

21世纪高等学校土木工程专业规划教材

材料力学

(精编本)

刘平 主编



武汉理工大学出版社
Wuhan University of Technology Press

TB301/143

2007

21 世纪高等学校土木工程专业规划教材

材料力学

(精编本)

主 编 刘 平
副主编 王志伟 韩志型
参 编 汤 骅 万泽青

武汉理工大学出版社
· 武 汉 ·

【内容简介】

本教材共分 10 章,内容包括绪论、杆件的轴向拉伸和压缩、扭转、弯曲内力、梁的应力、梁的弯曲变形、简单超静定问题、应力状态分析、柱、动荷载等。本书每章后面附有小结和思考题及习题,全书后面附有平面图形的几何性质、型钢表和习题参考答案,供学生课后复习和巩固所学知识。

本书可作为普通高等学校土建类相关专业的“材料力学”课程教材,也可供有关土建工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

材料力学/刘平主编. —武汉:武汉理工大学出版社,2007.8

ISBN 978-7-5629-2583-5

I. 材…

II. 刘…

III. 材料力学

IV. TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 129231 号

出版发行:武汉理工大学出版社

武汉市武昌珞狮路 122 号 邮编:430070

<http://www.techbook.com.cn>

印刷者:通山县九宫印务有限公司

经销者:各地新华书店

开 本:850×1168 1/16

印 张:12.75

字 数:351 千字

版 次:2007 年 8 月第 1 版

印 次:2007 年 8 月第 1 次印刷

印 数:1~3000 册

定 价:19.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请向出版社发行部调换。

21 世纪土木工程专业规划教材 编审委员会

主 任 石永久 郑航太 王汝恒 雷绍锋

副主任 战高峰 杨德健 何渐渐 周 东 周 云 孙 凌

刘永坚 冯仲仁 岳建平 胡长明 柳炳康 张敏江

刘 平 王 来 冯为民 王俊佳 王泽云 张科强

委 员 (按姓氏笔画顺序排列)

马芹永 王汝恒 王成刚 王 来 王月明 王 宁

王志伟 王俊佳 王泽云 王文仲 石永久 田道全

冯为民 冯仲仁 刘声扬 刘永坚 刘 平 刘瑾瑜

孙 凌 孙靖立 沈小璞 何渐渐 李 珠 李京玲

李玉顺 李文渊 李世禹 宋少民 苏有文 张敏江

张科强 张长友 陈伟清 陈国平 汪 汇 周 东

周 云 杨德健 林德忠 房树田 岳建平 姜康乐

姚 勇 胡长明 柳炳康 赵 平 郑航太 战高峰

黄林青 舒秋华 崔清洋 熊丹安

总责任编辑 徐 扬

秘 书 长 蔡德民

前 言

本书是为普通高等学校土建类相关专业的“材料力学”课程编写的教材,旨在努力减少该类学生在“材料力学”课程的学习中由于冗长的理论推导和数字运算带来的困难。

材料力学是一门与工程紧密相关的基础课程,它的诞生与发展直接来源于工程实践。材料力学的学习不仅可以使学生了解一些基本的工程概念,而且可以培养和提高学生如何从工程中发现问题、分析问题和解决问题的能力。

本书根据高等学校土木工程专业教学指导委员会“材料力学”课程教学大纲要求而编写,理论上力图简洁易懂,强调分析能力的培养,增加了与土木工程相关的例题、思考题与习题。总课时一般可控制在 70 学时内完成。

本书由扬州大学刘平(第 1 章、第 9 章)、万泽青(第 2 章、第 7 章、附录),哈尔滨学院王志伟(第 4 章、第 5 章、第 6 章),西南科技大学韩志型(第 3 章、第 10 章)和石河子大学汤骅(第 8 章)编写。刘平统稿,万泽青和孙云对全书的插图和文字进行了补充和校对。

