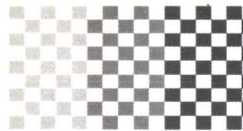


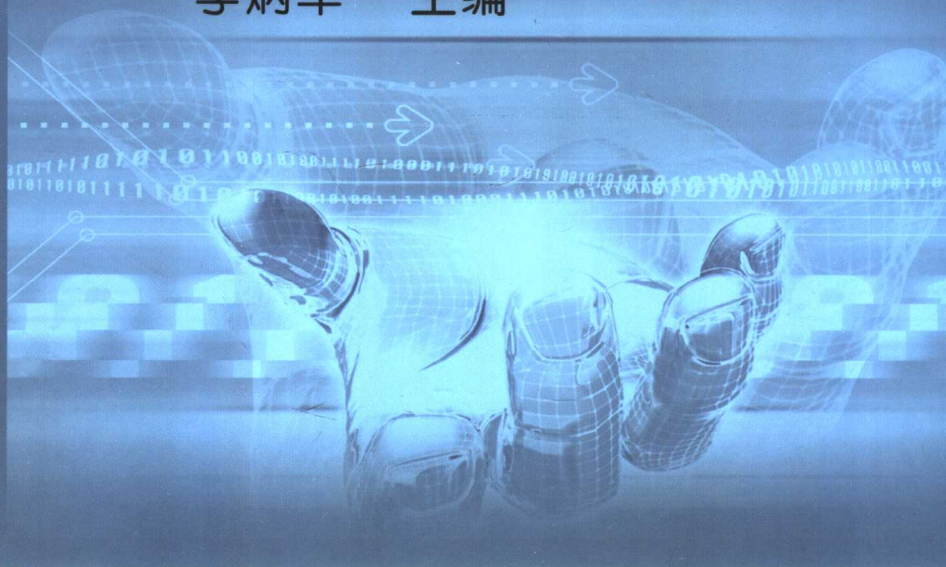


全国高等农林院校“十一五”规划教材



运筹学

李炳军 主编



 中国农业出版社

全国高等农林院校“十一五”规划教材

运 筹 学

李炳军 主编

中国农业出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

运筹学/李炳军主编. —北京: 中国农业出版社,
2007. 1

全国高等农林院校“十一五”规划教材
ISBN 978-7-109-11359-6

I. 运... II. 李... III. 运筹学-高等学校-教材 IV. 022

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 155918 号

中国农业出版社出版

(北京市朝阳区农展馆北路 2 号)

(邮政编码 100026)

责任编辑 夏之翠

北京智力达印刷有限公司印刷 新华书店北京发行所发行

2007 年 1 月第 1 版 2007 年 1 月北京第 1 次印刷

开本: 720mm×960mm 1/16 印张: 15

字数: 265 千字

定价: 22.00 元

(凡本版图书出现印刷、装订错误, 请向出版社发行部调换)

内 容 简 介

本教材是全国高等农林院校“十一五”规划教材。该教材共分12章，包括运筹学中最基本、应用最广泛的几个重要部分：线性规划、整数规划、目标规划、动态规划、图与网络分析、排队论、存贮论、决策分析、对策论等，各章内容注重结合高等农林院校不同专业实际和学生特点，内容简明，理论与实际紧密结合，每章均附有习题及参考答案，具有一定的深度、广度和系统性。

本教材可作为高等农林院校经济管理类和理工类专业本科生、研究生的教材，也可作为农学类各专业的参考教材和各级管理人员、技术人员及领导干部的培训教材和自学教材。

编 委 会

主 编 李炳军（河南农业大学）

副主编 （按姓氏笔画排序）

李宗泰（北京农学院）

陈 涛（四川农业大学）

侯建文（山西农业大学）

编 委 （按姓氏笔画排序）

王晓玲（晋中学院太谷师范分院）

曲建华（河南农业大学）

杜世平（四川农业大学）

李 晔（河南农业大学）

赵有益（甘肃农业大学）

荆会芬（河南财经学院）

主 审 田志宏（中国农业大学）

前 言

运筹学是一门研究如何有效地组织和管理人机系统的科学，它可以解决诸如最优计划、最优分配、最优设计、最优管理、最优决策等优化问题，因而在农业、林业、机械、电力、电子、计算机、自动化、纺织、化工、石油、冶金、矿山、汽车、建筑、水利、交通运输、邮电通信、环境保护、轻工、商业、国防、政府部门等多个领域中得到广泛应用。随着科学技术的不断进步，社会与经济的虚拟化、模块化、网络化、多元化、整合化、创新化和协调化已成为基本发展趋势。基于这样的环境，要提高经济效益，要实现科学的管理与决策，不懂得运筹学是不行的。无论学什么专业，也无论从事什么工作，学习一些运筹学知识，都是必要的。

