

新世纪 全国高等中医药院校规划教材

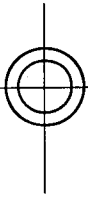


物理学实验

供中药类专业用

主编 邵建华 侯俊玲

中国中医药出版社



新世纪全国高等中医药院校规划教材

物 理 学 实 验

(供中药类专业用)

主 编 邵建华 (上海中医药大学)
侯俊玲 (北京中医药大学)
副主编 顾柏平 (南京中医药大学)
章新友 (江西中医学院)
高建平 (甘肃中医学院)
李 光 (长春中医药大学)
孙 铭 (首都医科大学)

中国中医药出版社

· 北 京 ·

图书在版编目 (CIP) 数据

**物理学实验/邵建华, 侯俊玲主编. —北京: 中国中医药出版社,
2007. 6**

新世纪全国高等中医药院校规划教材

ISBN 978-7-80231-211-1

**I. 物… II. ①邵…②侯… III. 物理学-实验-中医学院-教材
IV. 04-33**

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 073065 号

中国中医药出版社出版
北京市朝阳区北三环东路 28 号易亨大厦 16 层
邮政编码: 100013
传真: 64405750
北京时代华都印刷有限公司印刷
各地新华书店经销

*
开本 850×1168 1/16 印张 8.25 字数 185 千字
2007 年 6 月第 1 版 2007 年 6 月第 1 次印刷
书号 ISBN 978-7-80231-211-1 册数 5000

*
定价: 10.00 元

网址 www.cptcm.com

如有质量问题请与本社出版部调换

版权专有 侵权必究

社长热线 010 64405720

读者服务部电话 010 64065415 010 84042153

书店网址 csln.net/qksd/

全国高等中医药教材建设

专家指导委员会

- 名誉主任委员 李振吉 (世界中医药学会联合会副主席兼秘书长)
邓铁涛 (广州中医药大学教授)
- 主任委员 于文明 (国家中医药管理局副局长)
- 副主任委员 王永炎 (中国中医科学院名誉院长) 教授 中国工程院院士
高思华 (国家中医药管理局科技教育司司长)
- 委员 (按姓氏笔画排列)
- 马 骥 (辽宁中医药大学校长 教授)
- 王绵之 (北京中医药大学教授)
- 王 键 (安徽中医学院院长 教授)
- 王 华 (湖北中医学院院长 教授)
- 王之虹 (长春中医药大学校长 教授)
- 王乃平 (广西中医学院院长 教授)
- 王北婴 (国家中医药管理局中医师资格认证中心主任)
- 王新陆 (山东中医药大学校长 教授)
- 尤昭玲 (湖南中医药大学校长 教授)
- 石学敏 (天津中医药大学教授 中国工程院院士)
- 尼玛次仁 (西藏藏医学院院长 教授)
- 龙致贤 (北京中医药大学教授)
- 匡海学 (黑龙江中医药大学校长 教授)
- 任继学 (长春中医药大学教授)
- 刘红宁 (江西中医学院院长 教授)
- 刘振民 (北京中医药大学教授)
- 刘延祯 (甘肃中医学院院长 教授)
- 齐 昉 (首都医科大学中医药学院院长 教授)
- 严世芸 (上海中医药大学教授)
- 杜 健 (福建中医学院院长 教授)
- 李庆生 (云南中医学院院长 教授)
- 李连达 (中国中医科学院研究员 中国工程院院士)

