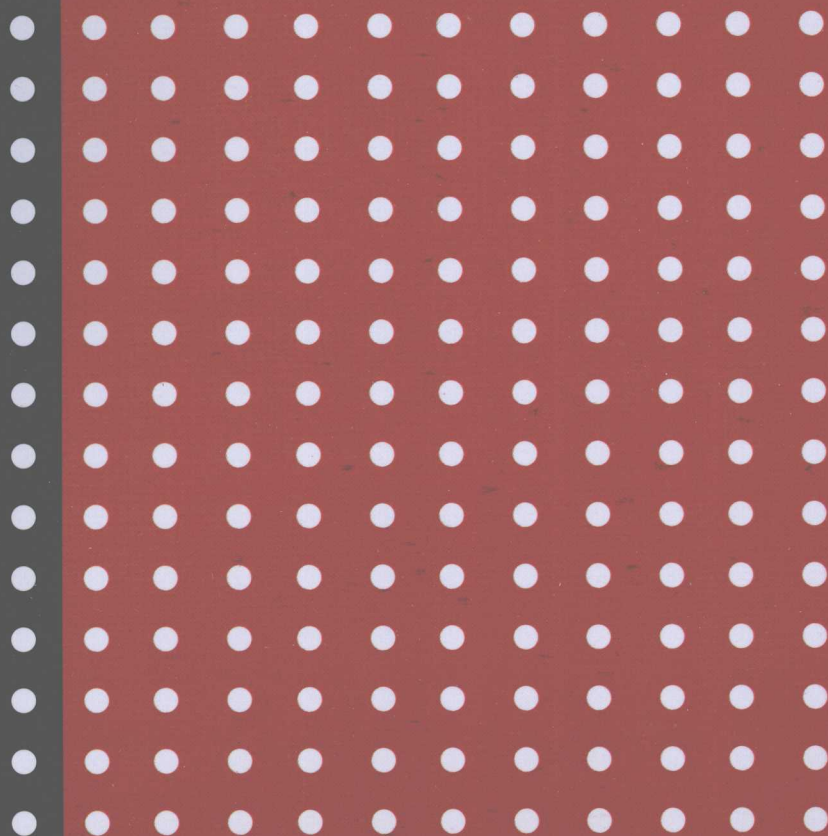


21世纪高等学校电子信息工程规划教材

数字信号处理 学习指导与习题详解

方 勇 编著



清华大学出版社

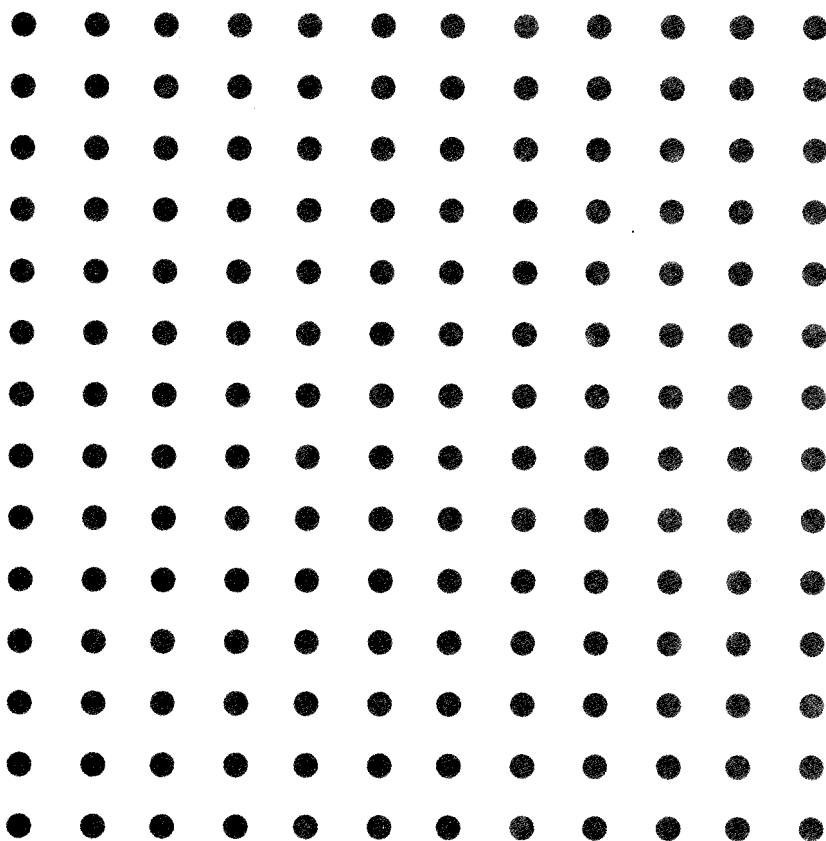


21 世纪高等学校电子信息工程规划教材

数字信号处理

学习指导与习题详解

方 勇 编著



清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书是由方勇编著、清华大学出版社 2005 年 12 月出版的《数字信号处理——原理与实践》教材的配套书籍,提供该课程学习要点和原书习题解答或答案,提供拓展例题和详细的分析,以加深读者对基础概念的理解。本书不仅满足学习基本知识的需要,更能满足深入提高和研究生考试的需要。实际应用型题目将深入引导学生根据学习的知识进行实际应用,提高分析问题和解决问题的能力。

