



全国高等学校自动化专业系列教材
教育部高等学校自动化专业教学指导分委员会牵头规划

Exercises for Modern Control Theory

现代控制理论习题集

高立群 郑 艳 井元伟 编著

Gao Liqun Zheng Yan Jing Yuanwei



清华大学出版社



全国高等学校自动化专业系列教材
教育部高等学校自动化专业教学指导分委员会牵头规划

Exercises for Modern Control Theory

现代控制理论习题集

东北大学 高立群 郑 艳 井元伟 编著

Gao Liqun Zheng Yan Jing Yuanwei

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书是张嗣瀛院士主编的全国高等学校自动化专业系列教材《现代控制理论》的配套习题解答。

书中对该教材各章中所有习题均给出相应解答,同时还精选近年来出版的十几本现代控制理论教材中例题和习题并给出解答。书中习题涉及系统的状态方程建立及解法;系统的能控性、能观性和稳定性等定性理论;极点配置、反馈解耦、观测器设计等综合理论;以及最优控制理论和状态估计理论。同时书中还编录了一些利用 MATLAB 语言求解的习题。

本书以自动化专业及相关专业本科生为主要读者对象,同时也可供研究生和相关的工程技术人员参考。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13501256678 13801310933

图书在版编目(CIP)数据

现代控制理论习题集/高立群,郑艳,井元伟编著. —北京:清华大学出版社,2007.10
(全国高等学校自动化专业系列教材)

ISBN 978-7-302-15678-9

I. 现… II. ①高… ②郑… ③井… III. 现代控制理论—高等学校—习题

IV. O231-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 105497 号

责任编辑:王一玲 刘 彤

责任校对:白 蕾

责任印制:李红英

出版发行:清华大学出版社 地 址:北京清华大学学研大厦 A 座

<http://www.tup.com.cn> 邮 编:100084

c-service@tup.tsinghua.edu.cn

社 总 机:010-62770175 邮购热线:010-62786544

投稿咨询:010-62772015 客户服务:010-62776969

印 刷 者:清华大学印刷厂

装 订 者:三河市新茂装订有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:175×245 印 张:20.75 字 数:423 千字

版 次:2007 年 10 月第 1 版 印 次:2007 年 10 月第 1 次印刷

印 数:1~3000

定 价:29.00 元

本书如存在文字不清、漏印、缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系调换。联系电话:(010)62770177 转 3103 产品编号:025261-01

出版说明

《全国高等学校自动化专业系列教材》



为适应我国对高等学校自动化专业人才培养的需要,配合各高校教学改革的进程,创建一套符合自动化专业培养目标和教学改革要求的新型自动化专业系列教材,“教育部高等学校自动化专业教学指导分委员会”(简称“教指委”)联合了“中国自动化学会教育工作委员会”、“中国电工技术学会高校工业自动化教育专业委员会”、“中国系统仿真学会教育工作委员会”和“中国机械工业教育协会电气工程及自动化学科委员会”四个委员会,以教学创新为指导思想,以教材带动教学改革为方针,设立专项资助基金,采用全国公开招标方式,组织编写出版了一套自动化专业系列教材——《全国高等学校自动化专业系列教材》。

本系列教材主要面向本科生,同时兼顾研究生;覆盖面包括专业基础课、专业核心课、专业选修课、实践环节课和专业综合训练课;重点突出自动化专业基础理论和前沿技术;以文字教材为主,适当包括多媒体教材;以主教材为主,适当包括习题集、实验指导书、教师参考书、多媒体课件、网络课程脚本等辅助教材;力求做到符合自动化专业培养目标、反映自动化专业教育改革方向、满足自动化专业教学需要;努力创造使之成为具有先进性、创新性、适用性和系统性的特色品牌教材。

本系列教材在“教指委”的领导下,从2004年起,通过招标机制,计划用3、4年时间出版50本左右教材,2006年开始陆续出版问世。为满足多层次、多类型的教学需求,同类教材可能出版多种版本。

本系列教材的主要读者群是自动化专业及相关专业的大学生和研究生,以及相关领域和部门的科学工作者和工程技术人员。我们希望本系列教材既能为在校大学生和研究生的学习提供内容先进、论述系统和适于教学的教材或参考书,也能为广大科学工作者和工程技术人员知识更新与继续学习提供适合的参考资料。感谢使用本系列教材的广大教师、学生和科技工作者的热情支持,并欢迎提出批评和意见。