- 李佃贵 (河北医科大学副校长 教授)
- 吴咸中 (天津中西医结合医院主任医师 中国工程院院士)
- 吴勉华 (南京中医药大学校长 教授)
- 张伯礼 (天津中医药大学校长 教授 中国工程院院士)
- 肖培根 (中国医学科学院研究员 中国工程院院士)
- 肖鲁伟 (浙江中医药大学校长 教授)
- 陈可冀 (中国中医科学院研究员 中国科学院院士)
- 周仲瑛 (南京中医药大学 教授)
- 周然 (山西中医学院院长 教授)
- 周铭心 (新疆医科大学副校长 教授)
- 洪净 (国家中医药管理局科技教育司副司长)
- 郑守曾 (北京中医药大学校长 教授)
- 范昕建 (成都中医药大学校长 教授)
- 胡之璧 (上海中医药大学教授 中国工程院院士)
- 贺兴东 (世界中医药学会联合会 副秘书长)
- 徐志伟 (广州中医药大学校长 教授)
- 唐俊琦 (陕西中医学院院长 教授)
- 曹洪欣 (中国中医科学院院长 教授)
- 梁光义 (贵阳中医学院院长 教授)
- 焦树德 (中日友好医院 主任医师)
- 彭勃 (河南中医学院院长 教授)
- 程莘农 (中国中医科学院研究员 中国工程院院士)
- 谢建群 (上海中医药大学常务副校长 教授)
- 路志正 (中国中医科学院 研究员)
- 颜德馨 (上海铁路医院 主任医师)
- 秘 书 长** 王 键 (安徽中医学院院长 教授)
- 洪 净 (国家中医药管理局科教司副司长)
- 办公室主任** 王国辰 (中国中医药出版社社长)
- 办公室副主任** 范吉平 (中国中医药出版社副社长)

前 言

“新世纪全国高等中医药院校规划教材”是依据教育部《关于“十五”期间普通高等教育教材建设与改革的意见》的精神，在教育部、国家中医药管理局规划指导下，由全国中医药高等教育学会组织、全国高等中医药院校联合编写、中国中医药出版社出版的高等中医药院校本科系列教材。

本系列教材采用了“政府指导、学会主办、院校联办、出版社协办”的运作机制。为确保教材的质量，在教育部和国家中医药管理局指导下，建立了系统完善的教材管理体制，成立了全国高等中医药专业教材建设专家指导委员会、全国高等中医药教材建设研究会，对本系列教材进行了整体规划，在主编遴选、教学大纲和教材编写大纲、教材质量等方面进行了严格的审查、审定。

本系列教材立足改革，更新观念，以新的专业目录为依据，以国家规划教材为重点，按主干教材、配套教材、改革创新教材分类，以宽基础、重实践为原则，是一套以国家规划教材为重点，门类齐全，适应培养新世纪中医药高素质、创造性人才需要的系列教材。在教材组织编写的过程中引入了竞争机制，教材主编和参编人员全国招标，按照条件严格遴选，专家指导委员会审议，择优确定，形成了一支以一线专家为主体，以老带新的高水平的教材编写队伍，并实行主编负责制，以确保教材质量。

本系列教材编写实施“精品战略”，从教材规划到教材编写、专家审稿、编辑加工、出版，都有计划、有步骤实施，层层把关，步步强化，使“精品意识”、“质量意识”贯彻全过程。每种教材的教学大纲、编写大纲、样稿、全稿，都经过专家指导委员会审定，都经历了编写会、审稿会、定稿会的反复论证，不断完善，重点提高内在质量。尤其是根据中医药教材的特点，在继承与发扬、传统与现代、理论与实践、中医与西医等方面进行了重点论证，并在继承传统精髓的基础上择优吸收现代研究成果；在写作方法上，大胆创新，使教材内容更为系统化、科学化、合理化，更便于教学，更利于学生系统掌握基本理论、基本知识和基本技能；注意体现素质教育和创新能力与实践能力的培养，为学生知识、能力、素质协调发展创造条件。

在出版方面，出版社全面提高“精品意识”、“质量意识”，从编辑、设计、印刷、装帧质量，在各个环节都精心组织、精心施工，力争出版高水平的精品教材，使中医药教材的出版质量上一个新台阶。

本系列教材按照中医药专业培养目标和国家中医药执业医师资格考试要求，以国家规划教材为重点，门类齐全，适合全国各高等中医药院校中医学专业、针灸推拿学专业、中药学专业本科教学使用。是国家中医执业医师资格考试、国家中医药专业技术人员职称资格考试的参考书。

值得提出的是，本系列教材在审定时，专家指导委员会王永炎院士、邓铁涛教授、任继学教授、肖培根院士、胡之璧院士等专家对教材书稿进行了严格把关，提出精辟的意见，对保证教材质量起了重要作用；本套教材的编写出版，得到中国中医药出版社和全国高等中医药院校在人力、物力上的大力支持，为教材的编写出版创造了有利条件。各高等中医药院校，既是教材的使用单位，又是教材编写任务的承担单位，在本套教材建设中起到了主体作用。在此一并致谢！