由于时间仓促,书中错误之处在所难免,欢迎指正。

编 者

2007 年元旦

目 录

1 绪论	(1)
1.1 材料力学的任务	(1)
1.2 构件的受力与变形形式	(1)
1.2.1 构件	(1)
1.2.2 杆件的受力与变形形式	(2)
1.3 几个基本概念和假定	(2)
1.3.1 荷载	(2)
1.3.2 内力	(3)
1.3.3 变形	(3)
1.3.4 基本假设	(3)
思考题	(3)
2 杆件的轴向拉伸和压缩	(4)
2.1 概述	(4)
2.2 拉压杆件的内力	(4)
2.2.1 轴力的计算	(4)
2.2.2 轴力图	(5)
2.3 拉压杆的应力	(6)
2.3.1 应力的概念	(6)
2.3.2 拉压杆横截面上的应力	(7)
2.3.3 拉压杆斜截面上的应力	(9)
2.3.4 圣维南原理与应力集中的概念	(11)
2.4 拉压杆的变形	(11)
2.5 材料在拉伸和压缩时的力学性能	(15)
2.5.1 材料在拉伸时的力学性能	(15)
2.5.2 材料在压缩时的力学性质	(19)
2.5.3 几种非金属材料的力学性质	(20)
2.5.4 塑性材料和脆性材料的比较	(20)
2.6 拉压杆的设计	(21)
2.6.1 安全因数与许用应力	(21)
2.6.2 拉压杆的强度条件	(22)
思考题	(25)
习题	(27)
3 扭转	(29)
3.1 概述	(29)
3.2 圆轴扭转时的内力	(29)

3.2.1 外力偶矩的计算	(29)
3.2.2 扭矩和扭矩图	(30)
3.3 圆轴扭转时的应力	(32)
3.3.1 表面变形特点与平面假设	(32)
3.3.2 应力特点——纯剪状态	(32)
3.3.3 变形几何关系	(33)
3.3.4 物理关系	(34)
3.3.5 静力关系	(35)
3.3.6 I_p 和 W_p 的计算	(35)
3.3.7 圆轴扭转时的强度计算	(36)
3.4 圆轴扭转时的变形	(37)
3.4.1 圆轴扭转变形公式	(37)
3.4.2 圆轴扭转刚度条件	(38)
3.5 非圆截面杆扭转时的应力和变形	(39)
3.5.1 非圆截面杆扭转变形的特点	(39)
3.5.2 矩形截面直杆的自由扭转	(40)
3.5.3 薄壁杆件的自由扭转	(41)
思考题	(43)
习题	(43)
4 弯曲内力	(47)
4.1 概述	(47)
4.2 梁的内力——剪力和弯矩	(48)
4.2.1 梁的剪力和弯矩	(48)
4.2.2 剪力和弯矩的正负号规则	(49)
4.2.3 用截面法求梁指定截面上的内力	(49)
4.2.4 剪力方程和弯矩方程 剪力图和弯矩图	(51)
4.3 荷载集度、剪力、弯矩之间的微分关系及其应用	(54)
4.3.1 荷载集度、剪力、弯矩之间的微分关系	(54)
4.3.2 均布荷载、剪力及弯矩图图形上的关系	(55)
4.4 用叠加法画剪力图和弯矩图	(57)
思考题	(58)
习题	(59)
5 梁的应力	(62)
5.1 基本概念	(62)
5.2 梁横截面上的正应力	(63)
5.3 梁横截面上的切应力	(68)
5.3.1 矩形截面梁的切应力	(68)
5.3.2 工字形截面梁的切应力	(69)
5.3.3 圆形截面梁的切应力	(70)
5.3.4 圆环形截面梁的切应力	(70)