随着国内社会经济发展形势的需要和运筹学教学形式的发展，近年来，一大批高等农林院校的不同专业纷纷开设了运筹学类课程，并对教学内容也提出了新的要求。运筹学解决问题有两个重要的特点：一是从全局的观点出发；二是通过建立模型，如数学模型和模拟模型，对于要求解的问题得到最合理的决策。由于在建立模型和求解的过程中，往往需要用到数学方法和技巧，因此目前国内流行的有关运筹学的教科书，大量篇幅偏重于数学方法的论证和公式的推导，对于解决实际问题时所需要的建立模型的概念和解题的技巧不够重视和简洁，对于引导性的拓展学生创新能力的内容涉及不够，因而不能满足高等农林院校学生的需要。本书是专为高等农林院校经济管理及理工类各专业编写的运筹学教材，内容上强调基本概念、基本理论与基本方法，着眼于应用，方法上着重于思路和几何直观解释，逻辑结构上在每一部分尽力围绕“是什么”、“为什么”、“怎么办”几个问题展开，并尽量结合高等农林院校不同专业举一些实

例。本教材适合高等农林院校经济管理类和理工类专业本科生、研究生使用，也可作为农学类各专业的参考教材和各级管理人员、技术人员及各级领导干部的培训教材和自学教材。

本教材共 12 章，主要包括确定型、不确定型两大类模型。确定型模型基本包含在线性规划、整数规划、目标规划、动态规划、图与网络分析等内容中；不确定型模型基本包含在排队论、存贮论、决策分析、对策论等几部分内容中。参加本书编写的有河南农业大学李炳军、曲建华、李晔；甘肃农业大学赵有益；四川农业大学陈涛、杜世平；北京农学院李宗泰；晋中学院太谷师范分院王晓玲；山西农业大学侯建文；河南财经学院荆会芬。

本教材得以顺利出版，与很多人的支持和帮助密不可分。在长期的教学和本书的编写过程中，作者从许多国内外学者的著作中汲取了营养，本书直接或间接地引用了他们的部分成果（详见书末参考文献）。在此一并表示衷心的感谢！

由于运筹学尚在发展，它涉及的内容和领域又非常深刻、丰富和广泛，且具有很强的实践性。限于我们的水平，书中难免有错误和不妥之处，敬请广大读者批评指正。

编 者

2006. 10

目 录

前言

第一章 绪论	1
第一节 运筹学及其特点	1
第二节 运筹学的研究对象及工作步骤	2
第三节 运筹学与其他学科的关系	3
第二章 线性规划及单纯形法	6
第一节 线性规划问题及其数学模型	6
第二节 图解法	10
第三节 线性规划模型的标准型及其解与基的概念	12
第四节 单纯形法原理	15
第五节 单纯形法的计算步骤	22
第六节 大 M 法和两阶段法	25
第七节 单纯形法的矩阵描述	30
习题	32
第三章 对偶问题与灵敏度分析	35
第一节 对偶问题的提出	35
第二节 线性规划的对偶理论	37
第三节 对偶问题的经济解释——影子价格	43
第四节 对偶单纯形法	46
第五节 灵敏度分析	50
习题	57
第四章 运输问题	59
第一节 运输问题及其数学模型	59
第二节 表上作业法	61
第三节 产销不平衡的运输问题及其求解方法	73
习题	75
第五章 目标规划	79
第一节 目标规划的数学模型	79