本系列教材在继承的基础上进行了一定力度的改革与创新，在探索的过程中难免有不足之处，甚或错漏之处，敬请各教学单位、各位教学人员在使用中发现问题，及时提出批评指正，以便我们重印或再版时予以修改，使教材质量不断提高，更好地适应新世纪中医药人才培养需要。

全国中医药高等教育学会
全国高等中医药教材建设研究会

新世纪全国高等中医药院校规划教材

《物理学实验》编委会

- 主 编 邵建华 (上海中医药大学)
侯俊玲 (北京中医药大学)
- 副主编 顾柏平 (南京中医药大学)
章新友 (江西中医学院)
高建平 (甘肃中医学院)
李 光 (长春中医药大学)
孙 铭 (首都医科大学)
- 编 委 (以姓氏笔画为序)
- 王 贺 (黑龙江中医药大学)
韦相忠 (广西中医学院)
杜 琰 (江西中医学院)
吴晓丹 (辽宁中医药大学)
何 跃 (湖南中医药大学)
张 莉 (北京中医药大学)
陈 亮 (南京中医药大学)
林 蓉 (上海中医药大学)
周恭勤 (山东中医药大学)
郭晓玉 (河南中医学院)
柴 英 (大连医科大学)
黄 浩 (福建中医学院)

编写说明

本书是根据新世纪全国高等中医药院校《物理学》教学大纲对物理实验的基本要求，参照近年来全国各院校物理实验教学改革的成果和经验编写而成。在编写过程中，我们既强调物理实验对学生实验能力和科学方法的培养和训练，又注重选择物理学与医药学关联比较密切的项目和应用，以激发学生的学习兴趣，达到更好的学习效果。

全书从物理学与医药学的结合点以及实际应用出发，精心挑选了包括力学、声学、流体力学、电磁学、物理光学等 16 个实验。每个实验都有明确的目的和要求，即实验原理、仪器说明、操作步骤、记录和计算等。另外，我们对实验数据的处理和误差的计算都有比较严格的要求，为学生今后从事专业实验和科学研究培养良好的实验规范和思维方式。参加本实验教材编写的是全国十五所高等中医药院校长期从事教学且经验丰富的专家教授。根据各院校实验仪器情况的不同，同一项实验中我们尽可能介绍几种仪器和不同方法，以供选用。

本教材可供高等中医药院校及相关医药院校的中药、药学、中药制剂、卫生管理等专业使用，也可供高职、成人高校等相关专业选用。

本教材突出物理学与医药学相结合的特色，通过物理实验的训练，提高学生分析问题和解决问题的能力，使理论与实践达到有机统一。教材在编写过程中，得到了各编委所在学校的大力支持。各位编委在实验的设计、材料的选择等编写过程中兢兢业业，付出了大量的心血。大连医科大学圆满地组织了教材的定稿会，在此一并表示由衷的感谢。

书中存在的缺陷和错误之处，恳切希望使用和阅读本书的广大师生提出宝贵意见，以便再版时改正。

编者

2007 年 5 月

目 录

绪论	1
实验一 基本测量	12
1-1 游标卡尺和螺旋测微计	12
1-2 读数显微镜和物理天平的使用	19
实验二 转动惯量的测量	23
实验三 液体黏滞系数的测定	27
3-1 用乌式黏度计测定酒精的黏滞系数	27
3-2 用奥氏黏度计测定乙醇的黏滞系数	30
3-3 用斯托克斯公式测定液体的黏滞系数	32
实验四 液体表面张力系数的测量	36
实验五 模拟法测静电场分布	40
实验六 惠斯通电桥的使用	45
实验七 万用电表的使用	48
实验八 用电位差计测量微小电压和电动势	56
8-1 测量微小电压	56
8-2 测量电动势	60
实验九 示波器的原理和使用	63
实验十 超声声速的测定	71
实验十一 阿贝折射仪测定物质的折射率	84
实验十二 迈克耳逊干涉仪	90
实验十三 旋光计测量液体的浓度	96
实验十四 分光计的使用	100
实验十五 光电比色计测定溶液的浓度	109
实验十六 显微摄影	112
附录	116
参考文献	120