5.4	梁的强度计算	(71)
5.5	弯曲中心	(74)
5.6	组合变形时梁的强度计算	(75)
5.6.1	斜弯曲	(75)
5.6.2	拉伸与弯曲的组合变形	(77)
5.7	剪切变形和连接件的强度计算	(78)
5.7.1	简单铆接接头	(78)
5.7.2	对接铆接接头	(80)
5.7.3	铆钉群接头	(81)
	思考题	(83)
	习题	(84)
6	梁的弯曲变形	(87)
6.1	概述	(87)
6.2	梁的挠曲线近似微分方程	(88)
6.3	梁的刚度计算	(88)
6.4	梁的变形计算	(89)
6.4.1	用积分法计算梁的变形	(89)
6.4.2	用叠加法计算梁的变形	(92)
6.5	梁的设计	(95)
6.5.1	提高弯曲强度的主要措施	(95)
6.5.2	提高梁的刚度措施	(98)
	思考题	(99)
	习题	(100)
7	简单超静定问题	(102)
7.1	概述	(102)
7.2	拉压超静定	(103)
7.3	扭转超静定	(107)
7.4	简单超静定梁	(110)
	思考题	(113)
	习题	(114)
8	应力状态分析	(116)
8.1	概述	(116)
8.2	平面应力状态分析	(116)
8.2.1	平面一般应力状态斜截面上的应力	(117)
8.2.2	应力圆的作法	(120)
8.3	三向应力状态	(122)
8.3.1	斜截面应力分析	(122)
8.3.2	三向应力状态的最大应力	(123)
8.4	广义虎克定律	(124)
8.5	复杂应力状态的应变能密度	(125)

8.5.1	体积改变与应力间的关系	(125)
8.5.2	应变能密度	(126)
8.6	强度理论	(127)
8.6.1	最大拉应力理论(第一强度理论)	(127)
8.6.2	最大伸长线应变理论(第二强度理论)	(128)
8.6.3	最大切应力理论(第三强度理论)	(128)
8.6.4	畸变能密度理论(第四强度理论)	(128)
	思考题	(132)
	习题	(132)
9	柱	(135)
9.1	基本概念	(135)
9.1.1	短柱的受力分析	(136)
9.1.2	长柱的稳定性问题	(136)
9.2	细长柱的临界荷载	(137)
9.2.1	两端铰支约束下细长柱的临界荷载	(137)
9.2.2	几种典型柱端约束下的临界荷载	(138)
9.2.3	临界应力	(139)
9.3	柱的稳定性设计	(141)
9.3.1	安全因数法	(141)
9.3.2	折减系数法	(142)
9.3.3	稳定性设计过程	(143)
	思考题	(147)
	习题	(148)
10	动荷载	(152)
10.1	概述	(152)
10.1.1	静荷载的概念	(152)
10.1.2	动荷载的概念	(152)
10.2	构件受冲击荷载作用时的应力和变形	(152)
10.2.1	用能量法计算冲击荷载所用的基本假定	(152)
10.2.2	自由落体冲击	(153)
10.2.3	水平冲击	(156)
10.2.4	冲击韧度	(158)
10.2.5	提高构件抗冲击能力的措施	(158)
10.3	交变应力与疲劳破坏	(159)
10.3.1	交变应力的定义及其名词和术语	(159)
10.3.2	材料的疲劳破坏	(160)
10.3.3	构件的疲劳极限及其影响因素	(161)
10.3.4	构件疲劳强度校核	(162)
10.3.5	提高构件疲劳强度的措施	(162)
	思考题	(163)

习题.....	(163)
附录 A 平面图形的几何性质.....	(167)
附录 B 型钢表.....	(176)
附录 C 习题参考答案.....	(186)
参考文献.....	(191)

1 绪 论

1.1 材料力学的任务

房屋和桥梁等构筑物通常都会受到各种外部的作用,如重力、风、地震等。以机械相互作用的方式作用在构筑物的外力称为荷载(load);构筑物在承受荷载的过程中起主要抵抗作用的部分,称为结构(structure);组成结构的单一部件,称为构件(element);细长的构件称为杆件(bar)。

材料力学主要研究杆件在荷载作用下发生拉伸、压缩、弯曲、扭转时的受力及变形。

为保证结构在荷载作用下能正常工作,其构件必须满足以下的要求:

(1) 强度(strength)——在荷载作用下,构件不发生破坏。如建筑物的梁、柱不能折断,桥梁工程不能坍塌。

(2) 刚度(stiffness)——构件不能发生过大的变形。如电梯的导轨不能因变形过大而影响电梯的运行;高层建筑物如果刚度不足,可能会在风的作用下产生较大的摇摆而使人体感到不适。

(3) 稳定性(stability)——一些细长的受压构件,可能因平衡形态的突然改变而损坏,如建筑物中的细长柱、施工用的脚手架、推土机的液压推杆等。

结构设计的任务是:使结构在满足强度、刚度和稳定性要求的前提下,选择合适的工程材料,设计合理的结构形式、构件形状及尺寸。要完成结构设计和分析的任务,必须对结构材料的力学性能进行深入的了解。材料的力学性能主要通过材料力学实验进行测定。

1.2 构件的受力与变形形式

1.2.1 构件

构件按空间几何特征可分为以下几种:

(1) 杆——空间一个方向的尺度远大于其他两个方向的尺度,这种物体称为杆件(bar 或 rod)。建筑结构中的杆件有桁架杆、梁、柱等。

(2) 板——空间一个方向的尺度远小于其他两个方向的尺度,且各处曲率为零,这种物体称为板(plate)。建筑结构中的板类构件有各种墙板、楼板、屋面板等。

(3) 壳——空间一个方向的尺度远小于其他两个方向的尺度,且至少有一个方向的曲率不为零,这种物体称为壳(shell)。建筑结构中的壳结构有大型体育场馆、音乐厅的房面、雨篷等。

(4) 块——空间三个方向具有相等级度的尺度,这种物体称为块(body)。建筑结构中的块体构件有砖、砌块、柱角支座等。

1.2.2 杆件的受力与变形形式

杆件的受力与变形形式可以归纳为如下4种基本形式:

(1) 拉伸或压缩(tension or compression)

其受力特征是:一对方向相反的外力沿杆件的轴线作用(拉或压),见图 1.1。

变形特征是:杆件产生轴向伸长或缩短。

(2) 剪切(shearing)

其受力特征是:一对大小相等、方向相反、距离相近的力垂直杆件的轴线作用,见图 1.2。

变形特征是:外力作用处相邻的横截面沿外力作用方向发生错动。

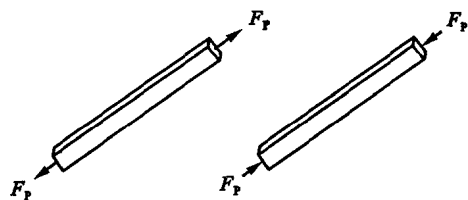


图 1.1 拉压

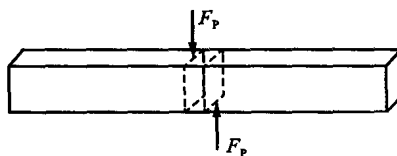


图 1.2 剪切

(3) 扭转(torsioning)

其受力特征是:一对方向相反的力偶作用在杆件不同的两个横截面内,见图 1.3。

变形特征是:杆件内任意两横截面发生相对转动。

(4) 弯曲(bending)