本书适合作为高等院校信息、通信、电子类专业本科生数字信号处理课程的教学辅导书和从事数字信号处理工作的工程技术人员的参考书,有助于研究生入学考试的全面复习和提高。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

数字信号处理学习指导与习题详解/方勇编著. —北京:清华大学出版社,2008.3

(21 世纪高等学校电子信息工程规划教材)

ISBN 978-7-302-16943-7

I. 数… II. 方… III. 数字信号—信号处理—高等学校—教学参考资料

IV. TN911.72

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 012408 号

责任编辑:魏江江 李玮琪

责任校对:徐俊伟

责任印制:杨 艳

出版发行:清华大学出版社

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座

<http://www.tup.com.cn>

邮 编:100084

c-service@tup.tsinghua.edu.cn

社 总 机:010-62770175

邮购热线:010-62786544

投稿咨询:010-62772015

客户服务:010-62776969

印 刷 者:北京市人民文学印刷厂

装 订 者:三河市李旗庄少明装订厂

经 销:全国新华书店

开 本:185×260 印 张:9.75 字 数:234 千字

版 次:2008 年 3 月第 1 版 印 次:2008 年 3 月第 1 次印刷

印 数:1~3000

定 价:16.00 元

本书如存在文字不清、漏印、缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系调换。联系电话:(010)62770177 转 3103 产品编号:019764-01

出版说明

随着我国高等教育规模的扩大和产业结构调整的进一步完善,社会对高层次应用型人才的需求将更加迫切。各地高校紧密结合地方经济建设发展需要,科学运用市场调节机制,合理调整和配置教育资源,在改革和改造传统学科专业的基础上,加强工程型和应用型学科专业建设,积极设置主要面向地方支柱产业、高新技术产业、服务业的工程型和应用型学科专业,积极为地方经济建设输送各类应用型人才。各高校加大了使用信息科学等现代科学技术提升、改造传统学科专业的力度,从而实现传统学科专业向工程型和应用型学科专业的发展与转变。在发挥传统学科专业师资力量强、办学经验丰富、教学资源充裕等优势的同时,不断更新其教学内容、改革课程体系,使工程型和应用型学科专业教育与经济建设相适应。

为了配合高校工程型和应用型学科专业的建设和发展,急需出版一批内容新、体系新、方法新、手段新的高水平电子信息类专业课程教材。目前,工程型和应用型学科专业电子信息类专业课程教材的建设工作仍滞后于教学改革的实践,如现有的电子信息类专业教材中有不少内容陈旧(依然用传统专业电子信息教材代替工程型和应用型学科专业教材),重理论、轻实践,不能满足新的教学计划、课程设置的需要;一些课程的教材可供选择的品种太少;一些基础课的教材虽然品种较多,但低水平重复严重;有些教材内容庞杂,书越编越厚;专业课教材、教学辅助教材及教学参考书短缺,等等,都不利于学生能力的提高和素质的培养。为此,在教育部相关教学指导委员会专家的指导和建议下,清华大学出版社组织出版本系列教材,以满足工程型和应用型电子信息类专业课程教学的需要。本系列教材在规划过程中体现了如下一些基本原则和特点:

(1) 系列教材主要是电子信息学科基础课程教材,面向工程技术应用培养。本系列教材在内容上坚持基本理论适度,反映基本理论和原理的综合应用,强调工程实践和应用环节。电子信息学科历经了一个多世纪的发展,已经形成了一个完整、科学的理论体系,这些理论是这一领域技术发展的强大源泉,基于理论的技术创新、开发与应用显得更为重要。

(2) 系列教材体现了电子信息学科使用新的分析方法和手段解决工程实际问题。利用计算机强大功能和仿真设计软件,使得电子信息领域中大量复杂的理论计算、变换分析等变得快速简单。教材充分体现了利用计算机解决理论分析与解算实际工程电路的途径与方法。

(3) 系列教材体现了新技术、新器件的开发应用实践。电子信息产业中仪器、设备、产品都已使用高集成化的模块,且不仅仅由硬件来实现,而是大量使用软件和硬件相结合方法,使得产品性价比很高,如何使学生掌握这些先进的技术、创造性地开发应用新技术是本系列教材的一个重要特点。

(4) 以学生知识、能力、素质协调发展为宗旨,系列教材编写内容充分注意了学生创新

能力和实践能力的培养,加强了实验实践环节,各门课程均配有独立的实验课程和课程设计。

(5) 21 世纪是信息时代,学生获取知识可以是多种媒体形式和多种渠道的,而不再局限于课堂上,因而传授知识不再以教师为中心,以教材为唯一依托,而应该多为学生提供各类学习资料(如网络教材,CAI 课件,学习指导书等)。应创造一种新的学习环境(如讨论,自学,设计制作竞赛等),让学生成为学习主体。该系列教材以计算机、网络和实验室为载体,配有多种辅助学习资料,提高学生兴趣。

繁荣教材出版事业,提高教材质量的关键是教师。建立一支高水平的以老带新的教材编写队伍才能保证教材的编写质量和建设力度,希望有志于教材建设的教师能够加入到我们的编写队伍中来。

21 世纪高等学校电子信息工程规划教材编委会

联系人: 魏江江 weijj@tup.tsinghua.edu.cn

前 言

“数字信号处理”是电子、信息和通信类专业的一门重要的专业基础课,深入学习其基础理论和方法对提高专业素质起至关重要的作用。本书根据该专业教学大纲和上海大学报考硕士研究生的要求,对教学内容进行拓展,为本科生在学习该课程时提供一套辅助教材,同时,也为报考硕士研究生的考生提供全面的复习参考。