《全国高等学校自动化专业系列教材》编审委员会

2005年10月于北京

《全国高等学校自动化专业系列教材》编审委员会

顾问 (按姓氏笔画):

王行愚(华东理工大学)	冯纯伯(东南大学)
孙优贤(浙江大学)	吴启迪(同济大学)
张嗣瀛(东北大学)	陈伯时(上海大学)
陈翰馥(中国科学院)	郑大钟(清华大学)
郑南宁(西安交通大学)	韩崇昭(西安交通大学)

主任委员: 吴澄(清华大学)

副主任委员: 赵光宙(浙江大学) 萧德云(清华大学)

委员 (按姓氏笔画):

王雄(清华大学)	方华京(华中科技大学)
史震(哈尔滨工程大学)	田作华(上海交通大学)
卢京潮(西北工业大学)	孙鹤旭(河北工业大学)
刘建昌(东北大学)	吴刚(中国科技大学)
吴成东(沈阳建筑工程学院)	吴爱国(天津大学)
陈庆伟(南京理工大学)	陈兴林(哈尔滨工业大学)
郑志强(国防科技大学)	赵曜(四川大学)
段其昌(重庆大学)	程鹏(北京航空航天大学)
谢克明(太原理工大学)	韩九强(西安交通大学)
褚健(浙江大学)	蔡鸿程(清华大学出版社)
廖晓钟(北京理工大学)	戴先中(东南大学)

工作小组 (组长): 萧德云(清华大学)

(成员): 陈伯时(上海大学) 郑大钟(清华大学)
田作华(上海交通大学) 赵光宙(浙江大学)
韩九强(西安交通大学) 陈兴林(哈尔滨工业大学)
陈庆伟(南京理工大学)

(助理): 郭晓华(清华大学)

责任编辑: 王一玲(清华大学出版社)

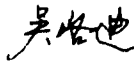


自动化学科有着光荣的历史和重要的地位,20 世纪 50 年代我国政府就十分重视自动化学科的发展和自动化专业人才的培养。五十多年来,自动化科学技术在众多领域中发挥了重大作用,如航空、航天等,“两弹一星”的伟大工程就包含了许多自动化科学技术的成果。自动化科学技术也改变了我国工业整体的面貌,不论是石油化工、电力、钢铁,还是轻工、建材、医药等领域都要用到自动化手段,在国防工业中自动化的作用更是巨大的。现在,世界上有很多非常活跃的领域都离不开自动化技术,比如机器人、月球车等。另外,自动化学科对一些交叉学科的发展同样起到了积极的促进作用,如网络控制、量子控制、流媒体控制、生物信息学、系统生物学等学科就是在系统论、控制论、信息论的影响下得到不断的发展。在整个世界已经进入信息时代的背景下,中国要完成工业化的任务还很重,或者说我们正处在后工业化的阶段。因此,国家提出走新型工业化的道路和“信息化带动工业化,工业化促进信息化”的科学发展观,这对自动化科学技术的发展是一个前所未有的战略机遇。

机遇难得,人才更难得。要发展自动化学科,人才是基础、是关键。高等学校是人才培养的基地,或者说人才培养是高等学校的根本。作为高等学校的领导和教师始终要把人才培养放在第一位,具体对自动化系或自动化学院的领导和教师来说,要时刻想着为国家关键行业和战线培养和输送优秀的自动化技术人才。

影响人才培养的因素很多,涉及教学改革方方面面,包括如何拓宽专业口径、优化教学计划、增强教学柔性、强化通识教育、提高知识起点、降低专业重心、加强基础知识、强调专业实践等,其中构建融会贯通、紧密配合、有机联系的课程体系,编写有利于促进学生个性发展、培养学生创新能力的教材尤为重要。清华大学吴澄院士领导的《全国高等学校自动化专业系列教材》编审委员会,根据自动化学科对自动化技术人才素质与能力的需求,充分吸取国外自动化教材的优势与特点,在全国范围内,以招标方式,组织编写了这套自动化专业系列教材,这对推动高等学校自动化专业发展与人才培养具有重要的意义。这套系列教材的建设有新思路、新机制,适应了高等学校教学改革与发展的新形势,立足创建精品教材,重视实践性环节在人才培养中的作用,采用了竞争机制,以

