速度的三个分量分别是

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2}, a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2 y}{dt^2}, a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2 z}{dt^2},$$

因此加速度 $\mathbf{a}$ 可写作

$$\mathbf{a} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k} \quad (1-8)$$

而加速度的量值为

$$a = |\mathbf{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \quad (1-8a)$$

国际单位制(SI)中,速度的单位是 $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ 。按照加速度的定义,如已知质点的运动加速度 $\mathbf{a}(t)$,则它在时间 dt 内的速度增量为

$$d\mathbf{v} = \mathbf{a}(t)dt$$

那么,质点从 t_0 时刻到 t 时刻的总速度增量为

$$\mathbf{v}(t) - \mathbf{v}(t_0) = \int_0^t \mathbf{a}(t) dt \quad (1-9)$$

也就是说,只要知道质点运动的加速度 $\mathbf{a}(t)$ 和质点的初始位置矢量 $\mathbf{v}(t_0)$,就可以根据式(1-9)求出任意时刻质点的速度矢量。

例题 1-1 一质点在 xy 平面运动,其运动函数为 $x = R \cos \omega t, y = R \sin \omega t$,其中 R, ω 为常量。求质点的运动轨迹及任一时刻的位矢、速度、加速度。

解 对 x, y 两函数平方相加得

$$x^2 + y^2 = R^2$$

即质点的运动轨迹为圆,如图 1-5。

任一时刻的位矢

$$\mathbf{r}(t) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} = R\cos\omega t\mathbf{i} + R\sin\omega t\mathbf{j}$$

速度

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = -R\omega\sin\omega t\mathbf{i} + R\omega\cos\omega t\mathbf{j}$$

其分量为

$$v_x = -R\omega\sin\omega t, v_y = R\omega\cos\omega t$$

速率

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = R\omega$$

加速度

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -R\omega^2\cos\omega t\mathbf{i} - R\omega^2\sin\omega t\mathbf{j} = -\omega^2(R\cos\omega t\mathbf{i} + R\sin\omega t\mathbf{j}) = -\omega^2\mathbf{r}$$

上式表明,加速度方向与位矢相反,指向圆心,其大小为 $a = \omega^2 R$ 。

由本例可以看出,利用求导,可以很方便地将位矢、速度、加速度等量联系起来。

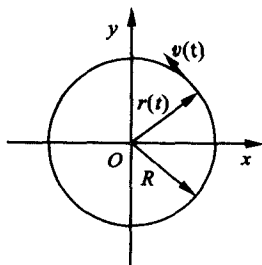


图 1-5 例题 1-1 图

第二节 圆周运动

在确定的平面上质点的运动轨迹是圆周的运动称为**圆周运动**(circular motion)。物体绕定轴转动时,物体中每个质点做的都是圆周运动,圆周运动是曲线运动的一个重要特例。所以,圆周运动又是研究物体转动的基础。在一般圆周运动中,质点速度的大小和方向都在改变着,通常在圆周运动的研究中,都采用极坐标系。

一、圆周运动的角量描述

由于做圆周运动的质点与圆心的距离不变,因此可用一个角度来确定其位置,称为角量描述法。

1. 角位移

设一质点在平面 xOy 内,绕原点 O 做圆周运动(图 1-6)。如果在时刻 t 质点位于 A 点,此时位置矢量与 x 轴的夹角为 θ ,在时刻 $t + \Delta t$ 质点位于 B 点,此时位置矢量与 x 轴的夹角为 $\theta + \Delta\theta$,我们称 θ 为质点在时刻 t 的角位置, $\Delta\theta$ 为质点经过时间 Δt 的角位移。角位移不但有大小而且有转向。一般规定沿逆时针转向的角位移为正值,沿顺时针转向的角位移为负值。

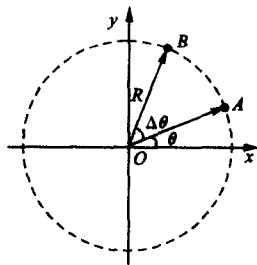


图 1-6 角位移

2. 角速度

如一质点做圆周运动(图 1-6)。在 Δt 时间内质点的角位移为 $\Delta\theta$,则将角位移 $\Delta\theta$ 与时间 Δt 之比,叫做质点在这段时间内的平均角速度。即

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad (1-10)$$

如果 Δt 趋近于零,则

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} \quad (1-11)$$

叫做质点在时刻 t 的瞬时角速度, 简称**角速度** (angular velocity)。

国际单位制(SI)中, 角速度的单位是 $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ 。

3. 角加速度

在质点的圆周运动中, 质点在 t 时刻的角速度为 ω , 经过时间 Δt 后, 角速度为 $\omega + \Delta\omega$, 则将角速度增量 $\Delta\omega$ 与时间 Δt 之比, 叫做质点在这段时间内的平均角加速度。即

$$\bar{\beta} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

如果 Δt 趋近于零, 则

$$\beta = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (1-12)$$

为质点在时刻 t 的瞬时角加速度, 简称**角加速度** (angular acceleration)。

在国际单位制(SI)中, 角加速度的单位是 $\text{rad} \cdot \text{s}^{-2}$ 。

当质点做匀速圆周运动时, 角速度 ω 是一常量, 角加速度为零。而质点做匀变速圆周运动时, 角速度 ω 不是一常量, 但角加速度为常量。对于一般的变速圆周运动, 角速度 ω 不是常量, 角加速度也不是常量。