本书与方勇编著的《数字信号处理——原理与实践》(清华大学出版社,2005)一书配套,从学生角度提供该课程学习要点,帮助读者对书中内容系统复习。本书提供了大量扩展例题和详细解答,以帮助读者提高解题能力,掌握解题技巧,加深对数字信号处理中基本概念的理解和认识,深入地掌握数字信号处理中的基本方法。书中的题目选自一些经典的数字信号处理书籍,如奥本海姆著、刘树棠译的《离散时间信号处理》(西安交通大学出版社出版)等,同时提供了原书练习题目的全部答案。

本书由方勇主编,吴美武、王超、刘凯、黄青华、刘盛鹏等参加编写。

限于水平,书中难免有不妥和错误之处,恳请读者批评指正。

编 者

2007年11月22日于上海

目 录

第 1 章 数字信号处理基本概念	1
1.1 学习提示	1
1.1.1 采样与时域离散时间信号	1
1.1.2 时域卷积和滤波	1
1.1.3 Z 变换	1
1.2 拓展例题	2
1.3 应用实例分析	18
1.4 原书习题解答	20
第 2 章 信号的傅里叶变换与分析	34
2.1 学习提示	34
2.1.1 离散时间信号的傅里叶变换 DTFT	34
2.1.2 离散傅里叶变换 DFT 与循环卷积	34
2.2 拓展例题	35
2.3 应用实例分析	60
2.4 原书习题解答	70
第 3 章 数字滤波器设计	99
3.1 学习提示	99
3.1.1 IIR 数字滤波器的设计	99
3.1.2 FIR 数字滤波器的设计	100
3.1.3 有限字长效应	100
3.2 拓展例题	100
3.3 应用实例分析	117
3.4 原书习题解答	123
第 4 章 信号的小波变换与分析	142
参考书目	147

第 1 章 数字信号处理基本概念

1.1 学习提示

从时域和频域上正确地理解采样定理的实质,理解基本的时域卷积滤波概念,系统地掌握利用 Z 变换来分析离散时间系统的输入输出关系,以及设计系统的传输函数是本章内容的核心。

1.1.1 采样与时域离散时间信号

(1) 奈奎斯特采样率是被采样信号最高频率的两倍。过采样是以大于奈奎斯特速率进行的采样,使得抗混叠滤波器的设计更加容易。而小于奈奎斯特速率的欠采样则会引起频谱的混叠,改变了信号的频谱结构。

(2) 混叠是 A/D 转换误差的主要来源之一。由于可用的量化电平数有限,所以量化也是误差的来源之一。比特数越多,误差越小,说明 A/D 转换器的动态范围越大。

(3) 仅当 $\omega_0/2\pi = p/q$ (即为有理数) 时,数字正弦信号 $x(n) = \sin \omega_0 n$ 才是周期序列。

(4) 数字频率 ω 与模拟频率 f 的转换关系为 $\omega = 2\pi f/f_s$ 。

1.1.2 时域卷积和滤波

(1) 卷积是一种将滤波器的输入 $x(n)$ 和滤波器的脉冲 $h(n)$ 相应结合起来,求输出 $y(n)$ 的方法。可表示为

$$y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k)$$

其计算可以用图形或列表的方法来进行。

(2) 在卷积计算中,输入信号逐位移动,通过脉冲响应序列寄存器,每移一位产生一位输出。当输入序列不能完全覆盖脉冲响应序列时,会产生边界效应。对于 FIR 滤波器,边界效应有明显的终点。而对于 IIR 滤波器,边界效应永远不会消失,不过会逐渐减弱。

(3) 卷积开始的输出值明显受到边界效应的影响,形成输出的暂态响应。暂态响应一结束,便进入稳态输出阶段。若输入为常数,则稳态输出也是常数。输入为正弦信号时输出的稳态响应也是正弦信号。

1.1.3 Z 变换

(1) 每个 Z 变换都有特定的收敛域,收敛域表示 $X(z)$ 存在的 Z 值。收敛域可以将具有相同的 Z 变换而定义在不同区间的信号区分开来。

(2) 滤波器输出的 Z 变换可以由 $Y(z) = X(z)H(z)$ 来计算。其中 $H(z)$ 是滤波器的传输函数。输出序列可以由 $Y(z)$ 的逆变换得到。

(3) 逆 Z 变换可用查表法、长除法、部分分式展开法和留数法来求得。

(4) 稳定滤波器的单位脉冲响应趋于零, 稳定系统的阶跃响应趋于某个常数。稳定滤波器的极点越靠近单位圆, 脉冲响应趋于零的时间越长, 阶跃响应趋于常数的时间也就越长。

1.2 拓展例题

【1-1】 如果一个系统在 n 时刻的输出仅与 n 时刻以及之前的输入有关, 而与 n 时刻以后的输入无关, 则该系统称为因果系统。试证明: 一个 LTI 系统的因果性意味着当 $n < 0$ 时, 其单位脉冲响应 $h(n)$ 等于 0。

