



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

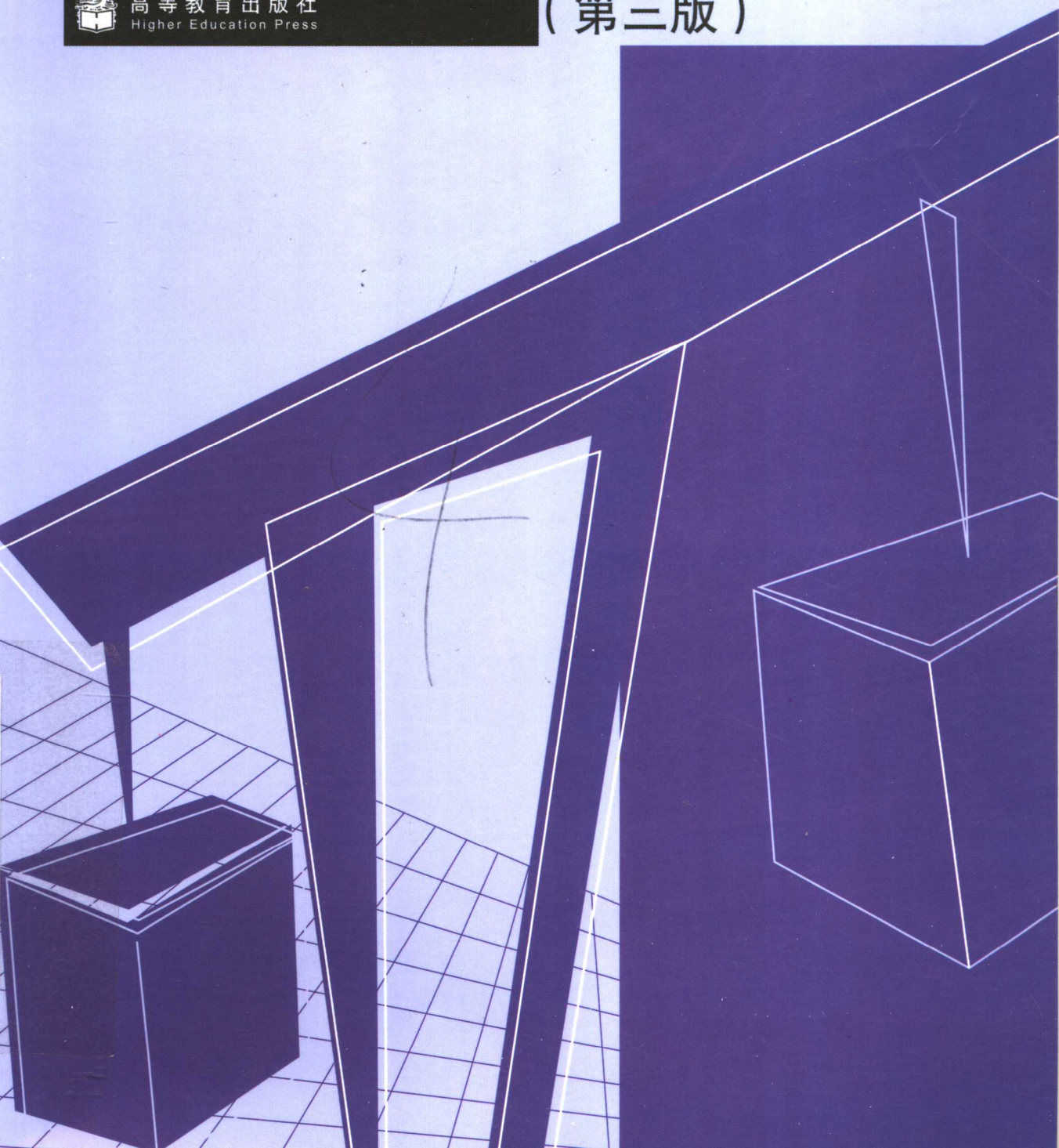
工程力学

(第一分册) 沈养中 主编



高等教育出版社
Higher Education Press

(第三版)



TB12/127

:1

2008



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

工 程 力 学

(第一分册) (第三版)

沈养中 主编

高等教育出版社
Higher Education Press

图书在版编目(CIP)数据

工程力学. 第1分册/沈养中主编. —3版. —北京:高等教育出版社, 2008. 1

ISBN 978-7-04-022985-1

I. 工… II. 沈… III. 工程力学-高等学校:技术学校-教材 IV. TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 178294 号

策划编辑	张骁军	责任编辑	张玉海	封面设计	张志奇	责任绘图	尹莉
版式设计	范晓红	责任校对	王超	责任印制	陈伟光		

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100011
总 机 010-58581000

经 销 蓝色畅想图书发行有限公司
印 刷 中青印刷厂

开 本 787×1092 1/16
印 张 14.25
字 数 340 000

购书热线 010-58581118
免费咨询 800-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landraco.com>
<http://www.landraco.com.cn>
畅想教育 <http://www.widedu.com>