二、圆周运动的切向加速度和法向加速度

在圆周运动中, 质点速度的方向一定沿着轨迹的切向。如图 1-7(a) 所示, 一质点沿半径 R 、圆心 O 做一般的变速圆周运动。在 Δt 时间内质点从 A 点运动到 B 点, 在 A 、 B 两点的速度矢量分别为 $\mathbf{v}_A$ 、 $\mathbf{v}_B$, 质点速度的增量为 $\Delta\mathbf{v} = \mathbf{v}_B - \mathbf{v}_A$, 对应于角位移 $\Delta\theta$, 切线的方向改变 $\Delta\theta$ 角度。如图 1-7(b), 在 $O'B'$ 上取一点 C' , 得 $O'C' = O'A'$, 这样我们就可以把速度增量分解为两个分矢量 $\Delta\mathbf{v}_n$ (即 $A'C'$) 和 $\Delta\mathbf{v}_t$ (即 $C'B'$)。

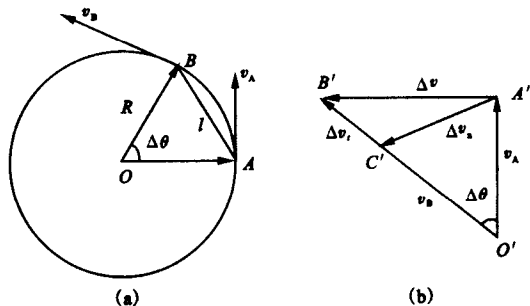


图 1-7 变速圆周运动

按定义, 加速度为

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{v}_n}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{v}_t}{\Delta t}$$

如果

$$\mathbf{a}_n = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{v}_n}{\Delta t}, \quad \mathbf{a}_t = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{v}_t}{\Delta t}$$

那么

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_n + \mathbf{a}_t \quad (1-13)$$

由于 $\triangle OAB$ 和 $\triangle O'A'C'$ 是相似三角形, 故 $\frac{\Delta l}{R} = \frac{\Delta v_n}{v_A}$, 即 $\Delta v_n = \frac{v_A}{R} \Delta l$, 其中 Δl 是弦 AB 的长度。

在 Δt 趋于零时, 质点的角位移 $\Delta\theta$ 很小, 则 A 、 B 间弦长与弧长可看作相等, 因此

$$a_n = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_n}{\Delta t} = \frac{v_A}{R} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{v_A^2}{R} \quad (1-14)$$

从图中可以看出,当 Δt 趋近于零时, $\Delta\theta$ 也趋近于零, Δv_n 的极限方向垂直于 v_A 并指向圆心。称 a_n 为向心加速度(或法向加速度), a_n 的方向指向圆心。

当 Δt 趋近于零时, Δv_t 的极限方向与 v_A 的方向一致,即 A 点的切线方向。故 a_t 称为切向加速度,其大小为

$$a_t = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} \quad (1-15)$$

需要指出的是:对于匀速圆周运动,质点在任何时刻的速度大小总保持不变,即 $a_t = 0$ 。因此匀速圆周运动的加速度

$$a = a_n = \frac{v^2}{R} \quad (1-16)$$

由上面可知,圆周运动既可以用速度、加速度描述,也可以用角速度、角加速度描述,二者应有一定的对应关系。在图 1-7 中,质点沿圆周运动的线速度为 $v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\widehat{AB}}{\Delta t}$, AB 间的弧长为 $R\Delta\theta$, 因此

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{R\Delta\theta}{\Delta t} = R \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = R\omega \quad (1-17)$$

式(1-7)给出了圆周运动的线速度与角速度的关系。如果把 $v = R\omega$ 代入向心加速度 $a_n = \frac{v^2}{R}$ 中,可以得出质点向心加速度与角速度之间的关系式为

$$a_n = \frac{v^2}{R} = v\omega = R\omega^2 \quad (1-18)$$

如果把 $v = R\omega$ 代入切向加速度 $a_t = \frac{dv}{dt}$ 中,得出质点切向加速度与角加速度之间的关系式为

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{Rd\omega}{dt} = R\beta \quad (1-19)$$

例题 1-2 如图 1-8,计算地球自转时地面上各点的速度和加速度。

解 地球自转周期 $T = 24 \times 60 \times 60$ s,角速度大小为

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{24 \times 60 \times 60} = 7.27 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

如图 1-8,地面上纬度为 φ 的 P 点,在与赤道平行的平面内做圆周运动

$$r = R \cos \varphi$$

P 点速度的大小为

$$v = \omega r = \omega R \cos \varphi = 7.27 \times 10^{-5} \times 6.37 \times 10^6 \times \cos \varphi = 4.65 \times 10^2 (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$$

P 点速度的方向与过 P 点运动平面上半径为 R 的圆相切。 P 点只有运动平面上的向心加速度,其大小为

$$a_n = \omega^2 r = \omega^2 R \cos \varphi = (7.27 \times 10^{-5})^2 \times 6.37 \times 10^6 \times \cos \varphi = 3.37 \times 10^{-2} \cos \varphi (\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$$

P 点加速度的方向在运动平面上由 P 指向地轴。

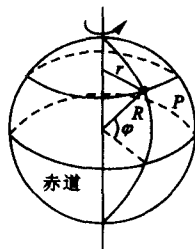


图 1-8 例题 1-2 图