分析: 需要证明两方面, 若 $n < 0, h(n) \neq 0$, 则系统不可能是因果的; 若 $n < 0, h(n) = 0$, 则系统一定是因果的。

证明: (1) 若 $n < 0, h(n)$ 不为零, 则由输入输出的卷积关系可知

$$y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)h(n-k)$$

由假设可知, 当 $n-k < 0$, 即 $k > n$ 时, $h(n-k)$ 不为零, 则对于 n 时刻的输出不仅仅取决于 n 及 n 时刻之前的输入 $x(k)$, 还取决于 n 时刻之后的输入, 这显然不是因果系统。

(2) 若 $h(n) = h(n)u(n)$, 则有输出 $y(n)$ 为

$$\begin{aligned} y(n) &= x(n) * h(n) = x(n) * [h(n)u(n)] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)h(n-k)u(n-k) \\ &= \sum_{k=-\infty}^n x(k)h(n-k) \end{aligned}$$

显然, n 时刻的输出只取决于 n 及 n 时刻之前的输入 $x(k)$, 这是因果系统。

【1-2】 设 $x(n)$ 和 $y(n)$ 分别表示一个系统的输入和输出。试确定下列系统是否为 (1) 稳定系统。 (2) 因果系统。 (3) 线性系统。并说明理由。

(a) $y(n) = ax^2(n)$; (b) $y(n) = x(n) + 3$; (c) $y(n) = x(n - n_0)$ 。

解 (a) (1) 若 $|x(n)| \leq M, |y(n)| = |ax^2(n)| \leq |a|M^2$, 因此当 a 是有限值时系统是稳定的。

(2) 因为 $y(n) = ax^2(n)$ 不取决于 $x(n)$ 的将来值, 所以该系统是因果系统。

(3) 设

$$y_1(n) = T[x_1(n)] = ax_1^2(n)$$

$$y_2(n) = T[x_2(n)] = ax_2^2(n)$$

则 $y(n) = T[x_1(n) + x_2(n)] = a[x_1(n) + x_2(n)]^2 \neq y_1(n) + y_2(n)$

所以系统是非线性的。

(b) (1) 若 $|x(n)| \leq M$, 则 $|y(n)| = |x(n) + 3| \leq M + 3$, 所以该系统是稳定的。

(2) 因为 $y(n) = x(n) + 3$ 不取决于 $x(n)$ 的将来值, 所以该系统是因果系统。

(3) 设 $y_1(n) = T[x_1(n)] = x_1(n) + 3$, $y_2(n) = T[x_2(n)] = x_2(n) + 3$

令

$$x(n) = ax_1(n) + bx_2(n)$$

则 $y(n) = T[ax_1(n) + bx_2(n)] = ax_1(n) + bx_2(n) + 3 \neq ay_1(n) + by_2(n)$

所以系统是非线性的。

(c) 设 $y_1(n) = T[x_1(n)] = x_1(n - n_0)$, $y_2(n) = T[x_2(n)] = x_2(n - n_0)$

由于 $T[ax_1(n) + bx_2(n)] = ax_1(n - n_0) + bx_2(n - n_0) = aT[x_1(n)] + bT[x_2(n)]$

满足线性性质, 所以系统是线性的。

【1-3】 考虑如下差分方程: $y(n) + \frac{1}{15}y(n-1) - \frac{2}{5}y(n-2) = x(n)$

(1) 求该系统齐次解的一般形式。

(2) 若该方程分别表征了一个因果和反因果的 LTI 系统, 求这两个系统的单位脉冲响应。

(3) 证明因果 LTI 系统是稳定的, 反因果 LTI 系统是不稳定的。

(4) 当 $x(n) = \left(\frac{3}{5}\right)^n u(n)$ 时, 求该差分方程的一个特解。

解 (1) 由差分方程可写出其特征方程如下

$$\lambda^2 + \frac{1}{15}\lambda - \frac{2}{5} = 0$$

可求得两个特征根分别为 $\lambda_1 = -\frac{2}{3}$, $\lambda_2 = \frac{3}{5}$ 。

故该系统齐次解的一般形式为

$$y_n(n) = A\left(-\frac{2}{3}\right)^n + B\left(\frac{3}{5}\right)^n$$

(2) 对原方程两边同时进行 Z 变换得

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{\left(1 + \frac{2}{3}z\right)\left(1 - \frac{3}{5}z\right)} = \frac{\frac{10}{19}}{1 + \frac{2}{3}z} + \frac{\frac{9}{19}}{1 - \frac{3}{5}z}$$

则对应反因果 LTI 系统为

$$h_{ac}(n) = -\frac{10}{19}\left(-\frac{2}{3}\right)^n u(-n-1) - \frac{9}{19}\left(\frac{3}{5}\right)^n u(-n-1)$$

所对应的因果 LTI 系统为

$$h_c(n) = \frac{10}{19}\left(-\frac{1}{3}\right)^n u(n) + \frac{9}{19}\left(\frac{3}{5}\right)^n u(n)$$

(3) 对应的因果 LTI 系统

$$h_c(n) = \frac{10}{19}\left(-\frac{2}{3}\right)^n u(n) + \frac{9}{19}\left(\frac{3}{5}\right)^n u(n)$$

当 $n \rightarrow \infty$ 时, $\left(-\frac{2}{3}\right)^n \rightarrow 0$, $\left(\frac{3}{5}\right)^n \rightarrow 0$, 从而可以得到

$$\sum_{n=0}^{+\infty} |h_c(n)| < +\infty$$

所以它是稳定的。

对应于反因果 LTI 系统

$$h_{ac}(n) = -\frac{10}{19} \left(-\frac{2}{3}\right)^n u(-n-1) - \frac{9}{19} \left(\frac{3}{5}\right)^n u(-n-1)$$

