



普通高等教育“十一五”规划教材

理论力学

张克猛 张义忠 主编



科学出版社
www.sciencep.com

031/147

2008

普通高等教育“十一五”规划教材

理 论 力 学

张克猛 张义忠 主编

科学出版社

北 京

内 容 简 介

作者编写本书的初衷是为读者提供一本既适合课内学习,又便于课外深造的教科书。本书内容包括静力学、运动学、动力学三个部分。书中带“*”章节,为相关专业教学选用内容,也可供在校学有余力的读者课外选修,或走出校门后结合工程实际进一步深造。章末给出了“思考空间”,将前后内容“承上启下”,为后续课程“牵线搭桥”。

本书可作为工科各专业的理论力学课程教材,也可供有关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

理论力学/张克猛,张义忠主编. —北京:科学出版社,2007

普通高等教育“十一五”规划教材

ISBN 978-7-03-020184-3

I. 理… II. ①张…②张… III. 理论力学-高教学校-教材 IV. 031

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 182348 号

责任编辑:段博原 贾瑞娜 / 责任校对:宋玲玲

责任印制:张克忠 / 封面设计:耕者设计工作室

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京市文林印务有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2008 年 1 月第 一 版 开本: B5(720×1000)

2008 年 1 月第一次印刷 印张: 24 3/4

印数: 1—4 000 字数: 480 000

定价: 32.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈文林〉)

前 言

一段时间以来,随着本科教学计划的调整,基础力学课程的学时有了较大幅度的削减。然而在载人航天、奔月工程、大型飞机研制等标志性工程的实施过程中,又将必然遇到大量的和一些前所未遇的力学问题。由此看来,扎实的力学功底,不仅需要课内的传授,更需要课外的不懈努力和走出校门后结合工程实际的不断探索。编写本书的初衷是为广大读者提供一本既适合课内学习,又便于课外深造的教科书。

本书以课程任务为主线来组织内容、阐述理论、提供处理问题的方法思路,在一定程度上反映了西安交通大学理论力学教研室多年来的教学经验和课程体系改革的一些探讨、实践与体会。将静力学公理分别放在共点力系合成、刚体上力系的等效和平衡(特例)、变形体平衡(举例)等节中作为物理依据讲述和引用,是本书的一种尝试。二维运动以几何法为主,三维运动则采用矩阵形式的分析法,各取其所长。数值解法的成熟和推广应用,提高了运动微分方程和变分方法(即本课程中的分析力学方法)的应用价值。为此本书在动力学开头对运动微分方程(以质点为例)的建立、数值解法以及与此有关的混沌现象、原因作了适当介绍。提高了对分析力学方法的重视程度,在虚位移概念的引入上具有自己特色。全书布局为教学中对不同内容的选择、侧重提供了条件,同时也为有兴趣做更深入一步研究的读者提供了方便。

理论力学是力学系列课程的第一门,为了给学生以整体印象,本书适当注意了与其他课程之间的过渡联系。第1章中,在讲述了“刚体上力系的等效及平衡”之后,专门安排了“变形体的平衡”一节,以提醒读者在以后研究变形体时如何把握其中的分寸;在第15章“虚位移原理”最后,提醒读者该原理也适用于无限自由度的弹性体,并可用有限自由度去逼近。

本书在张义忠教授主编的理论力学讲义的基础上修订而成,教研室集体编写,张克猛、张义忠任主编。其中刘睫编写第2章;赵玉成编写第3章;周进雄编写第4、5章;张亚红编写第6章;陈玲莉编写第7、8章;张克猛编写第11章和第12章的12.1、12.2、12.3节;王芳文编写第13、14章和第17章的17.2节;韩省亮编写第15、16章和第17章的17.1节;其余章节由张义忠编写。最后由张克猛统一定稿。