激励和推动教材建设。在此,我谨向参与本系列教材规划、组织、编写的老师,致以诚挚的感谢,并希望该系列教材在全国高等学校自动化专业人才培养中发挥应有的作用。

 教授

2005 年 10 月于教育部

《全国高等学校自动化专业系列教材》编审委员会在对国内外部分大学有关自动化专业的教材做深入调研的基础上,广泛听取了各方面的意见,以招标方式,组织编写了一套面向全国本科生(兼顾研究生)、体现自动化专业教材整体规划和课程体系、强调专业基础和理论联系实际的系列教材,自2006年起陆续面世。全套系列教材共五十多本,涵盖了自动化学科的主要知识领域,大部分教材都配置了包括电子教案、多媒体课件、习题辅导、课程实验指导书等立体化教材配件。此外,为强调落实“加强实践教育,培养创新人才”的教学改革思想,还特别规划了一组专业实验教程,包括《自动控制原理实验教程》、《运动控制实验教程》、《过程控制实验教程》、《检测技术实验教程》和《计算机控制系统实验教程》等。

自动化科学技术是一门应用性很强的学科,面对的是各种各样错综复杂的系统,控制对象可能是确定性的,也可能是随机性的;控制方法可能是常规控制,也可能需要优化控制。这样的学科专业人才应该具有什么样的知识结构,又应该如何通过专业教材来体现,这正是“系列教材编审委员会”规划系列教材时所面临的问题。为此,设立了《自动化专业课程体系结构研究》专项研究课题,成立了由清华大学萧德云教授负责,包括清华大学、上海交通大学、西安交通大学和东北大学等多所院校参与的联合研究小组,对自动化专业课程体系结构进行了深入研究,提出了按“控制理论与工程、控制系统与技术、系统理论与工程、信息处理与分析、计算机与网络、软件基础与工程、专业课程实验”等知识板块构建的课程体系结构。以此为基础,组织规划了一套涵盖几十门自动化专业基础课程和专业课程的系列教材。从基础理论到控制技术,从系统理论到工程实践,从计算机技术到信号处理,从设计分析到课程实验,涉及的知识单元多达数百个、知识点几千个,介入的学校五十多所,参与的教授一百二十多人,是一项庞大的系统工程。从编制招标要求、公布招标公告,到组织投标和评审,最后商定教材大纲,凝聚着全国百余名教授的心血,为的是编写出版一套具有一定规模、富有特色的、既考虑研究型大学又考虑应用型大学的自动化专业创新型系列教材。

然而,如何进一步构建完善的自动化专业教材体系结构?如何建设

基础知识与最新知识有机融合的教材? 如何充分利用现代技术, 适应现代大学生的接受习惯, 改变教材单一形态, 建设数字化、电子化、网络化等多元形态、开放性的“广义教材”? 等等, 这些都还有待我们进行更深入的研究。

本套系列教材的出版, 对更新自动化专业的知识体系、改善教学条件、创造个性化的教学环境, 一定会起到积极的作用。但是由于受各方面条件所限, 本套教材从整体结构到每本书的知识组成都可能存在许多不当甚至谬误之处, 还望使用本套教材的广大教师、学生及各界人士不吝批评指正。

吴俊 院士

2005 年 10 月于清华大学



为适应我国对高等学校自动化专业人才培养的需要,“教育部高等学校自动化专业教学指导分委员会”联合了“中国自动化学会教育工作委员会”、“中国电工技术学会高校自动化教育专业委员会”、“中国系统仿真学会教育工作委员会”和“中国机械工业教育协会电气工程及自动化学科委员会”四个委员会以教学创新为指导思想,以教材带动教学改革为方针,采取全国公开招标方式组织编写了一套自动化专业系列教材。本书是对该系列教材中《现代控制理论》(张嗣瀛院士主编)一书相配套的习题解答。

书中不仅对该教材各章中所有习题均给出相应的、详尽的解答,同时还精选近年来出版的十几本现代控制理论教材中的例题和习题并给出解答。书中题号右上角标“*”的为所增加的习题,题号右上角标“**”的为原书中的例题。书中习题涉及系统的状态方程建立及解法;系统的能控性、能观性和稳定性等定性理论;极点配置、反馈解耦、观测器设计等综合理论;以及最优控制理论和状态估计理论。本书可以帮助不同层次的读者更好地理解 and 掌握现代控制理论的思想 and 内容。书中介绍的利用 MATLAB 语言求解的习题,有利于培养读者利用计算机解决实际问题的能力。