当 $n \rightarrow -\infty$ 时, $\left(-\frac{2}{3}\right)^n \rightarrow \infty$, $\left(\frac{3}{5}\right)^n \rightarrow \infty$, 从而可以得到

$$\sum_{n=-\infty}^{-1} |h_{ac}(n)| = \infty$$

所以它是不稳定的。

(4) 设 $y_p(n) = (Bn + A) \left(\frac{3}{5}\right)^n u(n)$ 代入原方程可求得 $A=0, B=\frac{9}{19}$

所以 $y_p(n) = \frac{9}{19} n \left(\frac{3}{5}\right)^n u(n)$

【1-4】按如下两种方法求 $X(z) = \ln 2 \left(\frac{1}{2} - z\right)$, $|z| < \frac{1}{2}$ 的 Z 反变换。

(1) 用幂函数 $\ln(1-x) = -\sum_{i=1}^{\infty} \frac{x^i}{i}$, $|x| < 1$ 。

(2) 首先将 $X(z)$ 微分, 然后用它来恢复 $x(n)$ 。

解 (1) $X(z) = \ln(1-2z) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n z^n}{n}$, $|z| < \frac{1}{2}$

所以 $x(n) = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^n}{n} u(-n-1)$

(2) $\frac{dX(z)}{dz} = \frac{-2}{1-2z} = \frac{z^{-1}}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}$

而 $nx(n) \xrightarrow{ZT} -z \frac{dX(z)}{dz} = -\frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}$

所以 $nx(n) = Z^{-1} \left[\frac{-1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}} \right] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u(-n-1)$, $|z| < \frac{1}{2}$

得 $x(n) = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^n}{n} u(-n-1)$

【1-5】考虑一个序列 $x(n]$, 其 Z 变换是 $X(z) = \frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{2}z^{-1}} + \frac{\frac{1}{4}}{1-2z^{-1}}$, 收敛域包括单位

圆, 利用初值定理求 $x(0)$ 。

解 由题意可知, $X(z)$ 的收敛域为 $\frac{1}{2} < |z| < 2$ 。

设 $X(z) = X_1(z) + X_2(z) = Z\{x_1(n)\} + Z\{x_2(n)\}$

其中 $X_1(z) = \frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}$ 对应于一个因果序列,

$$X_2(z) = \frac{\frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} \quad \text{对应着一个非因果序列。}$$

由初值定理可知

$$x_1(0) = \lim_{z \rightarrow \infty} X_1(z)$$

$$x_2(0) = \lim_{z \rightarrow 0} X_2(z)$$

故有

$$x(0) = x_1(0) + x_2(0) = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} + \lim_{z \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{4}}{1 - 2z^{-1}} = \frac{1}{3}$$

【1-6】 求以下序列 $x(n) = \frac{1}{n}, n \geq 1$ 的 Z 变换, 并求出对应的零极点和收敛域。

解 $X(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} z^{-n}$

因为

$$\frac{dX(z)}{dz} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (-n) z^{-n-1} = (-z^{-n-1}) = \frac{1}{z - z^2}, \quad |z| > 1$$

则

$$X(z) = \ln z - \ln(1 - z) = \ln\left(\frac{z}{1 - z}\right)$$

而 $X(z)$ 的收敛域和 $\frac{dX(z)}{dz}$ 的收敛域相同, 所以 $X(z)$ 的收敛域为 $|z| > 1$ 。

极点为 $z=0, z=1$ 。零点为 $z=\infty$ 。

【1-7】 对因果序列, 初值定理是 $x(0) = \lim_{z \rightarrow \infty} X(z)$, 如果序列为 $n > 0$ 时, $x(n) = 0$, 问相应的定理是什么? 讨论一个序列 $x(n)$, 其 Z 变换为

$$X(z) = \frac{\frac{7}{12} - \frac{19}{24}z^{-1}}{1 - \frac{5}{2}z^{-1} + z^{-2}}$$

$X(z)$ 的收敛域包括单位圆, 试求其 $x(0)$ 的值。

分析:

该题讨论如何由双边序列 Z 变换 $X(z)$ 来求序列初值 $x(0)$ 。把序列分成因果序列和反因果序列两部分(它们由 $X(z)$ 求出的 $x(0)$ 的表达式是不同的), 分别求 $x(0)$, 将两部分的 $x(0)$ 相加即得所求。

解 当序列满足 $n > 0, x(n) = 0$ 时, 有

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^0 x(n)z^{-n} = x(0) + x(-1)z + x(-2)z^2 + \dots$$

所以, 此时有

$$\lim_{z \rightarrow \infty} X(z) = x(0)$$

若序列 $x(n)$ 的 Z 变换为

$$X(z) = \frac{\frac{7}{12} - \frac{19}{24}z^{-1}}{1 - \frac{5}{2}z^{-1} + z^{-2}} = \frac{\frac{7}{12}z^2 - \frac{19}{24}z}{(z-2)\left(z - \frac{1}{2}\right)}$$

$$= \frac{\frac{1}{4}z}{z-2} + \frac{\frac{1}{3}z}{z-\frac{1}{2}} = X_1(z) + X_2(z)$$