绪 论

物理学是研究物质运动最基本、最普遍的规律的科学，也是现代医学的基础学科之一，它的理论和实验方法被广泛地应用于医药学中，并且正在积极地推动着医药学的发展。物理学又是一门实验科学，其规律的发现和理论的建立，都必须以严格的物理学实验为基础。因此，要掌握现代医学科学知识和技术，就必须具备一定的物理学理论知识、物理实验的方法和技能。在高等医学院校中，“物理学实验”是配合“物理学”而开设的相对独立的一门课程。本课程除了物理学实验所包含的一些基本内容之外，把侧重点放在与医学、生命科学联系较为密切的一些实验上。它与理论课内容相辅相成，既有联系，又相对独立。通过“物理学”课程的学习，使学生能获得在今后的实际工作和医学理论研究所必需的物理学知识；而“物理学实验”所传授给学生的方法和技能，使他们能运用这些知识去解决医学实践中的某些问题，增长他们解决实际问题的能力，培养他们严谨的科学作风。

一、物理学实验目的和主要环节

(一) 物理学实验目的和任务

1. 通过实验使学生直接观察物理现象，进一步分析和研究物理现象，探讨其产生原因及规律，巩固和加深对物理现象及规律的认识。
2. 通过实验使学生熟悉仪器的结构性能和操作方法，学习正确地使用仪器，学会对实验数据的科学处理，掌握物理实验的方法，提高实验技能。
3. 通过实验培养学生严肃认真、细致谨慎、一丝不苟、实事求是的科学态度，克服困难、坚韧不拔的工作作风。

(二) 物理学实验的主要环节

要学好这门课程不但要花气力、下工夫，还要掌握一定的方法。实验之前，必须认真预习，实验过程中应该认真操作，实验之后能够认真总结，并提供完整准确的实验报告。对这三个主要环节的具体要求是：

1. 课前预习 课前预习是能否使实验顺利进行的关键。要求做到：详细阅读实验指导书，明确实验目的，看懂实验原理，了解实验方法；对实验仪器的性能和使用方法有初步认识，明确实验步骤和注意事项，避免盲目操作、损坏仪器；根据实验要求拟定实验方案和步骤，设计实验数据记录表格。

2. 课堂实验操作 通过实验操作,对物理现象进行观察和研究,增强对理论知识的理解,促进实验技能的提高。要求做到:了解和遵守实验室的规章制度;操作前先认识和熟悉实验所用仪器,并认真检查,了解仪器的性能和使用方法;按照实验步骤进行操作,并认真进行观察;将测量数据填写在事先准备好的表格内,计算出必要的结果,出现异常数据时,要增加测量次数;实验完毕,整理仪器,保持实验室的清洁。

3. 出具实验报告 实验报告是进行实验的最终总结。要认真细致地对实验数据作出整理和计算,对结果加以分析,在此基础上写出实验报告。实验报告要求有以下几方面的内容:

- ① 实验题目;
- ② 实验目的;
- ③ 实验器材;
- ④ 简明的实验原理;
- ⑤ 简要的实验步骤;
- ⑥ 实验数据及其处理(所测量数据,实验结果的计算,误差的计算);
- ⑦ 结果分析,必要时绘出图线;
- ⑧ 记录实验时的环境条件,如室温、气压等;
- ⑨ 讨论总结,回答相关问题。

二、误差理论

(一) 测量的误差及误差的计算

1. 物理量的测量与测量误差 在物理实验过程中,不仅要物理现象的变化过程作定性的观察,而且还要对一系列物理量进行定量的测定,从而探索寻找物理量之间的关系,从这个意义上来说,物理实验首先碰到的就是测量问题。测量某一物理量,实际上就是用一个确定标准单位的物理量和待测的未知量进行比较,所得的倍数就是该未知量的测量值。

测量方法可分为直接测量和间接测量。直接测量是将待测量与标准量作比较而直接得出结果的测量。例如,用米尺测量长度,用秒表测量时间等,就属于这一类,都是用基本测量仪器就可直接测出结果的。间接测量是依靠直接测量的结果,再经过物理公式的计算,才能得出的物理量。例如,要测量圆柱体的体积,首先要测量其直径和高度,然后再用公式计算才能得出结果。大多数测量都属于这一类。