版 次 1999 年 7 月第 1 版
2008 年 1 月第 3 版
印 次 2008 年 1 月第 1 次印刷
定 价 18.20 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 22985-00

第一版前言

本书是根据教育部 1996 年修订的高等工程专科力学课程教学基本要求编写的。

本书力求做到精选传统内容,讲清概念和公式,理论推导从简或略去,重视宏观分析,注重工程应用,体现少而精的原则。在传统的理论力学部分,不采用将力系分得过细,而是突出平面力系。对空间力系只作简单介绍。不采用按变形类型叙述的做法,而是按内力、应力和强度,变形和刚度这样常规的工程设计思路进行编排,并且突出应力和强度计算问题,对压杆稳定、动载荷及疲劳强度等问题作简单介绍。在传统的结构力学部分,突出超静定结构计算,并增加“矩阵位移法”一章,让学生了解结构计算的现代方法。担任本书编写工作的有:河北工程技术高等专科学校沈养中(第一分册第一、二、三、四、十章),华南建设学院孙峰(第二分册第四、五、六章及附录一),南昌水利水电高等专科学校万度(第一分册第九章及第二分册第一、二、三章),太原电力高等专科学校张常青(第一分册第七、八章),常州工业技术学院唐国兴(第一分册第五、六、十一章)。本书由沈养中任主编,孙峰任副主编。全书由沈养中统稿。

本书承教育部高工专力学课程指导委员会主任陈贵龄、海南大学缪加玉教授、大连理工大学郑芳怀教授、南京机械高等专科学校张秉荣教授、南京交通高等专科学校许囊中教授和青岛化工学院张文教授审阅,他们对书稿提出了许多宝贵意见,对此,编者表示衷心的感谢。

在本书的编写过程中,许多同行提出了很好的意见和建议,在此一并表示感谢。

鉴于编者水平有限,书中难免会有不妥之处,敬请同行和广大读者批评指正。

编者

1999 年 3 月

第二版前言

本书是在第一版的基础上,依据教育部制定的高职高专力学课程教学基本要求进行修订的。

本次修订继续保持第一版教材的特色,进一步精选传统内容、突出工程应用,进一步注意内容的深入浅出、通俗易懂。修订工作有以下几个方面:

1. 对原书第一分册的少量内容和第二分册的大部分内容进行了改写,使之更便于教与学。

2. 为便于学生自学,在每章前增加了内容提要。为加强基本内容的训练,每章后增加了思考题,并对部分习题进行了调整。

3. 考虑到稳定性计算在杆件计算中的重要地位,将原书的第一分册的第11章分为两章:本书第一分册的第10章“压杆稳定”和第12章“动载荷与交变应力”。

4. 为让学生了解结构计算的现代方法,本书第二分册仍保留“矩阵位移法”一章,但进行了改写,使之更易于理解,并用C语言重新编制了连续梁计算源程序。

5. 考虑到动力分析的工程应用日趋重要,在本书第二分册的第6章“结构计算的其他问题”中增加了“结构动力分析简介”一节。

6. 按有关标准、规范的要求,统一了全书的符号、名词和术语。

参加本次修订工作的有:沈养中(第一分册第1至9章、第11章、第二分册第1至3章)、石静(第二分册第4、6章)、李桐栋(第一分册第10、12章、第二分册第5章)。全书由沈养中统稿。

本书第一分册承李永年、第二分册承薛光瑾审阅,他们对书稿提出了许多宝贵意见,对此,编者表示衷心的感谢。

在本书的修订过程中,许多同行提出了很好的意见和建议,在此一并表示感谢。

鉴于编者水平有限,书中难免会有不妥之处,敬请同行和广大读者批评指正。

编者

2003年3月

第三版前言

本书的宗旨是使学生在较少的学时内,掌握工程力学的基本原理和基本方法,掌握分析和解决简单的工程力学问题的能力,为今后的学习和工作打下坚实的基础。本书采用模块式和贯通式相结合的方式编写,兼顾近机、近土各类专业的不同需要,各专业可根据培养目标的要求选择若干相关模块组织教学。

本书是在第二版的基础上,根据高职高专教育的教学改革的新形势和高等教育大众化的特点修订而成的。本次修订继续保持了前两版教材的特色,进一步精选传统内容、强调基本概念、重视宏观分析、降低计算难度、突出工程应用、注重职业技能和素质的培养,进一步注意内容的深入浅出、通俗易懂,并配备了相应的教学软件包,便于教与学。修订工作主要有以下几个方面:

1. 删去了第二版第一分册的第4章“空间力系与重心”。
2. 将第二版第一分册的第7章“杆件的应力与强度计算”和第8章“复杂应力状态下杆件的强度计算”整合为一章:本书第一分册的第6章“杆件的应力与强度”。
3. 在“压杆稳定”一章中增加了“折减系数法”的内容。
4. 配备了相应的教学软件包。内容有电子教案、学生复习自测系统、试题库、素材库。