由于时间仓促,书中难免有不妥和疏忽之处,衷心希望读者提出批评和指正。

编 者

2007年7月于西安交通大学

目 录

前言

绪论	1
----	---

第一篇 静 力 学

第 1 章 静力学基础	5
1.1 力及其表示法	5
1.2 共点力系	7
1.3 刚体与变形体	10
1.4 刚体上力系的等效及平衡	10
1.5 变形体的平衡	14
1.6 常见约束 约束反力	16
1.7 分析受力 受力图	21
思考空间	24
习题	24
第 2 章 作用于刚体的力系等效简化	27
2.1 力矩	27
2.2 力偶的概念和性质	30
2.3 力偶系的合成与平衡	33
2.4 力的平移定理	36
2.5 空间任意力系向一点简化结果	37
2.6 空间任意力系合成结果的讨论	38
2.7 固定端约束	40
思考空间	40
习题	41
第 3 章 平面力系的平衡问题	45
3.1 平面力系合成结果及平衡方程	45
3.2 刚体系统的平衡	49
3.3 静定、静不定问题	53
思考空间	54
习题	55

第4章 空间平衡问题	59
4.1 空间力系的平衡方程	59
4.2 空间平行力系的平衡方程	59
思考空间	62
习题	62
第5章 静力学专题	65
5.1 桁架的静态实验与设计分析计算	65
5.2 摩擦	69
习题	77

第二篇 运 动 学

第6章 运动学基础	79
6.1 机构运动简图	80
6.2 点的运动	83
6.3 刚体的基本运动	92
思考空间	98
习题	99
第7章 点的复合运动	103
7.1 复合运动中的基本概念	103
7.2 速度合成定理	105
7.3 加速度合成定理	112
思考空间	122
习题	123
第8章 刚体的平面运动	129
8.1 刚体平面运动基本概念及运动方程	129
8.2 刚体平面运动分解为平动和转动	130
8.3 刚体平面运动的速度分析	131
8.4 刚体平面运动的加速度分析	138
8.5 刚体平面运动与点的复合运动综合应用	144
*8.6 刚体绕平行轴转动的合成	150
思考空间	153
习题	154
*第9章 刚体定点运动和刚体一般运动	163
9.1 定点运动刚体的位置描述 欧拉角	163
9.2 定点运动刚体的瞬时转轴 微小转角的矢量性质	166

9.3 定点运动刚体的角速度 刚体上各点的速度	168
9.4 定点运动刚体的角加速度 刚体上各点的加速度	171
9.5 刚体绕相交轴转动的合成	172
9.6 刚体一般运动	179
思考空间	182
习题	182

第三篇 动 力 学

第 10 章 质点运动微分方程	184
10.1 研究质点动力学的意义和方法	184
10.2 质点运动微分方程	185
* 10.3 运动微分方程的数值解法	191
* 10.4 非线性系统的混沌现象	194
* 10.5 质点在非惯性系中的运动	200
思考空间	204
习题	205
第 11 章 质点系动量定理与动量矩定理	207
11.1 质点的动量定理与动量矩定理	207
11.2 质点系动量定理	209
11.3 质点系动量矩定理	217
思考空间	225
习题	225
第 12 章 刚体动力学——矢量力学方法	230
12.1 质点系对质心的动量矩定理	230
12.2 刚体平面运动微分方程	231
12.3 刚体系统平面运动动力学	234
* 12.4 刚体定点运动微分方程	238
* 12.5 刚体一般运动微分方程	250
思考空间	254
习题	255
第 13 章 动能定理	258
13.1 力的功	258
13.2 动能	262
13.3 动能定理	265
13.4 约束力和质点系内力的功	266

13.5 动能定理的应用举例.....	268
13.6 功率方程 机械效率.....	272
13.7 动力学综合问题举例.....	274
思考空间.....	279
习题.....	280
第14章 达朗贝尔原理	283
14.1 惯性力 质点的达朗贝尔原理.....	283
14.2 刚体达朗贝尔原理.....	284
14.3 转动刚体的轴承动约束力.....	292
思考空间.....	296
习题.....	296
第15章 虚位移原理	300
15.1 对矢量力学方法的回顾.....	300
15.2 约束及其分类 约束方程 自由度.....	301
15.3 虚位移.....	304
15.4 理想约束.....	307
15.5 虚位移原理.....	308
15.6 多自由度情况下的虚位移原理.....	317
思考空间.....	320
习题.....	322
第16章 拉格朗日方程	324
16.1 动力学普遍方程.....	324
16.2 拉格朗日第二类方程.....	327
16.3 拉格朗日第二类方程的首次积分.....	333
思考空间.....	338
习题.....	338
第17章 动力学专题	341
17.1 振动的基本理论.....	341
17.2 碰撞.....	361
习题.....	371
参考文献	375
习题答案	376