测量的目的是力图得到真值 X_0 。所谓真值,就是反映物质自身各种特性的物理量所具有的客观真实数值。严格来讲,由于仪器精度、测量方法、测量程序、实验环境、实验者的观察力等原因,测量都不可能绝对准确。这就导致了所测得的值 X 与真值 X_0 之间有一个差值 $\Delta X = X - X_0$ 。这个 ΔX 就是我们所说的误差。

在测量中,误差总是存在的,同时又是可以而且应当努力降低的。

误差来源的分析、误差大小的估算对实验工作十分重要，它将直接影响到测量水平的高低。

2. 测量误差的分类 任何一个物理量的测量都不可避免地存在误差。根据误差产生的性质及导致误差产生的原因，我们可以把它分为系统误差、偶然误差和过失误差。

(1) **系统误差** 系统误差是由于测量理论本身不严密、测量方法不尽完善、测量设备的缺陷、周围环境（温度、湿度、气压、电磁场等）变化的影响或测量者自身的习惯等因素所引起的误差。例如，测物体的重量时没有考虑到空气浮力的影响，测时间时秒表走时不准确，测高度时尺子没调到铅直，测量者读数时习惯于将头侧偏等等。系统误差的特点是测得的数值总是朝一个方向偏离，或总是偏大，或总是偏小。其特征是偏离的确定性，增加测量次数也不能有所改善。但如果根据其产生原因分别加以校正，例如，修正仪器、改进测量方法、对影响实验的有关因素加以周密考虑等，系统误差是能够尽量减小或消除的。

系统误差的发现是比较困难的，它需要测量者有较为丰富的实践经验和一定的理论知识。从实验方法的角度上考虑，可以采取扩大实验范围，即用不同的实验方法或同一种方法改变实验条件，对测量过程进行细致的观察、对比，分析各种实验手段或各种状态下所测到的结果，找出它们之间的差异等，这些将有助于进一步分析产生系统误差的因素，并尽可能将其降低到最低程度。

(2) **偶然误差** 偶然误差亦称随机误差，是由一些无法控制，纯属偶然的因素所引起的误差。例如测量者感官分辨能力的限制、电压的不稳定、温度的不均匀、仪表设备受振动等偶然因素。其发生纯属偶然，其大小和分布受或然率支配。由于这类偶然性无法消除，所以偶然误差是不可避免的。然而偶然误差有一个特征：各次测量的误差是随机出现的，时而偏大，时而偏小，时正时负，方向不一定，但从统计意义上讲，在重复多次测量过程中，出现测量值偏离真值的大小与偏离方向的机会是均等的，而且随着测量次数的增多，这一规律表现得愈为明显。正是由于这一点，在客观上要求我们对待测物体进行尽可能多的重复测量。将重复测量所得到的一系列测量值经过适当的数据处理之后，就可能使偶然误差大大降低。即：减小偶然误差发生的方法，是进行多次重复测量后进行误差处理。

(3) **过失误差** 过失误差是人为的误差，实验者的粗心大意、实验方法的不当、使用仪器不准确、读错数据、数据记录的笔误等，均可造成过失误差。因此，实验者必须要有严肃认真的态度，实事求是和一丝不苟的科学作风，以避免过失误差。

3. 测量结果的表示

(1) 测量结果的最佳值（近真值）

① **算术平均值**。对某一物理量在相同条件下进行 k 次测量，各次结果分别为 X_1 、 X_2 、 X_3 、 \dots 、 X_k ，则它们的算术平均值为

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_k}{k} = \sum_{i=1}^k \frac{X_i}{k}$$

根据偶然误差的抵偿性，随着测量次数的无限增加，偶然误差的算术平均值趋近于零，那么此测量值的算术平均值也将趋近于真值。这个算术平均值可认为是被测物理量的最佳值或近真值。为了减小偶然误差，在可能的情况下，总是采用多次测量，并将其算术平均值作