参加本次修订工作的有:徐州建筑职业技术学院沈养中(第一分册第1至7章、第9章,第二分册第1至3章)、河北工程技术高等专科学校石静(第二分册第4、6章)、李桐栋(第一分册第8、10章、第二分册第5章)。全书由沈养中统稿。

本书承同济大学博士生导师张若京教授及上海应用技术学院陈位官教授审阅。他们对书稿提出了许多宝贵意见,在此表示衷心的感谢。

在本书的修订过程中,许多同行提出了很好的意见和建议,在此一并表示感谢。

鉴于编者水平有限,书中难免会有不妥之处,敬请同行和广大读者批评指正。

编者

2007年7月

内容提要

本书是普通高等教育“十一五”国家级规划教材(高职高专教育),是在第二版的基础上根据高职高专教育的教学改革的新形势和高等教育大众化的特点修订而成的。

本书在编写、修订时精选传统内容、强调基本概念、重视宏观分析、降低计算难度、突出工程应用、注重职业技能和素质的培养,注意内容的深入浅出、通俗易懂,并配备了相应的教学软件包,便于教与学。本书采用模块式和贯通式相结合的方式编写,兼顾近机、近土各类专业的不同需要。

全书分为两分册。第一分册内容涵盖了原有理论力学和材料力学两门课程的主要内容,包括绪论、刚体静力分析基础、平面力系、弹性变形体静力分析基础、杆件的内力、杆件的应力与强度、杆件的变形与刚度、压杆稳定、运动力学基础、动载荷与交变应力。第二分册包含结构力学的主要内容,包括绪论、几何组成分析、静定结构的内力与位移、超静定结构的内力、矩阵位移法、结构计算的其他问题。每章后有思考题和习题,书后附习题答案。

本书可作为高等职业学校、高等专科学校、成人高校和本科院校举办的二级职业技术学院和民办高校的近机、近土各类专业工程力学课程的教材,也可作为有关工程技术人员的参考用书。

目 录

第 1 章 绪论	1	§ 6-6 杆件在拉(压)与弯曲组合变形时的应力与强度	108
§ 1-1 工程力学的研究对象与基本任务	1	§ 6-7 杆件在弯曲与扭转组合变形时的应力与强度	112
§ 1-2 工程力学中的力学模型与研究方法	2	§ 6-8 连接件的剪切与挤压强度	116
思考题	3	思考题	119
第 2 章 刚体静力分析基础	4	习题	121
§ 2-1 力与力偶	4	第 7 章 杆件的变形与刚度	129
§ 2-2 约束与约束力	9	§ 7-1 杆件拉(压)时的变形	129
§ 2-3 受力分析与受力图	12	§ 7-2 圆轴扭转时的变形与刚度	131
思考题	15	§ 7-3 梁弯曲时的变形与刚度	133
习题	16	思考题	141
第 3 章 平面力系	20	习题	141
§ 3-1 平面力系向一点的简化	20	第 8 章 压杆稳定	144
§ 3-2 平衡方程及其应用	25	§ 8-1 压杆稳定的概念	144
§ 3-3 考虑摩擦时的平衡问题	36	§ 8-2 压杆的临界力与临界应力	145
思考题	41	§ 8-3 压杆的稳定校核	148
习题	43	思考题	152
第 4 章 弹性变形体静力分析基础	50	习题	153
§ 4-1 变形固体的基本假设	50	第 9 章 运动力学基础	155
§ 4-2 内力与应力	51	§ 9-1 点与刚体的运动	155
§ 4-3 变形与应变	53	§ 9-2 刚体定轴转动微分方程	167
§ 4-4 杆件的变形形式	54	§ 9-3 动能定理	172
思考题	56	§ 9-4 动静法	177
习题	56	思考题	182
第 5 章 杆件的内力	57	习题	183
§ 5-1 杆件拉(压)时的内力	57	第 10 章 动载荷与交变应力	188
§ 5-2 杆件扭转时的内力	59	§ 10-1 构件作匀加速直线运动和匀速转动时的应力与强度	188
§ 5-3 杆件弯曲时的内力	62	§ 10-2 构件的疲劳极限与疲劳强度	191
思考题	72	思考题	194
习题	74	习题	194
第 6 章 杆件的应力与强度	78	附录一 型钢规格表	196
§ 6-1 材料拉(压)时的力学性能	78	附录二 习题参考答案	210
§ 6-2 杆件拉(压)时的应力与强度	82	主要参考书目	217
§ 6-3 圆轴扭转时的应力与强度	86		
§ 6-4 梁弯曲时的应力与强度	89		
§ 6-5 应力状态和强度理论	99		

第1章 绪 论

本章介绍工程力学的研究对象与基本任务,工程力学中的力学模型与研究方法。

§ 1-1 工程力学的研究对象与基本任务

工程中各种各样的建筑物、机械等都是由若干构件(或零件)按照一定的规律组合而成的,称为结构。结构和构件都是肉眼能分辨的,并且相对于地球静止或以速度远小于光速而运动的宏观物体,它们就是工程力学的研究对象。