绪 论

1. 机械运动 平衡问题和动力学问题

理论力学研究物体机械运动的一般规律,是力学系列课程中的首门力学课程。所谓**机械运动**,是指所研究的物体相对于另外某物体空间位置随时间变化的一种运动形式,如果上述位置不随时间而变化,则称物体处于相对静止(简称静止)。其中的参照物体称为**参考体**。绝大多数工程问题,以地球表面为参考体足以满足要求。据此可把物体分为两大类,其中一类相对地面处于静止,如水利枢纽的拦江大坝,跨越江河、峡谷、海湾的桥梁,大型能源动力设备的定子,现代都市中林立的高层建筑等。我们称这类物体处于**平衡状态**^①。平衡包含着两层含义:首先是指一种特定的运动形式,通过观察、分析不难作出判断;其次则意味着为了维持平衡状态,物体所受各力之间必然存在着的某种确定关系,通常称为平衡条件,表达成数学形式则称为平衡方程。另一类物体则处于非平衡状态,如腾空而起的火箭,作特技表演的飞机,运转中的设备转子,执行读、写操作的磁盘,正在经历地震的建筑物等。在力学中我们把这类物体归结为动力学问题进行研究。动力学通常包含两方面的内容:即机械运动的描述方法以及运动与力之间的必然关系。为便于学习,本课程内容分为三大部分:

静力学 研究分析物体的受力及平衡问题。

运动学 从几何的角度研究物体的运动分析及描述方法,暂不涉及力。既作为动力学问题的准备,又有独立的应用意义。

动力学 研究物体运动与受力之间的关系,求解未知的运动量及力。

解决好一个力学问题,通常包含以下四方面工作:

(1) 围绕所要解决的问题,考察各相关因素的影响。在充分考虑各主要影响因素的前提下,忽略一些次要因素,建立合理的力学模型(又称物理模型)。

(2) 针对力学模型,运用相关的力学理论和数学工具,建立或推导所研究问题的基本方程,最后形成定解方程。此方程可能为线性代数方程、微分方程、非线性方程,或其他形式的方程。在此过程中允许从数学角度再进行某些“处理”,如约定函数的光滑程度、忽略高阶小量、实施逼近等,故又称为建立数学模型。

(3) 求得方程的解以及研究解的性质。简单情况下可以人工求解析解;对于复杂的问题则需借助计算机求数值解。

(4) 通过实验验证力学、数学模型的合理性,检测所得结果的可信度。必要时

① 对平衡概念更全面的表述是:物体相对惯性系静止或作匀速直线平动。

对模型作出修正。

对于具有创新意义的研究,上述各项工作可能要反复进行才能得出满意的成果。

2. 研究对象的初步分类

针对不同类型的研究对象在研究方法上差异是相当大的,初步分类如下:

质点 没有大小但具有质量的点。这一概念最初来自对天体的运动研究,与天体之间的超远距离相比,其自身的大小影响甚微,可视为质点。由牛顿定律即可建立质点的定解方程。

离散质点系 分散但相互间有某种联系的一群质点。如太阳系中的各天体以万有引力相互联系,即组成一个离散质点系。至于具体的力学模型中需要考虑哪些质点,则由所研究的问题而定。

连续体 我们周围的物体多数为具有一定大小,且质量连续分布的物体,称为连续体(与流体合称为连续介质)。物体的几何形状可能比较简单,也可能相当复杂。从逻辑上,连续体可看成由无限多个质点组成的连续质点系,但却并非通过逐一研究各质点就能达到解决问题的目的。因此建立直接研究连续质点系的有效工具就显得十分必要。