为被测物理量的真值。

②我们还经常遇到一些被测量已经有公认值（或理论值），这时，可用公认值（或理论值）作为真值。

③在实验中，由于条件限制使测量不能重复，或者对测量准确度要求不高等原因，而对一个物理量只进行一次直接测量，这时就以这一次测量值作为近真值。

(2) 绝对误差和相对误差 测量值与真值之差 $\Delta X = |X - \bar{X}|$ 是以误差的绝对值来表示测量的误差，它反映测量值偏离真值的大小，具有和测量值相同的单位，通常称为绝对误差。在本处介绍的算术平均误差、标准误差都是指绝对误差。绝对误差与真值的比值定义为相对误差，相对误差通常用百分率来表示，记做 E ，即：

$$E = \frac{\Delta X}{\bar{X}} \times 100\%$$

(3) 测量结果的表示 通常把测量结果表示为以下形式：

$$X = \bar{X} \pm \Delta X$$

$$E = \frac{\Delta X}{\bar{X}} \times 100\%$$

这样测量的结果及测量误差就完整地表示了。

4. 测量误差（绝对误差）的处理方法

(1) 直接测量值的误差 直接测量值的误差常用以下几种方法表示：

①算术平均误差（平均绝对误差）：各次测量值 X_i 与算术平均值 \bar{X} 的差值的绝对值 $\Delta X_i = |X_i - \bar{X}|$ 反映了各次测量的误差，我们把它叫做各次测量的绝对误差。各次测量的绝对误差的平均值定义为算术平均误差：

$$\overline{\Delta X} = \frac{\Delta X_1 + \Delta X_2 + \Delta X_3 + \dots + \Delta X_k}{k} = \sum_{i=1}^k \frac{\Delta X_i}{k}$$

因为它是以误差的平均值表示测量值的绝对误差，故 $\overline{\Delta X}$ 又称为平均绝对误差，它表明被测物理量的平均值的误差范围，也就是说，被测物理量的值的大部分在 $\bar{X} + \overline{\Delta X}$ 和 $\bar{X} - \overline{\Delta X}$ 之间，因而测量结果应表示为 $X = \bar{X} \pm \overline{\Delta X}$ 。

②标准误差：求各次测量值 X_i 与算术平均值 \bar{X} 的差，再取其平方的平均值，然后开方，称为标准误差，记作 σ ，即

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^k \frac{(X_i - \bar{X})^2}{k}} = \sqrt{\sum_{i=1}^k \frac{(\Delta X_i)^2}{k}}$$

标准误差在正式的误差分析和计算中，常作为偶然误差大小的量度。被测物理量的结果可表示为 $\bar{X} \pm \sigma$ 。

对只进行一次直接测量的物理量，其误差可根据实际情况进行合理的估算。通常可按仪器上标明的仪器误差作为单次测量的误差。如果没有注明，可取仪器最小刻度的一半作为单次测量的绝对误差。

当被测量已经有公认值（或理论值）时，绝对误差就取我们所得到的测量值与公认值（或理论值）之差的平均绝对值。

(2) 间接测量值的误差 在物理学实验中,大多数测量是间接测量。被测量值是由多个直接测量值通过一定的函数计算得出的结果。例如,要测一个均匀小球的密度 ρ ,先用游标卡尺测出它的直径 d ,利用体积公式算出其体积 $V = \frac{\pi}{6} d^3$,再用托盘天平测出它的质量 m ,根据密度公式求得其密度 $\rho = \frac{6m}{\pi d^3}$ 。直接测量值 d 、 m 的误差必然对间接测量值 ρ 的误差有所影响,这一问题可应用误差传递公式来进行处理。

设 A 、 B 为直接测量值,其测量值可表示为 $A = \bar{A} \pm \Delta\bar{A}$, $B = \bar{B} \pm \Delta\bar{B}$ 。 X 为间接测量值, $X = f(A, B)$ 。那么,间接测量误差结果的表示如下:

① 和的误差

若

$$X = A + B$$

则

$$\bar{X} \pm \Delta\bar{X} = (\bar{A} \pm \Delta\bar{A}) + (\bar{B} \pm \Delta\bar{B}) = (\bar{A} + \bar{B}) \pm (\Delta\bar{A} + \Delta\bar{B})$$

于是算术平均值为

$$\bar{X} = \bar{A} + \bar{B}$$

平均绝对误差为

$$\Delta\bar{X} = \Delta\bar{A} + \Delta\bar{B}$$

相对误差为

$$\frac{\Delta\bar{X}}{\bar{X}} = \frac{\Delta\bar{A} + \Delta\bar{B}}{\bar{A} + \bar{B}}$$

② 差的误差

若

$$X = A - B$$

则

$$\bar{X} \pm \Delta\bar{X} = (\bar{A} \pm \Delta\bar{A}) - (\bar{B} \pm \Delta\bar{B}) = (\bar{A} - \bar{B}) \pm (\Delta\bar{A} + \Delta\bar{B})$$