其受力特征是:一对方向相反的力偶作用在杆件的纵向平面内,见图 1.4。

变形特征是:直杆的轴线变成了曲线。

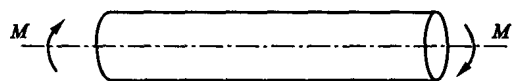


图 1.3 扭转

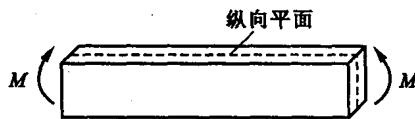


图 1.4 弯曲

有些杆件同时存在以上受力和变形形式的组合,如拉、弯、压、扭等,称为组合变形。

1.3 几个基本概念和假定

1.3.1 荷载

作用在构件上的外力称为荷载(load)。

不随时间变化的荷载称为静荷载(statical load);随时间变化的荷载称为动荷载(dynamical load)。

构件的主要任务是在满足自身强度、刚度和稳定性要求下,将作用在构件上的荷载成功传递给支座或相邻的部件。

要解除支座或相邻的部件对构件的约束作用,就必须代之以约束反力。

作用在构件上的荷载与约束反力构成一组平衡力系。

1.3.2 内力

内力(inter force)是指构件在外力作用下所引起的抵抗力。应力(stress)是指构件内部指定截面上一点的内力集度(单位面积上的力)。沿截面法线方向作用的应力称为正应力(normal stress),用希腊字母 σ 表示;沿截面切线方向作用的应力称为切应力(shearing stress),用希腊字母 τ 表示。应力是作用在单位面积上的内力,工程上一般用 MPa 表示其单位(量纲)。

1.3.3 变形

构件内部某一微小区域的变形一般用应变(strain)来描述。

例如,某长度为 dx 的微线段变形后伸长了 du ,则该线段的相对伸长 $\epsilon_x = \frac{du}{dx}$ 称为 x 方向的线应变

(normal strain),如图 1.5(a)所示。有时仅凭线应变

变尚无法完整表达构件内一点的变形,还需引入切应变(shearing strain)($\gamma = \alpha + \beta$)来描述变形前后直角的变化(图 1.5(b))。

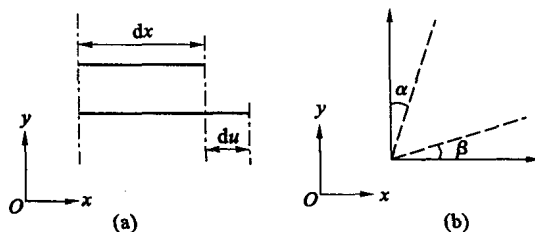


图 1.5 线应变和剪应变

1.3.4 基本假设

在材料力学中对构件的材料和变形有以下基本假设,以便于分析与计算。

(1) 完全弹性假设(perfect elastic assumption)

物体受力后将发生变形,除去外力后这种变形将完全恢复。

(2) 均匀连续假设(homogenization and continuity assumption)

假设物体在其整个体积内的材料是同质和完全密实的,忽略物体内部的空隙。

(3) 各向同性假设(anisotropic assumption)

假设物体各个方向的物理和力学性能都相同。

(4) 小变形假设(small deformation assumption)

认为所研究的构件在承受荷载时,其变形和位移都是微小的。

综上所述,在材料力学中我们实际上是将构件看作是均匀、连续、各向同性的可变形体,且限制在小变形和弹性范围内进行研究。

思考题

- 1.1 试列出 5 种建筑物中的构件。
- 1.2 试分别举出土木工程中因结构强度、刚度以及稳定性不足而造成的事故。
- 1.3 混凝土材料内部有无数的孔洞和裂纹,显然不满足均匀连续性条件,为什么在工程计算上还通常将混凝土结构视为均匀连续的?
- 1.4 钢筋混凝土构件是各向同性还是各向异性?
- 1.5 如果没有小变形假设,会在结构分析中遇到哪些困难?

2 杆件的轴向拉伸和压缩

2.1 概 述

工程中的很多构件,如悬索桥、斜拉桥、网架式结构中的杆或缆索的主要变形是轴向伸长;柱、桩、桥墩等在一定条件下的主要变形是轴向缩短。这类杆件称为轴向拉伸(压缩)杆,它们所承受的沿着杆件轴线方向的荷载称为轴向荷载。本章研究轴向拉压杆件的内力、应力、变形以及材料的力学性能等问题。

已知杆件的内力是研究杆件的应力、变形的前提。在静力学基础中,已经介绍过杆件的内力可由截面法(method of section)求得。

用截面法求内力可归纳为四个字:

- (1) 截:欲求某一截面的内力,则用一假想截面将杆件截为两部分。
- (2) 取:取其中任一部分作为研究对象,而移走另一部分。
- (3) 代:用作用于截面上的内力(力或力偶),代替移走部分对留下部分的作用。
- (4) 平:对留下部分建立平衡方程,根据该部分的力系平衡条件,求得截面上的内力。