离散质点系和连续体统称为质点系,它们之间既有共性也有差别。这种差别主要体现在所使用的数学工具不同。

3. 矢量力学方法和分析力学方法

力学的研究方法可分成矢量力学方法(又称牛顿-欧拉力学)和分析力学方法(又称拉格朗日力学)。矢量力学通过力的大小、方向及力矩表达力的作用。该方法相对比较直观,在历史上形成较早,因而人们比较熟悉;分析力学则通过力的功(确切说是虚功)表达力的作用,是牛顿定律与数学工具(特别是变分工具)相结合的产物。这种方法相对出现较晚,因而人们相对比较生疏。

4. 与相关课程的联系和分工

早期的力学是物理学的一个组成部分,随着研究的深入逐渐从物理学中分离出来而成为一门独立的学科。物理学侧重于物质世界基本规律的探讨,力学则架起了基本物理规律与复杂工程实际间的一座桥梁。两者的重要差别在于研究对象类型的多样化及运动形式的复杂性。物理课程中已有的一些力学概念在本课程中将有新的内涵,物理课程中已有的一些力学定理在本课程中也将有新的应用形式。此外,本课程还将对分析力学的基础部分进行讨论。还将涉及诸如矢量、微分、矩阵、微分方程、数值方法、变分等多种数学工具。

作为力学系列中的首门课程,理论力学将为后续课程在分析约束、分析受力、力系等效简化和描述平衡、运动及动力学问题等方面提供综合性的支持平台;同时针对刚体力学模型建立起系统完整的研究方法。

第一篇 静 力 学

静力学的任务是用矢量力学的方法研究平衡问题(又称几何静力学),分刚体平衡和变形体平衡分别进行研究。这一方法的支撑点是力系的等效简化理论。该理论揭示了力系对物体作用的本质性因素,给出了以矢量力学形式表达的平衡条件。由此理论得出的一些结果在分析物体受力和建立平衡方程中也有重要应用。

第 1 章 静力学基础

本章将讨论力学模型中的几个重要内容:刚体的概念,常见约束的性质,物体受力和合乎规范的受力图。力系等效简化的物理依据是人们在生活与生产中长期观察、实践和实验所总结出的几条结论,经过严格的科学抽象和表述,其正确性已被公认,通常称之为静力学公理。其中有些在物理课中已经提供,而另一些则在本章形成。它们为建立静力学理论提供了物理依据,并在建立力学模型中具有重要的指导意义。

1.1 力及其表示法

1.1.1 力

力的概念在物理课程中已经涉及,现从本门课程的角度简述如下:力是物体之间相互的机械作用,它的效果是改变物体的运动状态(外效应)和使物体变形(内效应)。改变物体的运动状态,在静力学中可理解为使静止的物体开始运动。在动力学中则依据牛顿定律对不同的力学模型和不同的运动形式给出更明确的表述。力使物体产生变形,将在材料力学等课程中进行研究。力的作用效果取决于力的三要素:大小、方向、作用点。这意味着任何一个要素的改变或误判,都将导致该力的效果的改变。在国际单位制(SI)中力的单位是牛顿(N)或千牛顿(kN)等。

力是矢量,在几何上可以用一段矢线(带有箭头的有向线段)表示出力的全部要素:线段长度依比例表示力的大小,矢线方向即表示力的方向,矢线的起点(或终

点)则表示力作用点的位置,此外,还需标上代表该力的矢量名称^①,如图 1-1 所示。其中 F 表示力的大小和方向,下标 A 表示力的作用点。多数情况下 F_A 代表作用于 A 点的一个力,在运算表达式中也可视为一般的数学矢量。力的几何表示法主要用于物体的受力分析(绘制受力图)。