于是算术平均值为

$$\bar{X} = \bar{A} - \bar{B}$$

考虑到可能产生的最大误差,差的平均绝对误差为

$$\Delta\bar{X} = \Delta\bar{A} + \Delta\bar{B}$$

相对误差为

$$\frac{\Delta\bar{X}}{\bar{X}} = \frac{\Delta\bar{A} + \Delta\bar{B}}{\bar{A} - \bar{B}}$$

由此可见,和差运算中的平均绝对误差,等于各直接测量值的平均绝对误差之和。

③ 积的误差

若

$$X = A \cdot B$$

则

$$\bar{X} \pm \Delta\bar{X} = (\bar{A} \pm \Delta\bar{A}) \cdot (\bar{B} \pm \Delta\bar{B}) = \bar{A} \cdot \bar{B} \pm \bar{B} \cdot \Delta\bar{A} \pm \bar{A} \cdot \Delta\bar{B} \pm \Delta\bar{A} \cdot \Delta\bar{B}$$

于是得算术平均值为

$$\bar{X} = \bar{A} \cdot \bar{B}$$

略去带有因子 $\Delta\bar{A} \cdot \Delta\bar{B}$ 的项 (因其值较小),考虑到可能产生的最大误差,则平均绝对误差为

$$\Delta\bar{X} = \bar{B} \cdot \Delta\bar{A} + \bar{A} \cdot \Delta\bar{B}$$

相对误差为

$$\frac{\overline{\Delta X}}{\bar{X}} = \frac{\overline{\Delta A}}{\bar{A}} + \frac{\overline{\Delta B}}{\bar{B}}$$

④商的误差

若

$$X = \frac{A}{B}$$

则

$$\begin{aligned} \bar{X} \pm \Delta \bar{X} &= \frac{\bar{A} \pm \overline{\Delta A}}{\bar{B} \pm \overline{\Delta B}} = \frac{(\bar{A} \pm \overline{\Delta A})(\bar{B} \mp \overline{\Delta B})}{(\bar{B} \pm \overline{\Delta B})(\bar{B} \mp \overline{\Delta B})} \\ &= \frac{\bar{A} \cdot \bar{B} \pm \bar{B} \cdot \overline{\Delta A} \mp \bar{A} \cdot \overline{\Delta B} - \overline{\Delta A} \cdot \overline{\Delta B}}{\bar{B}^2 - \overline{\Delta B}^2} \end{aligned}$$

略去带有因子 $\overline{\Delta A} \cdot \overline{\Delta B}$ 和 $\overline{\Delta B}^2$ 的项, 考虑到可能产生的最大误差, 则算术平均值为

$$\bar{X} = \frac{\bar{A}}{\bar{B}}$$

平均绝对误差为

$$\overline{\Delta X} = \frac{\bar{B} \cdot \overline{\Delta A} + \bar{A} \cdot \overline{\Delta B}}{\bar{B}^2}$$

相对误差为

$$\frac{\overline{\Delta X}}{\bar{X}} = \frac{\overline{\Delta A}}{\bar{A}} + \frac{\overline{\Delta B}}{\bar{B}}$$

由此可见, 乘除运算的相对误差等于各直接测量值的相对误差之和。

⑤方次与根的误差

由乘除运算的相对误差公式, 可以证明

若 $X = A^n$, 则 $\frac{\overline{\Delta X}}{\bar{X}} = n \cdot \frac{\overline{\Delta A}}{\bar{A}}$

若 $X = A^{\frac{1}{n}}$, 则 $\frac{\overline{\Delta X}}{\bar{X}} = \frac{1}{n} \cdot \frac{\overline{\Delta A}}{\bar{A}}$

上述各种运算, 可推广到有任何个直接测量值的情况。从以上结论可看到, 当间接测量值的计算式中只含加减运算时, 先计算绝对误差, 后计算相对误差比较方便; 当计算式中含有乘、除、乘方或开方运算时, 先计算相对误差, 后计算绝对误差较为方便。