物体在空间的位置随时间的改变,称为机械运动,例如车辆的行驶、机器的运转等。机械运动具有相对性。因此,在研究一个物体的运动时,必须选定另一个物体作为参考体。在绝大多数工程问题中,都把地球作为参考体。若物体相对于地球静止或作匀速直线运动,则称物体处于平衡状态。平衡是机械运动的特殊情况。作用于物体上的诸力必须满足一定的条件,物体才能处于平衡状态。根据这种平衡条件,可以由作用于物体上的已知力求出未知的力,这一过程称为静力分析。对处于平衡状态的物体进行静力分析是工程力学的一项任务。

当作用于物体上的诸力不满足平衡条件时,物体将改变其原有的静止或运动状态。研究物体运动时其位置变化的规律——轨迹、速度和加速度等,建立物体的运动状态的变化与作用于其上力之间的关系是工程力学的又一项任务。

工程结构和构件受力作用而丧失正常功能的现象,称为失效。在工程中,要求构件不发生失效而能安全正常工作,其衡量的标准主要有以下三个方面:

- (1) 不发生破坏(屈服或断裂),即具有足够的强度;
- (2) 发生的变形在工程容许的范围内,即具有足够的刚度;
- (3) 不丧失原来形状下的平衡状态,即具有足够的稳定性。

工程力学的另一项任务是研究构件的强度、刚度和稳定性问题,提供有关的理论方法和试验技术,合理确定构件的材料和形状尺寸,达到安全和经济美观的要求。

工程构件的形状是多种多样的,根据几何形状和尺寸的不同,通常分为杆、板(如楼板)、壳(如薄壳)、块体(如水坝)等。杆是最常见的一种工程构件。所谓杆件是指长度方向的尺寸远大于宽度和厚度方向尺寸的构件(图1-1)。例如,建筑结构中的梁、柱,机械结构中的传动轴等。与杆件长度方向垂直的截面称为横截面,所有横截面形心的连线称为杆件的轴线。轴线为直线的杆称为直杆,所有横截面都相同的直杆称为等直杆。由杆件组成的结构称为杆件结构,其强度、刚度和稳定性问题,将在第二分册中介绍。

从土木工程建筑物的设计和施工,机械的制造和运转,到卫星、飞船的发射和运行,都与工程

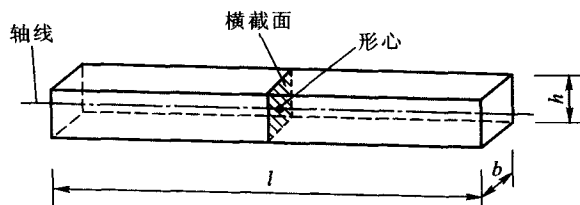


图 1-1

力学密切相关。目前,工程力学已渗透到一些非传统的应用领域,如体育运动、医学等。因此,除工科专业的学生以外,其他专业的学生或多或少地掌握一些工程力学的基本知识是大有裨益的。

§ 1-2 工程力学中的力学模型与研究方法

工程力学的研究对象往往比较复杂,在对其进行力学分析时,首先必须根据研究问题的性质,抓住其主要特征,忽略一些次要因素,对其进行合理的简化,科学地抽象出力学模型。

物体在受力后都要发生变形,但在大多数工程问题中这种变形是极其微小的。当分析物体的平衡和运动规律时,这种微小变形的影响很小,可略去不计,而认为物体不发生变形。这种在受力时保持形状、大小不变的力学模型称为刚体。由若干个刚体组成的系统称为刚体系。此外,在分析物体的运动规律时,如果物体的形状和尺寸对运动的影响很小,则可将物体抽象为质点。质点是指具有质量而形状、大小可忽略不计的力学模型。由有限个或无限个质点组成的系统,称为质点系。质点系具有确定的质量,在空间占有确定的位置,但各质点之间的相互位置可以是固定不变的,也可以是变化的。前者称为不变质点系,例如刚体;后者称为可变质点系,例如,机器就是由许多零部件按一定方式连接起来的可变质点系。

一个物体究竟应该看做质点还是刚体,完全取决于所研究问题的性质,而不决定于物体本身的形状和尺寸。例如,一辆汽车行驶时,虽然它的尺寸不小,而且各部分的运动情况也各不相同,但若只研究汽车整体的速度、加速度等运动规律时,就可把它抽象为一个质点。又如,仪表的指针虽然尺寸不大,但在研究它的转动时,就必须将它看做刚体。即使是同一个物体,在不同的问题中,随问题性质的不同,有时要看做质点,有时要看做刚体。例如沿轨道滚动的火车车轮,在分析轮心运动的速度、加速度时,可以把它看做一个质点,而在分析轮子绕轴转动和轮子上各点的运动时,就必须把它看做一个刚体。