本书以自动化及相关专业本科生为主要读者对象,同时也适于自动化及相关专业的专科生和研究生使用。

东北大学高立群教授编写了第 1、5、6、8 章,井元伟教授编写了第 4、7 章,郑艳副教授编写了第 2、3 章,张嗣瀛院士进行了总体构思和总纂。此外参加编写工作的还有李扬、王坤、片兆宇、郭丽等博士研究生,在此对他们表示感谢。

由于时间比较仓促,书中可能存在错误,请读者批评、指正。另外有些题目解法和答案并不唯一,这里一般只给出一种解法和答案。

编者

2007 年 4 月

第 1 章 绪论	1
1.1 控制理论的发展历程简介	1
1.2 现代控制理论的主要内容	2
1.3 本书内容及其特点	2
习题与解答	3
第 2 章 控制系统的状态空间描述	4
2.1 几个重要概念	4
2.2 状态空间表达式的一般形式	4
2.3 状态空间表达式的建立	5
2.3.1 由物理系统的机理直接建立状态空间表达式	5
2.3.2 由高阶微分方程化为状态空间描述	5
2.3.3 由传递函数建立状态空间表达式	7
2.4 线性变换	9
2.4.1 把状态方程变换为对角标准型	10
2.4.2 把状态方程化为约当标准型	10
习题与解答	11
第 3 章 状态方程的解	49
3.1 线性定常系统状态方程的解	49
3.2 状态转移矩阵	49
3.3 线性时变系统齐次状态方程的解	51
3.4 线性时变系统非齐次状态方程的解	51
3.5 线性连续系统的时间离散化	52
3.6 离散时间系统状态方程的解	52
习题与解答	53
第 4 章 线性系统的能控性与能观性	89
4.1 定常离散系统	89
4.2 定常连续系统的能控性	90

4.3	定常连续系统的能观性	91
4.4	线性时变系统的能控性及能观性	92
4.5	能控性与能观性的对偶关系	92
4.6	线性定常系统的结构分解	93
4.6.1	系统能控性分解	93
4.6.2	系统的能观性分解	94
4.6.3	系统按能控性与能观性进行标准分解	94
4.7	能控性、能观性与传递函数矩阵的关系	95
4.7.1	单输入单输出系统	95
4.7.2	多输入多输出系统	95
4.8	能控标准型和能观标准型	95
4.8.1	系统的能控标准型	96
4.8.2	系统的能观标准型	96
4.9	系统的实现	97
4.9.1	单输入单输出系统的实现问题	97
4.9.2	多输入多输出系统的实现问题	98
4.9.3	传递函数矩阵的最小实现	98
	习题与解答	100
第 5 章	控制系统的李雅普诺夫稳定性分析	146
5.1	稳定性的基本概念	146
5.2	李雅普诺夫稳定性理论	148
5.2.1	李雅普诺夫第一方法	148
5.2.2	李雅普诺夫第二方法	148
	习题与解答	151
第 6 章	状态反馈和状态观测器	177
6.1	状态反馈	177
6.1.1	基本概念	177
6.1.2	单输入系统极点配置的算法	178
6.1.3	多输入系统的极点配置	178
6.1.4	利用 MATLAB 实现极点配置	181
6.2	应用状态反馈实现解耦控制	181
6.2.1	问题的提出	181
6.2.2	实现解耦控制的条件和主要结论	182
6.2.3	解耦算法	183