其他函数的误差传递公式, 我们不一一证明, 将常用公式列于表 0-1 中, 以备查阅。

表 0-1 常用误差计算公式

函数表达式	绝对误差 $\overline{\Delta N}$	相对误差 $\overline{\Delta N}/\bar{N}$
$N = A + B$	$\overline{\Delta A} + \overline{\Delta B}$	$(\overline{\Delta A} + \overline{\Delta B})/(\bar{A} + \bar{B})$
$N = A - B$	$\overline{\Delta A} + \overline{\Delta B}$	$(\overline{\Delta A} + \overline{\Delta B})/(\bar{A} - \bar{B})$
$N = A \cdot B$	$\bar{B} \cdot \overline{\Delta A} + \bar{A} \cdot \overline{\Delta B}$	$\overline{\Delta A}/\bar{A} + \overline{\Delta B}/\bar{B}$
$N = A/B$	$(\bar{B} \cdot \overline{\Delta A} + \bar{A} \cdot \overline{\Delta B})/\bar{B}^2$	$\overline{\Delta A}/\bar{A} + \overline{\Delta B}/\bar{B}$

续表

函数表达式	绝对误差 $\overline{\Delta N}$	相对误差 $\overline{\Delta N}/\overline{N}$
$N=A^n$	$n\overline{A}^{n-1} \cdot \overline{\Delta A}$	$n \cdot \overline{\Delta A}/\overline{A}$
$N=A^{\frac{1}{n}}$	$\frac{1}{n}\overline{A}^{\frac{1}{n}-1} \cdot \overline{\Delta A}$	$\frac{1}{n} \cdot \overline{\Delta A}/\overline{A}$
$N=\sin A$	$(\cos \overline{A}) \cdot \overline{\Delta A}$	$(\text{ctg} \overline{A}) \cdot \overline{\Delta A}$
$N=\cos A$	$(\sin \overline{A}) \cdot \overline{\Delta A}$	$(\text{tg} \overline{A}) \cdot \overline{\Delta A}$
$N=\text{tg} A$	$\overline{\Delta A}/\cos^2 \overline{A}$	$2 \overline{\Delta A}/\sin 2\overline{A}$
$N=\text{ctg} A$	$\overline{\Delta A}/\sin^2 \overline{A}$	$2 \overline{\Delta A}/\sin 2\overline{A}$
$N=kA(k \text{ 为常数})$	$k \cdot \overline{\Delta A}$	$\overline{\Delta A}/\overline{A}$

(二) 有效数字及其运算法则

1. 测量仪器的精密度 对某一物理量，例如长度、时间、温度、压强、电流等进行测量，必须使用相应的仪器。但每种仪器由于其结构及生产技术条件等各方面因素的限制，都有一定的精密度。使用不同精密度的仪器，测量结果的精确度也就各不相同。

一般定义最小分格所代表的量为该仪器的精密度。例如，米尺的最小分格是1mm，其精密度就是1mm。有的仪器有特殊标记，例如某一天平的感量是0.01g，其精密度也就是0.01g，此时就不能用最小分格来代表精密度。电子仪表的精密度是以级数标记的，例如某电表是2.5级，表示测量误差为2.5%。级数越小，精密度就越高。

2. 有效数字的概念 仪器的精密度限制了测量的精确度。例如，我们用最小刻度为mm的米尺测量某一物体的长度，测得值是在3.2cm和3.3cm之间，3.2cm为可靠数字，读数3.2和3.3之间的数字要由测量者估计得出，比如说，估计得3.26cm。显然，最后一位数字“6”是不准确的，对不同的实验者所估计出来的数不一定相同，这个数字叫可疑数字。我们把测量结果的数字记录到开始可疑的那一位为止，组成这个数值的数字，即可靠数字加上可疑数字，称为测量结果的有效数字。

有效数字位数的多少取决于所使用仪器的精密度，不能随意增减。所以，有效数字不但指出了测量值的大小，还可以用以粗略地估计测量的精确程度。测量数据的有效数字愈多，结果愈为精确。

3. 有效数字的运算法则

(1) 加法与减法 对各数进行加减运算时，所得结果的有效数字位数，应与各数中有效数字位数最高的那个数相同。也就是说，有效数字写到开始可疑的那一位为止，后面的数字按舍入法处理。在以下的举例运算中，我们在可疑数字下面加一横线，以便和可靠数字相区别。

例1 $42.\underline{1} + 3.27\underline{6} = 45.\underline{376} = 45.4$