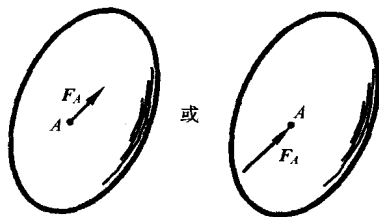


图 1-1

力是物体之间相互的机械作用,并服从于牛顿第三定律。本课程中把它列为静力学公理之一,称之为作用反作用公理。

作用反作用公理 当甲物体对乙物体有作用力的同时,甲物体也受到来自乙物体的反作用力;作用力与反作用力等值、反向、共线。

在对物体进行受力分析时必须遵循这一公理。否则会給解决问题造成致命性的错误。

1.1.2 力的投影和分析表示法

数学中已给出了矢量在给定轴或平面上的投影的定义(图 1-2)。据此,在建立直角坐标系后,即可计算力在坐标轴上的投影。设 x, y, z 轴的单位矢量为 i, j, k , 力 F 与 x, y, z 轴正向的夹角分别为 α, β, γ (图 1-3), 则力在坐标轴上的投影为

$$\left. \begin{aligned} F_x &= F \cos \alpha \\ F_y &= F \cos \beta \\ F_z &= F \cos \gamma \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

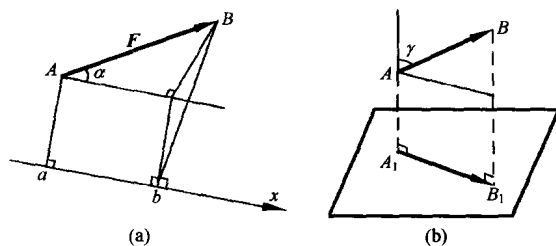


图 1-2

① 矢量名称在印刷出版物中的形式为黑体字符,如 F_A 。

力在坐标轴上的投影为代数量。在具体计算力的投影时可以先依据力与坐标轴正向所成的夹角确定投影的正负(锐角为正、钝角为负);再利用给定的几何数据计算投影的大小,其中包括了二次投影方法。

已知力的投影后,就可以用代数方法(又称为分析方法)表示力、力的关系及完成具体计算。其中一个最基本的关系式为

$$\mathbf{F} = F_x \mathbf{i} + F_y \mathbf{j} + F_z \mathbf{k} \quad (1-2)$$

称为力的分析表达式。

力的分析表示法只描述了力的方向及大小,力的作用点仍需通过受力图得以反映。

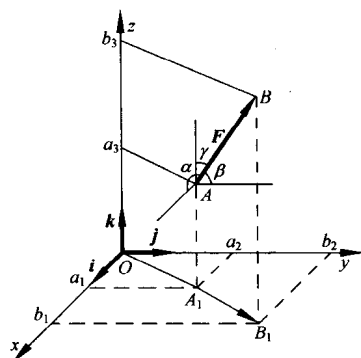


图 1-3

1.2 共点力系

作用于同一研究对象上的一群力称为一个力系。地球对一物体的引力实际上施加于该物体的每一点,我们把这类力称为分布力,也可看成一个力系。如果两个力系对物体作用后效果相同,则称此两力系等效,这是静力学中要讨论的重点内容。如果一个力和一个力系等效,则称此力为该力系的合力,我们将会看到并非任何一个给定的力系都能够合成一个合力。若力系中各力作用于物体的同一点,则称此力系为共点力系。本书中把此力系列为讨论力系等效简化及合成的基本力系之一。

1.2.1 力的平行四边形公理

物理力学中已通过实验归纳出力的平行四边形法则,本课程中称之为力的平行四边形公理。

力的平行四边形公理 作用在物体上一点 A 的两个力 $\mathbf{F}_1$ 和 $\mathbf{F}_2$ 可以合成一个合力;合力的作用点也为 A ,合力的大小方向由以 $\mathbf{F}_1$ 和 $\mathbf{F}_2$ 为邻边所作平行四边形的对角线表示(图 1-4)。

此公理是讨论力系合成简化的物理基础。对它的全面理解包括:适用条件,合成结果,合力的大小、方向及作用点。从数学角度看,合力的大小和方向即 $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$ 的矢量和