所以, $X(z)$ 的极点为 $z_1=2, z_2=\frac{1}{2}$ 。

由题意可知, $X(z)$ 的收敛域包含单位圆, 则其收敛域应为

$$\frac{1}{2} < |z| < 2$$

因而 $x_1(n)$ 为 $n \leq 0$ 时有值的左边序列, $x_2(n)$ 为 $n \geq 0$ 时有值的因果序列, 则

$$x_1(0) = \lim_{z \rightarrow 0} X_1(z) = \lim_{z \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{4}z}{z-2} = 0$$

$$x_2(0) = \lim_{z \rightarrow \infty} X_2(z) = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{3}z}{z-\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$$

得

$$x(0) = x_1(0) + x_2(0) = \frac{1}{3}$$

【1-8】 假设 $x(n)$ 的 Z 变换为: $X(z) = \frac{z^{10}}{\left(z - \frac{1}{2}\right)\left(z - \frac{3}{2}\right)^{10}\left(z + \frac{3}{2}\right)^2\left(z + \frac{5}{2}\right)\left(z + \frac{7}{2}\right)}$

且 $x(n)$ 是一个稳定的序列。

(1) 求 $X(z)$ 的收敛域。

(2) 求 $n = -8$ 时的 $x(n)$ 。

解 (1) $X(z)$ 的零极点分布图如图 1-1 所示。

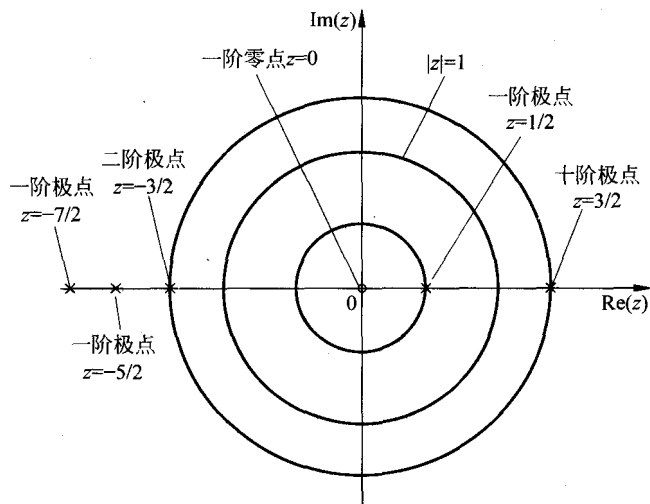


图 1-1

由于 $x(n)$ 为稳定序列, 其收敛域包含单位圆, 因此, 可以确定 $X(z)$ 的收敛域为 $\frac{1}{2} < |z| < \frac{3}{2}$ 。

(2) 用留数法来处理。

$x(-8)$ 等于 $X(z)z^{-9}$ 在收敛域内的留数。也就是

$$x(-8) = \sum \left[\text{Res} \left[\frac{z}{\left(z - \frac{1}{2}\right) \left(z - \frac{3}{2}\right)^{10} \left(z + \frac{3}{2}\right)^2 \left(z + \frac{5}{2}\right) \left(z + \frac{7}{2}\right)}, \text{ROC} \right] \right]$$

实际上, 在 ROC 内只有一个一阶极点 $z=1/2$, 因此可以得到

$$x(-8) = \frac{\frac{1}{2}}{\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2}\right)^{10} \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{2}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{7}{2}\right)} = \frac{1}{96}$$

【1-9】如图 1-2 所示, $h(n)$ 是方框所包含的 LTI 系统的单位脉冲响应, $h(n)$ 的 Z 变换 $H(z)$ 在 $0 < r_{\min} < |z| < r_{\max} < \infty$ 存在。

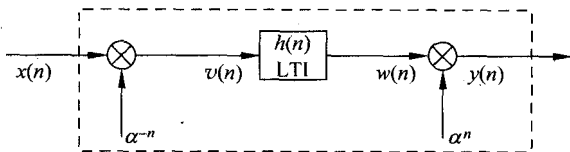


图 1-2

(1) 单位脉冲响应为 $h(n)$ 的 LTI 系统可以是稳定的 BIBO 吗? 若可以, 请确定不等式中 $r_{\min}$ 与 $r_{\max}$ 的上限使系统稳定; 若不可以, 请简要说明为什么。

(2) 整个系统是 LTI 的吗? 如果是, 试求它的单位脉冲响应 $g(n)$; 如果不是则简要说明为什么。

(3) 整个系统能够是 BIBO 的吗? 若可以, 请确定不等式中关于 α 和 $r_{\min}$ 与 $r_{\max}$ 的条件, 以使系统稳定。

解 (1) 单位脉冲响应为 $h(n)$ 的 LTI 系统可以是 BIBO 的, 只需

$$0 < r_{\min} < 1; \quad 1 < r_{\max} < \infty$$

(2) 从图中可以看到 $v(n) = \alpha^{-n}x(n)$, 两边取 Z 变换得

$$V(z) = X(\alpha z)$$

而

$$W(z) = H(z)V(z) = H(z)X(\alpha z)$$

$$Y(z) = W(z/\alpha) = H(z/\alpha)X(z)$$

因此

$$G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = H(z/\alpha)$$

得

$$g(n) = \alpha^n h(n)$$

整个系统是线性时不变的。

(3) 整个系统能够是 BIBO 的。 $G(z)$ 的收敛域为

$$\alpha r_{\min} < |z| < \alpha r_{\max}$$

若使系统稳定则必须满足

$$r_{\min} < 1/\alpha \quad \text{和} \quad r_{\max} > 1/\alpha$$

【1-10】 设 $x(n)$ 是一离散时间信号, 并有 $x(n) = 0, n \leq 0$, 其 Z 变换为 $X(z)$ 。另一离散时间信号 $y(n)$ 定义为 $y(n) = \begin{cases} \frac{1}{n}x(n), & n > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