对于轴向拉压杆件,所有外力均沿杆的轴线方向作用,杆的横截面上只有沿轴线方向的内力,此内力称为轴力(axial force),用 F_N 表示。轴力或为拉力,或为压力。为使杆件上同一处两侧横截面上的轴力具有相同的正负号,通常规定拉力为正,压力为负。

2.2 拉压杆件的内力

2.2.1 轴力的计算

现求任意横截面 $m-m$ 上的内力。以图 2.1(a)所示拉杆为例,应用截面法,假想沿横截面 $m-m$ 处将杆截为两段,并取左段杆为研究对象,如图 2.1(b)。

用轴力 F_N 代替右段对左段的作用力(即假设内力为正),由平衡条件 $\sum F_x = 0$ 得:

$$F_N - F = 0$$

于是

$$F_N = F > 0$$

说明轴力 F_N 确为拉力。

若取右段杆为研究对象(图 2.1(c)),同样假设内力为拉力,由 $\sum F_x = 0$ 知

$$F - F_N = 0$$

得

$$F_N = F > 0$$

说明取右段杆为研究对象时,所求的轴力 F_N 仍为拉力。

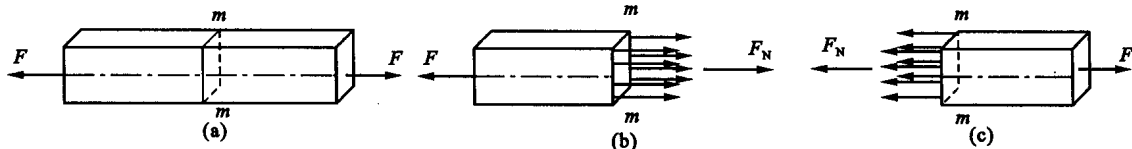


图 2.1 横截面上的内力

2.2.2 轴力图

当杆受到多个沿轴向作用的外力时,在不同杆段中横截面上将产生不同的轴力。对等截面拉压杆做强度计算时,需要找出最大轴力及其所在横截面的位置。为此就必须知道杆的各个横截面上的轴力,通常需要画出表示轴力沿杆轴线方向变化的图形,该图称为轴力图(diagram of normal forces)。

绘制轴力图的方法和步骤如下:

- (1) 确定作用在杆件上的外荷载和约束力。
- (2) 确定轴力图的分段点,在有集中力作用处即为轴力图的分段点。
- (3) 应用截面法分段求出轴力。

(4) 建立 $x-F_N$ 坐标系, x 轴上各点表示横截面的位置, F_N 轴表示横截面上轴力的大小,画出轴力图。习惯上将正值的轴力画在 x 轴的上侧,负值的轴力画在 x 轴的下侧。

在画轴力图时需要注意以下两个问题:

(1) 求轴力时,外力不能沿着作用线任意移动。因为力的可传性只适用于刚体的情况,杆件的内力与变形相关,力沿其作用线移动会改变力的变形效应。

(2) 在画轴力图时应先确定控制截面(control section)。集中力作用点处两侧的横截面、分布荷载的起始作用点和终止作用点处的横截面,都是控制截面。相邻两控制截面之间,若无荷载,该段轴力图为水平线;若为均布荷载,该段轴力图为斜直线。轴力图在集中力作用处有突变,突变值即为该集中力的数值。

【例 2.1】 一等直杆及其受力情况如图 2.2(a)所示,试求在截面 1-1、2-2、3-3 上的轴力,并画轴力图。

【解】 (1) 求支座反力

由杆(图 2.2(b))的平衡条件 $\sum F_x = 0$,得:

$$40 + 30 - 20 - F_A = 0$$

$$F_A = 50 \text{ kN}$$

(2) 求各截面轴力

截面 1-1:由截面 1-1 左段(图 2.2(c))的平衡条件 $\sum F_x = 0$,得:

$$F_{N1} = 50 \text{ kN (拉力)}$$

截面 2-2:由截面 2-2 左段(图 2.2(d))的平衡条件 $\sum F_x = 0$,得:

$$F_{N2} = 50 - 40 = 10 \text{ kN (拉力)}$$

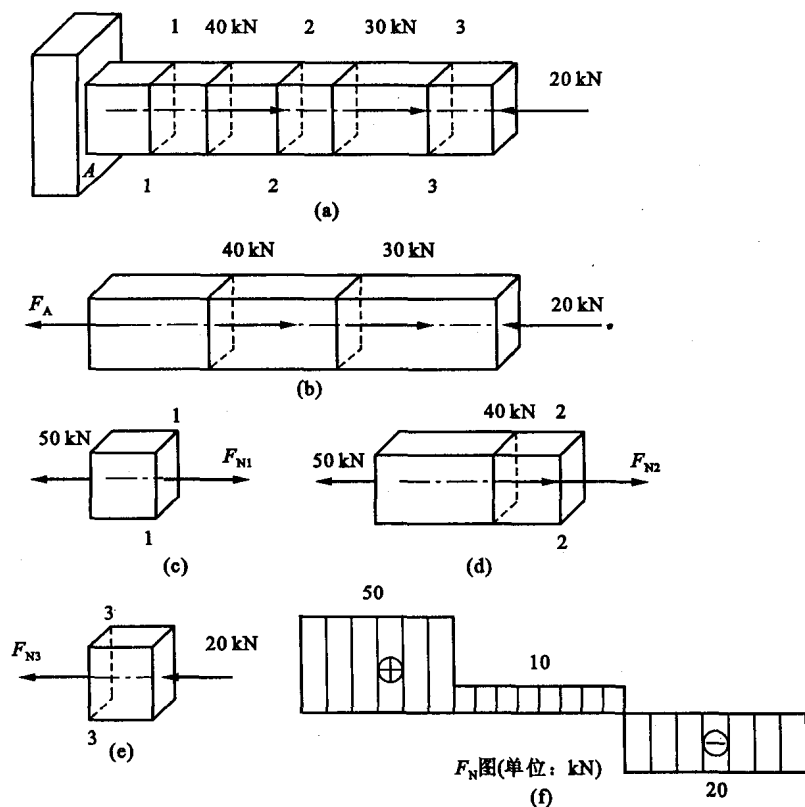


图 2.2 例 2.1 图

截面 3-3: 由截面 3-3 右段(图 2.2(e))的平衡条件 $\sum F_x = 0$, 得:

$$F_{N3} = -20 \text{ kN} \quad (\text{压力})$$

(3) 画轴力图

显然, 经过计算, 各横截面上的轴力分别等于 F_{N1} 、 F_{N2} 及 F_{N3} , 故可画杆的轴力图, 如图 2.2(f) 所示。

注意, 在求杆件的轴力时, 一般应先计算杆件的未知外力(包括未知反力)。在本例中, 若始终取截面的右段来考虑, 则可不求 A 端支座反力。

2.3 拉压杆的应力

在确定了拉压杆的轴力以后, 还不能判断杆在外力作用下是否会因强度不足而破坏。例如, 有两根粗细程度不同的拉杆, 它们的材料相同, 在相同的轴向拉力作用下, 两杆横截面上的轴力是相等的, 但较细的杆容易被拉断, 而较粗的杆不容易被拉断。这是因为用静力学方法求出的轴力只是横截面上分布内力系的合力, 要判断杆是否会因强度不足而产生破坏, 必须进一步确定截面上内力分布的密集程度。杆件截面上分布内力的集度, 称为应力(stress)。本节先讨论应力的概念。

2.3.1 应力的概念

应力是受力杆件某一截面上一点处的内力集度, 也可以理解为单位面积上的内力。现杆件被一假想截面截开(图 2.3(a)), 考察图 2.3(b)中杆件 $m-m$ 截面上点 O 的应力, 可在 O 点周围取一很