当分析强度、刚度和稳定性问题时,由于这些问题都与变形密切相关,因而即使是极其微小的变形也必须加以考虑,这时就必须把物体抽象为变形体这一力学模型。

理论分析、试验分析和计算机分析是工程力学中三种主要的研究方法。理论分析是以基本概念和定理为基础,经过严密的数学推演,得到问题的解析解答。它是广泛使用的一种方法。构件的强度、刚度和稳定性问题都与所选材料的力学性能有关。材料的力学性能是材料在力的作用下,抵抗变形和破坏等表现出来的性能,它必须通过材料试验才能测定。另外,对于现有理论

还不能解决的某些复杂的工程力学问题,有时要依靠试验方法得以解决。因此,试验方法在工程力学中占有重要的地位。随着计算机的出现和飞速发展,工程力学的计算手段发生了根本性变化,使许多过去手算无法解决的问题,例如几十层的高层建筑的结构计算,现在仅用几小时便得到全部结果。不仅如此,在理论分析中,可以利用计算机得到难于导出的公式;在试验分析中,计算机可以整理数据、绘制试验曲线、选用最优参数等。计算机分析已成为一种独特的研究方法,其地位将越来越重要。应该指出,上述工程力学的三种主要的研究方法是相辅相成、互为补充、互相促进的。在学习工程力学经典内容的同时,掌握传统的理论分析与试验分析方法是很重要的,因为它是进一步学习工程力学其他内容以及掌握计算机分析方法的基础。

思 考 题

- 1-1 工程力学的研究对象是什么?
- 1-2 工程力学的基本任务有哪些?
- 1-3 何为杆件? 试举出工程中杆件的实际例子。
- 1-4 工程力学中有哪几种力学模型? 选取力学模型的原则是什么?
- 1-5 工程力学中有哪些研究方法?

第2章 刚体静力分析基础

本章介绍力的概念和性质,力矩的概念和计算,力偶的概念和性质,约束与约束力的概念,工程中常见的约束与约束力,物体的受力分析与受力图。这些构成了刚体静力分析的基础。

§2-1 力与力偶

2-1-1 力的概念和性质

1. 力的概念

力是物体间相互的机械作用,这种作用使物体的运动状态或形状发生改变。

力对物体的作用结果称为力的效应。力使物体运动状态(即速度)发生改变的效应称为运动效应或外效应;而力使物体的形状发生改变的效应称为变形效应或内效应。

力的运动效应分为移动效应和转动效应两种。例如,球拍作用于乒乓球上的力如果不通过球心,则球在向前运动的同时还绕球心旋转。前者为移动效应,后者为转动效应。

实践表明,力对物体的效应取决于力的大小、方向和作用点,称之为力的三要素。

在国际单位制(SI)中,力的单位为 N 或 kN。

力的方向包含方位和指向。例如,力的方向是“铅直向下”,“铅直”是力的方位,“向下”则是力的指向。

力的作用点是指力在物体上的作用位置。实际上,力总是作用在一定的面积或体积范围内,是分布力。但当力作用的范围与物体相比很小以至可以忽略其大小时,就可近似地看成一个点。作用于一点上的力称为集中力。

力既有大小又有方向,因而力是矢量。它可用带箭头的直线段表示(图2-1)。规定用黑体字母 $\boldsymbol{F}$ 表示力,而用普通字母 F 表示力的大小。通过力的作用点 A 并沿着力的方位的直线 KL ,称为力的作用线。

作用于一个物体上的若干个力称为力系。如果二个力系对物体的运动效应完全相同,则该两力系称为等效力系。如果一个力与一个力系等效,则此力称为该力系的合力,而该力系中的各力称为合力的分力。如果物体在一个力系的作用下处于平衡状态,则该力系称为平衡力系。使一个力系成为平衡力系的条件称为力系的平衡条件。

2. 力的性质

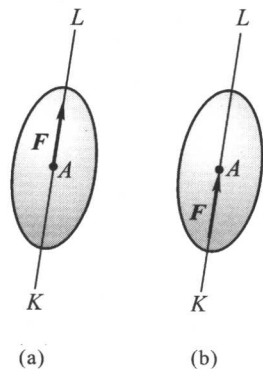


图 2-1

实践表明,力有如下一些性质:

(1) 作用于同一刚体上的两个力使刚体保持平衡的充分必要条件是:这两个力大小相等,方向相反,作用在同一直线上。这一性质也称为**二力平衡公理**。受两个力作用处于平衡的构件称为**二力构件**。

(2) 在作用于刚体上的任一已知力系中,加上或减去任一平衡力系,并不改变原力系对刚体的效应。这一性质也称为**加减平衡力系公理**。

由上可得如下推论:作用于刚体上的力可沿其作用线移动到该刚体上任一点,而不改变此力对刚体的效应。这一推论称为**力的可传性原理**。

必须指出,上面的性质只适用于刚体,不适用于变形体。例如,绳索的两端若受到大小相等、方向相反、沿同一直线的两个压力的作用,则其不会平衡(图 2-2a);变形杆在平衡力系 F_1 、 F_2 作用下产生拉伸变形(图 2-2b),若除去这一对平衡力,则杆就不会发生变形;若将力 F_1 、 F_2 分别沿作用线移到杆的另一端,则杆将产生压缩变形(图 2-2c)。