(1) 利用 $X(z)$ 计算 $Y(z)$ 。

(2) 利用(1)的结果, 求如下 $\omega(n)$ 的 Z 变换。

$$\omega(n) = \frac{1}{n + \delta(n)} u(n-1)$$

解 (1) 给出条件中有 $y(n) = \frac{1}{n}x(n)$

$$\begin{aligned} \text{而} \quad X(z) &= \sum_{n=1}^{\infty} x(n)z^{-n} = \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \frac{1}{n}x(n)z^{-n} = -z \frac{d}{dz} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x(n)}{n} z^{-n} \right] \\ &= -z \frac{d}{dz} Y(z) \end{aligned}$$

所以

$$Y(z) = \int_a^z \left(-\frac{X(v)}{v} \right) dv$$

$$(2) \omega(n) = \frac{1}{n + \delta(n)} u(n-1) = \frac{1}{n} u(n-1)$$

$$\text{对于 } u(n-1), \text{ 已知 } X(z) = Z\{u(n-1)\} = \frac{z^{-1}}{1-z^{-1}}, \quad |z| > 1$$

$$\begin{aligned} \text{故有} \quad Y(z) &= \int_a^z \left(-\frac{X(v)}{v} \right) dv = \int_a^z \left(-\frac{v^{-1}}{v(1-v^{-1})} \right) dv \\ &= \ln \frac{z}{z-1} \end{aligned}$$

由此, 可验证这个结果的正确性

$$y(n) = \ln \frac{z}{z-1} = -\ln(1-z^{-1}), \quad |z| > 1$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^{-n}}{n} = \sum_{n=1}^{\infty} \omega(n) z^{-n}$$

这就验证了该方法的正确性。

【1-11】 考虑具有 Z 变换为 $X(z) = P(z)/Q(z)$ 的序列, 其中 $P(z)$ 与 $Q(z)$ 均为 z 的多项式, 如果该序列是绝对可加的, 且 $Q(z)$ 的全部根都在单位圆内, 该序列一定是因果的吗? 若是, 请明确给予解释; 若不是, 请给出一个反例。

解 如果该序列是绝对可加的, 且 $Q(z)$ 的全部根均在单位圆内, 则该序列不一定是因果的。

$$\text{例如: 设} \quad X(z) = \frac{z(z+1)}{z - \frac{1}{2}} = z + \frac{\frac{3}{2}}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}}$$

$$x(n) = \delta(n+1) + \frac{3}{2} \left(\frac{1}{2} \right)^n u(n), \quad [x(-1) = 1 \neq 0]$$

显然 $X(z)$ 的 $Q(z)$ 部分的根 $z = \frac{1}{2}$ 在单位圆内, $x(n)$ 亦满足绝对可加性, 但 $x(n)$ 却不是因果

序列。

【1-12】 用采样周期 T 对连续时间信号 $x_c(t) = \cos(4000\pi t)$ 进行采样, 得到一个离散时间信号 $x(n) = \cos\left(\frac{\pi}{3}n\right)$

(1) 试确定采样周期 T 。

(2) 在(1)中选取的 T 是唯一吗? 若是, 请解释为什么。若不是, 请给出另一种 T 的选择。

解 (1) 由 $\omega_0 = \Omega_0 T$ 可得

$$T = \frac{\omega_0}{\Omega_0} = \frac{\frac{\pi}{3}}{4000\pi} = \frac{1}{12\,000} \text{ s}$$

(2) T 不是唯一的, 如

$$T = \frac{-\omega_0 + 2\pi}{\Omega_0} = \frac{\frac{5}{3}\pi}{4000\pi} = \frac{5}{12\,000} \text{ s}$$

【1-13】 如图 1-3 所示, 是一种多径通信信道的简单模型。假设 $s_c(t)$ 是带限的, 即 $S_c(j\Omega) = 0, |\Omega| \geq \frac{\pi}{T}$, 对 $x_c(t)$ 用周期 T 采样, 得到序列 $x(n) = x_c(nT)$ 。

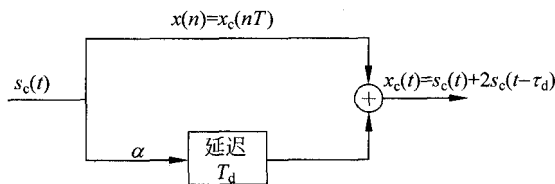


图 1-3

(1) 求 $x_c(t)$ 的傅里叶变换和用 $x(n)$ 的傅里叶变换。

(2) 如图 1-4 所示, 已知 T 和 τ_d , 求一个离散时间系统 $H(e^{j\omega})$ 来仿真该多径系统, 使当输入为 $s(n) = s_c(nT)$ 时, 输出为 $r(n) = x_c(nT)$ 。