第二节 解目标规划的图解法	82
第三节 解目标规划的单纯形法	83
第四节 目标规划应用举例	86
习题	88
第六章 整数规划	90
第一节 整数规划问题的提出	90
第二节 分枝定界法	91
第三节 割平面法	95
第四节 0-1 型整数规划	98
第五节 指派问题	103
习题	108
第七章 动态规划	110
第一节 动态规划的基本概念和基本原理	110
第二节 确定型动态规划模型的求解	113
第三节 随机动态规划模型的求解	120
习题	122
第八章 图与网络分析	125
第一节 图与网络的基本知识	125
第二节 最短路问题	128
第三节 最大流问题	132
第四节 最小费用流问题	138
第五节 网络计划	141
习题	150
第九章 排队论	152
第一节 排队系统的基本概念	152
第二节 到达间隔与服务时间的分布	155
第三节 单服务台排队系统模型 (M/M/1)	158
第四节 多服务台排队系统模型 (M/M/C)	163
第五节 客源有限的排队系统	167
第六节 排队模型的综合应用	170
习题	172
第十章 存储论	174
第一节 存储论的基本概念	174
第二节 三个确定性存储模型的分析及其求解	176

第三节 两个随机性存储模型的分析及其求解	181
习题	184
第十一章 决策分析	186
第一节 决策的基本概念与决策程序	186
第二节 风险型决策问题	189
第三节 不确定型决策问题	196
第四节 效用理论	199
习题	203
第十二章 对策论	205
第一节 对策论的基本概念	205
第二节 矩阵对策	207
第三节 二人有限非零和对策	216
习题	219
习题参考答案	221
参考文献	229

第一章 绪 论

第一节 运筹学及其特点

运筹学是 20 世纪 40 年代初期逐步形成的一门新兴学科。运筹学一词在英国称为 Operational Research, 在美国称为 Operations Research (缩写为 O. R.), 可直译为“运用研究”或“作业研究”。1957 年我国从“夫运筹帷幄之中, 决胜千里之外”(见《史记·高祖本纪》)这句古语中摘取“运筹”二字, 将 O. R. 译作运筹学, 包含运用筹划、以策略取胜等意义。

运筹学作为一门应用科学, 至今还没有统一且确切的定义, 这里提出几个定义来说明运筹学的性质和特点。莫斯 (P. M. Morse) 和金博尔 (G. E. Kimban) 曾对运筹学下的定义是: “为决策机构在对其控制下业务活动进行决策时, 提供以数量化为基础的科学方法。”这里首先强调的是科学方法, 其含义不单是某种研究方法的分散和偶然的应用, 而是可用于整个一类问题上, 并能传授和有组织的活动。它强调以量化为基础, 必然要用数学。但任何决策都包含定量和定性两方面, 而定性方面又不能简单地用数学表示。如政治、社会等因素, 只有综合多种因素的决策才是全面的。运筹学工作者的职责是为决策者提供可以量化方面的分析, 指出那些定性的因素。另一定义是: “运筹学是一门应用科学, 它广泛应用现有的科学技术知识和数学方法, 解决实际中提出的专门问题, 为决策者选择最优决策提供定量依据。”这定义表明运筹学具有多学科交叉的特点, 如综合运用经济学、心理学、物理学、化学中的一些方法。运筹学是强调最优决策, “最”是过分理想了, 在实际生活中往往用次优、满意等概念代替最优。因此, 运筹学的又一定义是: “运筹学是一种给出问题坏的答案的艺术, 否则的话问题的结果会更坏。”中国大百科全书的释义为: 运筹学“用数学方法研究经济、民政和国防等部门在内外环境约束条件下合理分配人力、物力、财力等资源, 使实际系统有效运行的技术科学, 它可以用来预测发展趋势, 制定行动规划或优选可行方案”。

综合上述对运筹学的不同释义, 将运筹学的基本特点可归结为: ①系统的整体观念。运筹学研究中不是对构成系统的各子系统的决策行为孤立评价, 而是把有关子系统相互关联的决策结合起来考虑, 把相互影响和制约的各个方面作为一个统一体, 从系统整体利益出发, 寻找一个优化协调的方案。②多学科

的综合。任何一个系统的有效管理都涉及多个方面，运筹学研究中吸收来自不同领域、具有不同经验和技能的专家，多学科领域专家的配合增强了发挥研究小组集体智慧、提出问题和解决问题的能力。这种多学科协调配合在研究的初期、在分析和确定问题的主要方面、在选定和探索解决问题的途径时是特别重要的。③模型技术的应用。在各门学科的研究中广泛应用实验的方法，但运筹学研究的系统往往不能搬到实验室来，代替的方法是建立这个问题的数学和模拟的模型。应当指出，制定决策是运筹学应用的核心，而建立模型则是运筹学方法的精髓。学习运筹学要掌握的最重要技巧就是提高对运筹学数学模型的表达、运算和分析的能力。基于这些特点，为了有效地应用运筹学，前英国运筹学学会会长托姆林森提出六条原则：①合伙原则，是指运筹学工作者要和各方面人，尤其是同实际部门工作者合作。②催化原则，在多学科共同解决某问题时，要引导人们改变一些常规的看法。③互相渗透原则，要求多部门彼此渗透地考虑问题，而不是只局限于本部门。④独立原则，在研究问题时，不应受某人或某部门的特殊政策所左右，应独立从事工作。⑤宽容原则，解决问题的思路要宽，方法要多，而不是局限于某种特定的方法。⑥平衡原则，要考虑各种矛盾的平衡，关系的平衡。