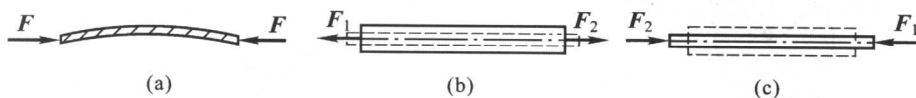


图 2-2

(3) 如果把在某一力系作用下处于平衡的变形体刚化为刚体,则该物体的平衡状态不会改变。这一性质也称为**刚化原理**。由此可知,作用于刚体上的力系所必须满足的平衡条件,在变形体平衡时也同样必须遵守。

(4) 作用于物体上同一点的两个力的合力,等于这两个力的矢量和(图 2-3a),即

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$

这一性质也称为**力的平行四边形法则**。有时为了方便,可由 A 点作矢量 $\mathbf{F}_1$,再由 $\mathbf{F}_1$ 的末端 B 作矢量 $\mathbf{F}_2$,则矢量 $\overrightarrow{AC}$ 即为合力 $\mathbf{F}$ (图 2-3b)。这种求合力的方法称为**力的三角形法则**。

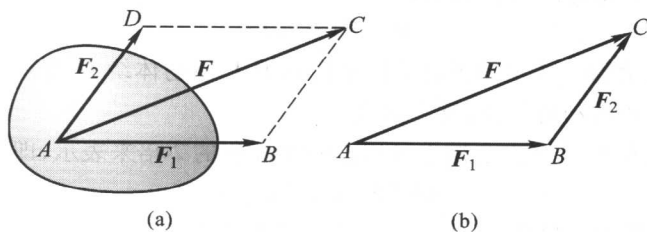


图 2-3

(5) 两物体间相互作用的力,总是大小相等、方向相反、沿同一直线,分别作用于该两物体上。这一性质也称为**作用与反作用定律**。

3. 汇交力系的合成

作用于物体上同一点的 n 个力 $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$ 、 $\dots$ 、 $\mathbf{F}_n$ 组成的力系,称为**汇交力系**。由性质(4),采用两两合成的方法(图 2-4),最终可合成为一个合力 $\mathbf{F}_R$,合力等于力系中各力的矢量和,即

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \cdots + \mathbf{F}_n = \sum \mathbf{F}_i \quad (2-1)$$

合力的作用线通过汇交点。

4. 三力平衡汇交定理

由力的性质(1)和(4)容易证明:当刚体受三个力作用而平衡时,若其中两个力的作用线相交于一点,则第三个力的作用线也通过该交点,且此三个力的作用线在同一平面内(图2-5)。

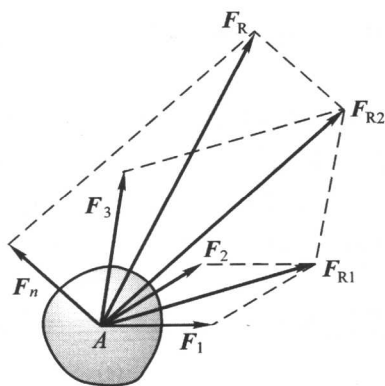


图 2-4

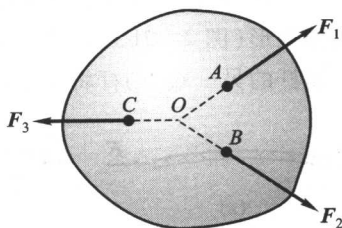


图 2-5

2-1-2 力对点之矩

1. 力矩的概念

用扳手拧紧螺母时,作用于扳手上的力 $\mathbf{F}$ 使扳手绕 O 点转动(图2-6),其转动效应不仅与力的大小和方向有关,而且与 O 点到力作用线的距离 d 有关。因此,将乘积 Fd 冠以适当的正负号,称为力 $\mathbf{F}$ 对 O 点之矩,简称力矩,它是力 $\mathbf{F}$ 使物体绕 O 点转动效应的度量,用 $M_o(\mathbf{F})$ (或在不致产生误解的情况下简写成 M_o) 表示,即

$$M_o(\mathbf{F}) = \pm Fd \quad (2-2a)$$

O 点称为矩心, d 称为力臂。式中的正负号用来区别力 $\mathbf{F}$ 使物体绕 O 点转动的方向,并规定:力 $\mathbf{F}$ 使物体绕 O 点逆时针转动时为正,反之为负。