6.3 状态观测器	183
习题与解答	186
第7章 最优控制	225
7.1 求解最优控制的变分方法	225
7.1.1 泛函与变分法	225
7.1.2 欧拉方程	226
7.1.3 横截条件	226
7.1.4 含有多个未知函数泛函的极值	226
7.1.5 条件极值	227
7.1.6 最优控制问题的变分解法	227
7.2 最大值原理	229
7.2.1 最大值原理	229
7.2.2 古典变分法与最小值原理	230
7.3 动态规划	230
7.3.1 多级决策过程与最优性原理	230
7.3.2 离散系统动态规划	231
7.3.3 连续系统的动态规划	231
7.4 线性二次型性能指标的最优控制	231
7.4.1 状态调节器	232
7.4.2 输出调节器	233
7.4.3 跟踪问题	234
7.4.4 利用 MATLAB 求解最优控制	234
7.5 快速控制系统	235
习题与解答	235
第8章 状态估计(卡尔曼滤波)	280
8.1 最小方差估计	280
8.2 线性最小方差估计	281
8.3 最小二乘估计	281
8.4 投影定理	283
8.5 卡尔曼滤波	283
8.6 利用 MATLAB 实现状态估计	284
习题与解答	285
参考文献	312

1.1 控制理论的发展历程简介

在 20 世纪 30、40 年代,自动控制理论初步形成并奠定了基础;第二次世界大战后,在反馈理论、频率响应理论发展的基础上,形成了较为完善的自动控制系统设计的频率法理论。1948 年又提出了根轨迹法,至此,自动控制理论发展的第一阶段基本形成。这种建立在频率法和根轨迹法基础上的理论,通常被称为经典控制理论。经典控制理论发展过程中的代表人物有奈奎斯特(H. Nyquist)、伯德(H. W. Bode)、维纳(N. Wiener)。

经典控制理论以拉氏变换为数学工具,以单输入-单输出的线性定常系统为主要研究对象,将描述系统的微分方程或差分方程变换到复数域中,得到系统的传递函数,并以此为基础在频率域中对系统进行分析与设计,确定控制器的结构和参数。通常是采用反馈控制,构成所谓闭环控制系统。经典控制理论具有明显的局限性,突出的是难以有效地应用于时变系统、多变量系统,也难以揭示系统更为深刻的特性。

在 20 世纪 50 年代蓬勃兴起的航空航天技术的推动和计算机技术飞速发展的支持下,控制理论在 1960 年前后有了重大的突破和创新。动态规划法和极大值原理的提出使得最优控制理论得到了极大的发展;状态空间法被引入到系统与控制理论中来,出现了能控性、能观性的概念和新的滤波理论。这些就构成了现代控制理论的起点和基础。现代控制理论发展过程中的代表人物主要有贝尔曼(R. Bellman)、庞特里雅金(Понтрягин, Л. С.)和卡尔曼(R. E. Kalman)。

现代控制理论以线性代数和微分方程为主要数学工具,以状态空间法为基础,分析与设计控制系统。状态空间法本质上是一种时域的方法,它分析和综合的目标是在揭示系统内在规律的基础上,实现系统在一定意义下的最优化。现代控制理论的研究对象广泛,不但是单变量、线性的定常系统,也可以是多变量、非线性的时变系统。

1.2 现代控制理论的主要内容

概括地说,现代控制理论有下列主要分支:

(1) 线性系统理论 主要研究线性系统状态的运动规律和改变这些规律的可能性与实施方法。它除了包括系统的能控性、能观性、稳定性分析之外,还包括状态反馈、状态估计及补偿器的理论和设计方法等内容。

(2) 最优滤波理论 主要研究如何根据被噪声污染的测量数据,按照某种判别准则,获得有用信号的最优估计。卡尔曼滤波是滤波理论的一大突破。

(3) 系统辨识 所谓系统辨识就是在系统的输入-输出试验数据的基础上,从一组给定的模型类中确定一个与所测量系统本质特征相等价的模型。

(4) 最优控制 最优控制就是在给定限制条件和性能指标下,寻找使系统性能在一定意义下为最优的控制规律。在解决最优控制问题中,庞特里雅金的极大值原理和贝尔曼动态规划法是两种最重要的方法。

(5) 自适应控制 其基本思想是,当被控对象内部结构和参数以及外部环境干扰存在不确定性时,在系统运行期间,系统自身能对有关信息实现在线测量和处理,从而不断修正系统结构的有关参数和控制作用,使之处于人们所期望的最佳状态。

(6) 非线性系统理论 主要研究非线性系统状态的运动规律和改变这些规律的可能性与实施方法。主要包括能控性、能观性、稳定性、线性化、解耦以及反馈控制、状态估计等理论。