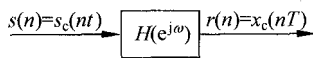


图 1-4

(3) 当 $\tau_d = T$ 和 $\tau_d = \frac{T}{2}$ 时, 求单位脉冲响应 $h(n)$ 。

解 (1) 由 $x_c(t) = s_c(t) + \alpha s_c(t - \tau_d)$ 得

$$X_c(j\Omega) = S_c(j\Omega) + \alpha e^{-j\tau_d\Omega} \times S_c(j\Omega) = (1 + \alpha e^{-j\tau_d\Omega}) \times S_c(j\Omega)$$

又

$$x(n) = x_c(nT)$$

所以, 有

$$X(e^{j\Omega T}) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X_c(j\Omega - jk\Omega_s)$$

即

$$\begin{aligned} X(e^{j\omega}) &= \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} S_c\left[j\left(\frac{\omega}{T} - \frac{2\pi T}{T}\right)\right] + \frac{\alpha e^{-j\tau_d\frac{\omega}{T}}}{T} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} S_c\left[j\left(\frac{\omega}{T} - \frac{2\pi T}{T}\right)\right] \\ &= \frac{1}{T} (1 + \alpha e^{-j\tau_d\frac{\omega}{T}}) \sum_{k=-\infty}^{+\infty} S_c\left[j\left(\frac{\omega}{T} - \frac{2\pi T}{T}\right)\right] \end{aligned}$$

(2) 由于

$$r(n) = x_c(nT) = s_c(nT) + \alpha s_c(nT - \tau_d) = s(n) + \alpha s\left(n - \frac{\tau_d}{T}\right)$$

得

$$R(e^{j\omega}) = S(e^{j\omega}) + \alpha e^{-\frac{j\omega\tau_d}{T}} S(e^{j\omega})$$

因此,得离散时间系统 $H(e^{j\omega})$ 为

$$H(e^{j\omega}) = 1 + \alpha e^{-\frac{j\omega\tau_d}{T}}$$

(3) 当 $\tau_d = T$ 时, $H(e^{j\omega}) = 1 + \alpha e^{-j\omega}$

所以,有

$$h(n) = \delta(n) + \alpha \delta(n-1)$$

当 $\tau_d = \frac{T}{2}$ 时, $\frac{\tau_d}{T} = \frac{1}{2}$, 显然,这是一个非整数延时问题。可写出

$$h(n) = \delta(n) + \alpha \frac{\sin\left(\pi\left(n - \frac{1}{2}\right)\right)}{\pi\left(n - \frac{1}{2}\right)}$$

【1-14】 设 S_1 是 LTI 系统,其系统函数为 $H_1(z) = \frac{1-z^{-5}}{1-z^{-1}}$, $|z| > 0$, 单位脉冲响应为 $h_1(n)$ 。

(1) S_1 是因果的吗? 为什么?

(2) 令 $g(n) = h_1(n) * h_2(n)$, 求 $h_2(n)$, 使得 $g(n)$ 至少有 9 个非零样本, 并且 $g(n)$ 可以成为具有严格线性相位的因果 LTI 系统的单位脉冲响应, 满足

$$G(e^{j\omega}) = |G(e^{j\omega})| e^{-j\omega n_0}, \quad n_0 \text{ 为某个数。}$$

(3) 令 $q(n) = h_1(n) * h_3(n)$, 给出一个 $h_3(n)$, 使得有

$$q(n) = \delta(n), \quad 0 \leq n \leq 19$$

解 (1) $H_1(z) = \frac{1}{1-z^{-1}} - \frac{z^{-5}}{1-z^{-1}}, \quad |z| > 0$

$$h_1(n) = u(n) - u(n-5)$$

如图 1-5 所示, 显然, $h_1(n)$ 是因果的。

(2) 因为 $h_1(n)$ 是一个 $M=4$ 且为偶对称的第一类 FIR 广义线性相位滤波器。

则

$$H_1(e^{j\omega}) = A(e^{j\omega}) \times e^{-j2\omega}$$

同时要求 $g_2(n)$ 至少具有 9 点非零样本, 不妨设

$$H_2(e^{j\omega}) = H_1(e^{j\omega}) e^{-jn_d\omega}$$

即有

$$h_2(n) = h_1(n - n_d)$$

则

$$g(n) = h_1(n) * h_2(n), \text{ 必然有 9 个非零样本, 且有}$$

$$G(e^{j\omega}) = H_1(e^{j\omega}) \times H_2(e^{j\omega}) = A^2(e^{j\omega}) \times e^{-j(4+n_d)\omega}$$

因此 $G(e^{j\omega})$ 必然为一个严格线性相位 FIR 滤波器。

(3) 直接给出 $h(n)$ 如下

$$\begin{aligned} H_3(z) &= \frac{1-z^{-1}}{1-z^{-5}} = (1-z^{-1})(1+z^{-5}+z^{-10}+z^{-15}+\cdots) \\ &= 1-z^{-1}+z^{-5}-z^{-6}+z^{-10}-z^{-11}+z^{-15}-z^{-16}+\cdots \end{aligned}$$

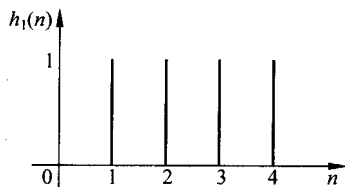


图 1-5