由图2-6可知,力 $\mathbf{F}$ 对 O 点之矩也可用 $\triangle OAB$ 面积的2倍来表示,即

$$M_o(\mathbf{F}) = \pm 2A_{\triangle OAB} \quad (2-2b)$$

力矩在下列两种情况下等于零:力等于零或力的作用线通过矩心。

力矩的单位为 $\text{N} \cdot \text{m}$ 或 $\text{kN} \cdot \text{m}$ 。

2. 合力矩定理

设力 $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$ 作用于物体上 A 点,其合力为 $\mathbf{F}_R$ (图2-7)。任取一 O 点为矩心,作 x 轴垂直 OA ,并过各力矢端 B 、 C 、 D 作 x 轴的垂线,设垂足分别为 b 、 c 、 d 。各力对 O 点之矩分别为

$$M_o(\mathbf{F}_1) = -2A_{\triangle OAB} = -OA \cdot Ob$$

$$M_o(\mathbf{F}_2) = -2A_{\triangle OAC} = -OA \cdot Oc$$

$$M_o(\mathbf{F}_R) = -2A_{\triangle OAD} = -OA \cdot Od$$

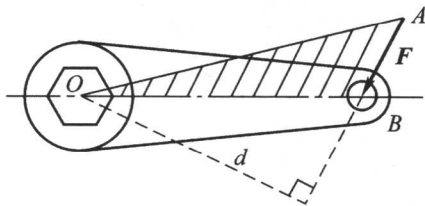


图 2-6

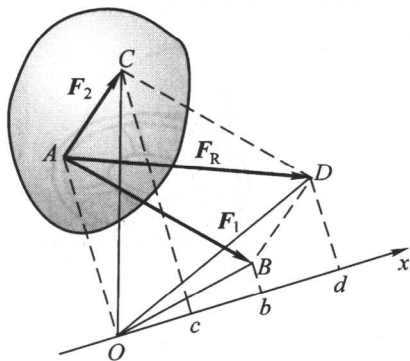


图 2-7

因

$$Od = Ob + Oc$$

故

$$M_o(F_R) = M_o(F_1) + M_o(F_2)$$

一般地,若在 A 点作用有 n 个力,则有

$$M_o(F_R) = M_o(F_1) + M_o(F_2) + \cdots + M_o(F_n) = \sum M_o(F_i) \quad (2-3)$$

即合力对平面内任一点之矩等于各分力对同一点之矩的代数和。这就是合力矩定理。

对于有合力的其他力系,合力矩定理同样成立。

例 2-1 一齿轮受到与它啮合的另一齿轮的作用力 $F = 1 \text{ kN}$ 的作用(图 2-8)。已知压力角 $\theta = 20^\circ$, 节圆直径 $D = 0.16 \text{ m}$, 求力 F 对齿轮轴心 O 之矩。

解 用两种方法计算力 F 对 O 点之矩。

方法一 由力矩的定义,得

$$M_o(F) = -Fd = -F \frac{D}{2} \cos \theta = -75.2 \text{ N} \cdot \text{m}$$

负号表示力 F 使齿轮绕 O 点作顺时针转动。

方法二 将力 F 分解为圆周力 $F_t = F \cos \theta$ 和径向力 $F_r = F \sin \theta$ 。由合力矩定理,得

$$M_o(F) = M_o(F_t) + M_o(F_r)$$

因力 F_r 通过矩心 O , 故 $M_o(F_r) = 0$, 于是

$$M_o(F) = M_o(F_t) = -F_t \frac{D}{2} = -F \cos \theta \frac{D}{2} = -75.2 \text{ N} \cdot \text{m}$$

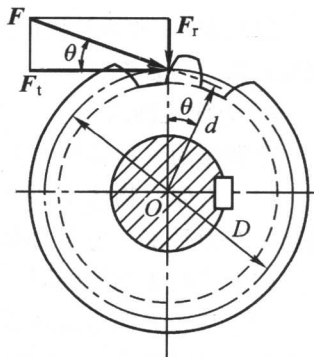


图 2-8

2-1-3 力偶的概念和性质

1. 力偶的概念

在日常生活和工程中,经常会遇到物体受大小相等、方向相反、作用线互相平行的两个力作用的情形。例如,汽车司机用双手转动方向盘(图 2-9a),钳工用丝锥攻螺纹(图 2-9b)等。实

实践证明,这样的两个力 F 、 F' 对物体只产生转动效应,而不产生移动效应,把它称为力偶,用符号 (F, F') 表示。

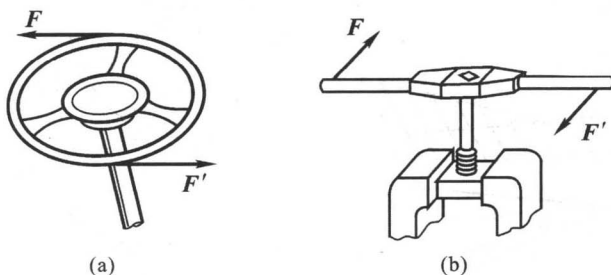


图 2-9

力偶所在的平面称为力偶的作用面,力偶的两个力作用线间的距离称为力偶臂。

在力偶作用面内任取一 O 点为矩心(图 2-10),设 O 点与力 F 的距离为 x ,力偶臂为 d ,则力偶的两个力对 O 点之矩的和为

$$M_O(F) + M_O(F') = -Fx + F'(x + d) = Fd$$

这一结果与 O 点的位置无关。因此,将力偶的力 F 与力偶臂 d 的乘积冠以适当的正负号,作为力偶对物体转动效应的度量,称为力偶矩,用 M 表示,即

$$M = \pm Fd \quad (2-4)$$

式中的正负号规定为:力偶的转向是逆时针时为正,反之为负。

力偶矩的单位与力矩的单位相同。

实践表明,力偶对物体的转动效应决定于力偶矩的大小、转向和力偶作用面的方位,这三者称为力偶的三要素。

2. 力偶的性质

力偶作为一种特殊力系,具有如下独特的性质:

(1) 力偶对物体不产生移动效应,因此力偶没有合力。一个力偶既不能与一个力等效,也不能和一个力平衡。力与力偶是表示物体间相互机械作用的两个基本元素。

(2) 作用于刚体的同一平面内的两个力偶等效的充分必要条件是力偶矩彼此相等。

(3) 只要力偶矩保持不变,力偶可在其作用面内任意搬移,或者可以同时改变力偶中的力的大小和力偶臂的长短,力偶对刚体的效应不变。

根据这一性质,力偶除了用其力和力偶臂表示外(图 2-11a),也可以用力偶矩表示(图 2-11b、c)。图中箭头表示力偶矩的转向, M 则表示力偶矩的大小。

3. 平面力偶系的合成

设在刚体某平面内作用有两个力偶 M_1 和 M_2 (图 2-12a),力偶 M_1 为逆时针转向,其矩 M_1 为正值;力偶 M_2 为顺时针转向,其矩 M_2 为负值。任选一线段 $AB = d$ 作为公共力偶臂,将力偶 M_1 、 M_2 搬移,并把力偶中的力分别改变为(图 2-12b)

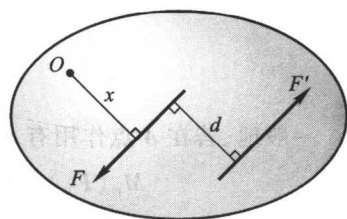


图 2-10

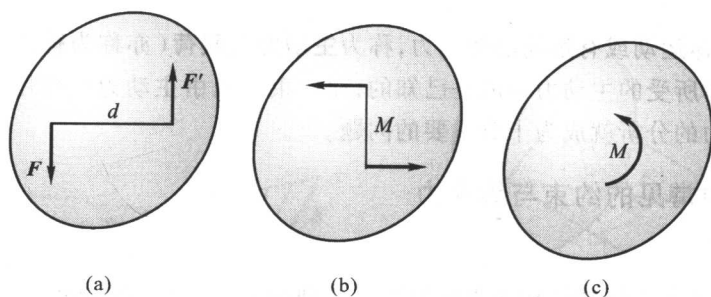


图 2-11

$$F_1 = F'_1 = \frac{M_1}{d}, F_2 = F'_2 = -\frac{M_2}{d}$$

根据性质(3),图 2-12a 与图 2-12b 是等效的。于是,力偶 M_1 与 M_2 可合成为一个合力偶(图 2-12c),其矩为

$$M = F_R d = (F_1 - F_2) d = M_1 + M_2$$

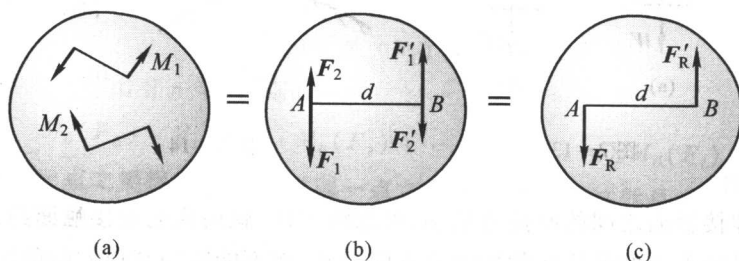


图 2-12

若有 n 个力偶作用于刚体的某一平面内,这种力系称为平面力偶系。采用上面的方法合成,可得一合力偶,合力偶的矩等于力偶系中各力偶矩的代数和,即

$$M = M_1 + M_2 + \cdots + M_n = \sum M_i \quad (2-5)$$

§ 2-2 约束与约束力

2-2-1 约束与约束力的概念

在空间可作任意运动的物体称为**自由体**。例如在空中飞行的飞机、火箭。如果物体受到某种限制,在某些方向不能运动,那么这样的物体称为**非自由体**。例如放在桌面上的书,它受到桌面的限制不能向下运动。把阻碍物体运动的限制条件称为**约束**。通常,限制条件由非自由体周围的其他物体构成,因而也将阻碍非自由体运动的周围物体称为约束。上述的桌面就是书的约束。

约束必然对物体作用一定的力以阻碍物体运动,这种力称为**约束力**,有时也称为**约束反力**(简称为**反力**)。约束力总是作用在约束与物体的接触处,其方向总是与约束所能限制的运动方