小的面积 ΔA , 假设这一面积上的分布内力的合力为 ΔF , 则称 $\Delta F/\Delta A$ 为面积 ΔA 上的平均应力。一般来讲, 在截面上的分布内力并不是均匀的, 因此, 分布内力的大小和方向将随所取微小面积的大小而不同。为表明分布内力在 O 点处的集度, 令 $\Delta A \rightarrow 0$, 则平均应力 $\Delta F/\Delta A$ 的极限值为

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA}$$

它表示 O 点处分布内力的集度, 称为 O 点处的总应力。由于 ΔF 是矢量, 因而总应力 p 也是个矢量, 其方向一般既不与截面垂直, 也不与截面相切。通常把总应力 p 分解为垂直于截面的法向分量 σ 和相切于截面的切向分量 τ , 如图 2.3(c) 所示, 法向分量 σ 称为正应力, 切向分量 τ 称为切应力, 或剪应力。

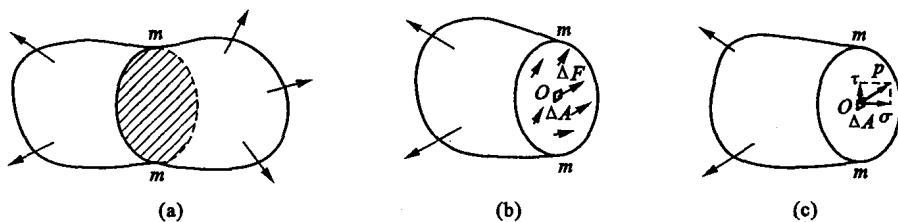


图 2.3 一点处的应力

从上述关于应力的定义可以看出, 应力具有如下特征:

- (1) 应力是在受力杆件的某一截面上的某一点处定义的, 因此, 讨论应力必须明确是在哪一个截面上的哪一点处。
- (2) 在某一截面上某一点处的应力是矢量。通常规定拉应力为正, 压应力为负; 而对截面内部 (靠近截面) 的一点产生顺时针方向力矩的切应力为正, 反之为负。
- (3) 应力的国际单位为 N/m^2 , 常用 Pa (帕) 表示, 且 $1 \text{ N}/\text{m}^2 = 1 \text{ Pa} = 10^{-6} \text{ MPa} = 10^{-9} \text{ GPa}$ 。
- (4) 整个截面上各点处的应力与微面积 dA 的乘积的合成积分, 即为该截面上的内力。

2.3.2 拉压杆横截面上的应力

拉压杆横截面上的内力是轴力。为了进一步研究轴力在横截面上的分布规律, 需要知道横截面上的应力。由于轴力的方向垂直于横截面, 且通过横截面的形心, 显然, 截面上各点处的切应力不可能合成为一个沿纵向轴的力, 故横截面上各点处必定有垂直于横截面的正应力。因为轴力只能由正应力 σ 与微面积 ΔA 的乘积的合成得到, 但要计算正应力的大小, 需要先确定横截面上应力的变化规律, 而应力的变化规律与杆件的变形情况有关, 为此, 可考察拉压杆的变形规律, 找出应变的变化规律, 即确定变形的几何关系; 然后利用应力与应变之间的物理关系, 得到应力在截面上的变化规律; 最后再通过应力与微面积乘积的合成即为内力这一静力学关系, 得到以内力表示的横截面上的正应力计算公式。下面就从这三个方面进行分析, 来推导等直拉杆横截面上的正应力计算公式。

(1) 几何方面

取一根等截面直杆, 未受力之前, 在杆的中部表面上画若干与杆轴线平行的纵线和与杆轴线垂直的横线; 然后在杆的两端施加一对轴向拉力 F , 使杆产生伸长变形, 如图 2.4(a) 所示。图中实线为变形前的图线, 虚线为变形后的图线。由变形后的情况可见, 纵线仍为平行于轴线的直线, 各横线仍为直线并垂直于轴线, 但产生了平行移动。横线可以看成是横截面的周线, 因此, 根据横线的变形情况去推测杆内部的变形, 可假设原为平面的横截面在杆变形后仍为平面, 即通常所谓的平面