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$

若先作出第一个矢量,再把第二个矢量的起点置于第一个矢量的终点,则从第一矢量的起点指向第二个矢量终点的矢量即表示合力的大小和方向(图 1-5),此

法称为力的三角形方法。

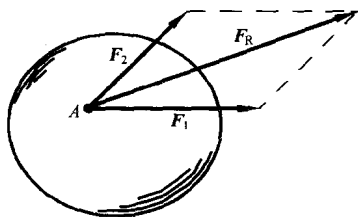


图 1-4

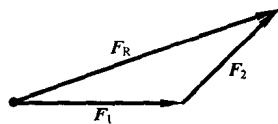


图 1-5

反之,也可以把一个力按平行四边形法则进行分解,并用来表示待求的未知约束力或计算力的投影、力矩、功等。但不提倡直接用力分解去解平衡问题。

1.2.2 共点力系的合成

给定作用于物体上的共点力系($F_1, F_2, F_3, \dots, F_n$) (图 1-6)。可以运用力的平行四边形公理求得 F_1, F_2 的合力,再求此合力与 F_3 的合力,以此类推。可得出以下结论:一般情况下一个共点力系可合成一个合力;此合力的作用点即力系中各力的共同作用点,合力的大小、方向等于力系中各力的矢量和,即

$$F_R = \sum F_i \quad (1-3)$$

力矢量求和可用几何方法完成,如图 1-7 所示,先作出代表 F_1 的矢量 AA_1 ,再以 A_1 为起点作代表 F_2 的矢量 A_1A_2 ,以此类推得到一组折线 $A_1A_2 \dots A_n$,称为力多边形,该方法称为力多边形方法。矢量 $\overrightarrow{AA_n}$ 称为力多边形的封闭边,即代表了力系合力的大小及方向。

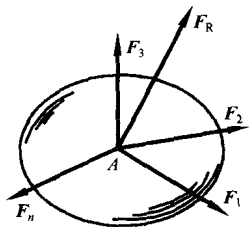


图 1-6

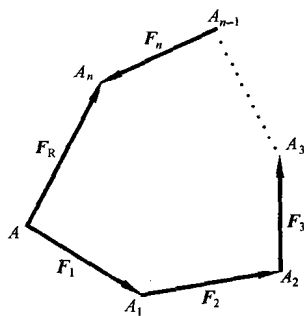


图 1-7

受力图是力学模型的组成部分,而力多边形仅是数学中矢量的一种运算,两者应当区分并分别作出。当力多边形为特殊的三角形、矩形、正方形、正多边形时,用

几何法可方便地求得力系的合力大小和方向。若变动求和次序,力多边形的形状也随之改变,但不影响最终的合成结果。

矢量求和也可用分析法,但需建立一个直角坐标系 $Oxyz$,将式(1-3)投影到 x, y, z 轴则得到

$$\left. \begin{aligned} F_{Rx} &= \sum F_x \\ F_{Ry} &= \sum F_y \\ F_{Rz} &= \sum F_z \end{aligned} \right\} \quad (1-4)$$

即共点力系合力在某一轴上的投影等于力系中各力在同一轴上投影的代数和。式中为了简化,略去了下标 i 。

1.2.3 共点力系的平衡条件

若一个力系施加在物体上不改变物体原有的运动状态,如使平衡的物体仍然保持平衡,则称此力系为平衡力系,或者说力系平衡。共点力系平衡的充分必要条件是合力为零,即

$$\sum F_i = 0 \quad (1-5)$$

以四个力为例,在几何方法中表现为力多边形的终点 A_4 与起点 A 重合,即共点力系平衡的几何条件是力多边形自行封闭(图 1-8)。

把式(1-5)投影到 x, y, z 轴,即可得到共点力系平衡的分析条件

$$\left. \begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ \sum F_y &= 0 \\ \sum F_z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-6)$$

即共点力系平衡的分析条件是各力在 x, y, z 轴上投影的代数和分别等于零。

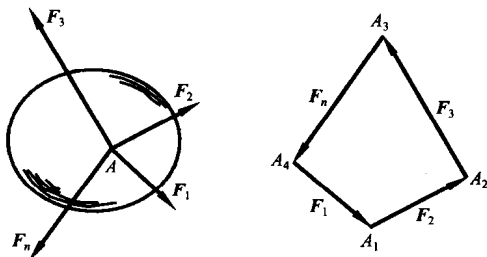


图 1-8