1.3 本书内容及其特点

本书以自动化及相关专业本科生为主要对象,同时也适于自动化及相关专业的专科生和研究生使用。

本书与现行自动化专业本科生教材配套,侧重基础知识的理解和运用,适当地“拔高”以满足工科硕士研究生的需要。书中所含习题难易程度不同,可以帮助不同层次的读者更好地理解 and 掌握现代控制理论思想和内容。书中习题涉及系统的状态方程建立及解法;系统的能控性、能观性和稳定性等定性理论;极点配置、反馈解耦、观测器设计等综合理论;以及最优控制理论和状态估计理论。书中介绍的利用 MATLAB 语言求解的习题会有利于培养读者利用计算机解决实际问题的能力。

本书侧重解题思想的介绍,力求通俗易懂,便于启发读者思路,达到举一反三的目的。

习题与解答

1.1' 现代控制理论与经典控制理论有哪些主要方面的不同?

答: 现代控制理论以线性代数和微分方程为主要数学工具, 以状态空间法为基础, 分析与设计控制系统。状态空间法本质上是一种时域的方法, 它分析和综合的目标是在揭示系统内在规律的基础上, 实现系统在一定意义下的最优化。现代控制理论的研究对象广泛, 不但是单变量、线性的定常系统, 也可以是多变量、非线性、非线性的时变系统。

1.2' 经典控制理论发展过程中的代表人物有哪些? 他们分别做出了些什么贡献?

答: 奈奎斯特(H. Nyquist) 提出了系统稳定性的奈奎斯特判据。

伯德(H. W. Bode) 提出了简便而又实用的伯德图法进行系统频域分析。

维纳(N. Wiener) 总结了经典控制的一般性理论, 推广了反馈的概念, 提出维纳滤波。

1.3' 现代控制理论发展过程中的代表人物有哪些? 他们分别做出了些什么贡献?

答: 贝尔曼, 给出动态规划求解最优控制问题方法。

庞特里雅金, 证明了极大值原理, 使得最优控制理论得到了极大的发展。

卡尔曼, 提出了能控性、能观性的概念, 特别是给出线性最小方差滤波递推算法, 即卡尔曼滤波方法。

1.4' 试分析限制现代控制理论在实际生产中应用最重要的因素会是什么?

答: 在运用现代控制理论解决问题时, 首先必须建立一个能够很好地描述该对象的数学模型, 而对于一个实际问题, 由于问题的复杂性, 往往无法获得理想的数学模型。其次, 运用现代控制理论解决问题时, 往往控制器比较复杂, 在控制目标要求并不十分严格时, 考虑经济条件的约束情况, 往往采用经典控制方法, 这样既可以保证控制要求, 又简单方便。

1.5' 早期最著名的现代控制中最优控制理论应用实例是什么?

答: 美国阿波罗号登月舱姿态控制。

第2章

控制系统的状态 空间描述

本章主要涉及系统状态变量模式数学模型的建立。主要包括三部分内容：阐述系统状态空间描述的概念；给出依据不同的已知条件建立系统状态空间表达式的不同方法；有关系统线性变换方面的知识。

2.1 几个重要概念

状态变量 系统的状态变量是指能完全表征系统运动状态的最小一组变量。如给定了 $t=t_0$ 时刻这组变量的值和 $t \geq t_0$ 时刻的输入函数，则系统在 $t \geq t_0$ 时刻的行为就能完全确定。这样一组变量就称为状态变量。

状态方程 把系统的状态变量与输入之间的关系用一组一阶微分方程来描述的数学模型称之为状态方程。

输出方程 表征系统状态变量与输入变量和输出变量之间关系的数学表达式称为输出方程。它们具有代数方程的形式。

状态空间表达式 状态方程和输出方程综合起来，在状态空间中建立的对一个系统动态行为的完整描述(数学模型)，称为系统的状态空间表达式。

2.2 状态空间表达式的一般形式

(1) 非线性系统的状态空间描述如下：

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u, t) \\ y = g(x, u, t) \end{cases} \quad (2.1)$$

其中， $x \in R^n$ 为状态向量； $u \in R^p$ 为输入向量； $y \in R^q$ 为输出向量。向量函数 $\dot{x} = f(x, u, t)$ 和 $y = g(x, u, t)$ 的全部或至少一个组成元素为状态变量 x 和控制 u 的非线性函数。

(2) 线性系统的状态空间描述如下：