第二节 运筹学的研究对象及工作步骤

运筹学运用近代自然科学的方法，特别是运用数学分析、线性代数、概率论等数学方法，对一个系统中的优化决策问题，从数量方面进行分析和研究，把研究的结果提供给决策者。此外，运筹学还研究如何控制一个系统的运行，使其经常处于优化的状态。这里所谓系统的优化决策问题，乃是指具有下述性质的问题，即如何运用系统已有的资源（人力、物力、财力等），使之发挥最大的效用，获得最好的效果，或是如何筹划最少量的、最合理的资源（人力、物力、财力等），完成一定量的任务。

任何一门学科从研究范畴上都大致可以分为以下四个方面：从观察现象所得到的结果和进行这种观察所需要的特殊方法；理论或模型的建立；将理论与模型相结合，并从结果得到预测；将这些预测同新的观察相比较，并加以证实。运筹学也不例外，围绕着模型的建立、修正与实施，在解决大量实际问题过程中形成了自己的工作步骤：

(1) 提出和形成问题。即在定性分析的基础上，弄清问题的目标、可能的约束、问题的可控变量以及有关参数，搜集有关资料。

(2) 建立模型。模型是对现实世界的事物、现象、过程和系统的简化描述

或其部分属性的模仿，是对实际问题的抽象概括和严格的逻辑表达。建立模型就是把问题中可控变量、参数和目标有效度量与约束之间的相互关系（包括定量关系、经验关系和规范关系）用文字、图表、符号、关系式或实体模样等表示出来。模型有三种基本形式：①形象模型；②模拟模型；③符号或数学模型。运筹学在解决问题时，按研究对象不同可构造各种不同的模型，但目前用得最多的是数学模型。

(3) 求解模型和优化方案。用各种手段（主要是数学方法，也可用其他方法）将模型求解。根据问题的要求，解可以是最优解、次优解、满意解，复杂模型的求解需用计算机并编写计算程序，解的精度要求可由决策者提出。

(4) 对模型和由模型导出的解进行检验。首先检查求解步骤和程序有无错误，将历史的资料输入模型，研究得到的解与历史实际的符合程度，以判断模型是否合理，同时要检验模型在主要参数变动时的结果是否合理，输入发生微小变化时输出变化的相对大小是否合适以及模型是否容易解出等方面；然后将实际问题的数据资料代入模型，找出精确的或近似的解，检查解是否反映现实问题。

(5) 建立对解的有效控制。任何模型都有一定的适用范围，模型的解是否有效，要首先注意模型是否继续有效，并依据灵敏度分析的方法，确定最优解保持稳定的参数变化范围。一旦外界条件参数变化超出这个范围时，及时对模型和导出的解进行修正。

(6) 方案的实施。方案只有实施并获得成功，研究成果才能有收获。这一步要求明确：方案由谁实施，什么时间实施，如何实施，要求估计实施过程可能遇到的阻力，并为此制订相应的克服困难的措施。

以上步骤在实际过程中往往交叉重复进行，不断反复。

第三节 运筹学与其他学科的关系

随着生产规模的日益扩大和分工的越来越细，要求生产组织高度的合理性、高度的计划性和高度的经济性，促使人们不仅研究个别生产部分或局部环节，而且要研究它们相互之间的联系，要把研究对象当作一个整体研究，并在已有方案基础上寻求最优的方案，从而不仅促进了运筹学的发展和应用，同时也加强了运筹学与其他学科的密切关系。运筹学作为一门优化决策技术，它与技术经济学、生产组织与计划学有着较为密切的关系。从某种意义上说，它们的研究对象是一致的。一般讲，技术经济学、生产组织与计划学侧重于对问题的本质的研究，而运筹学则是侧重于研究问题的数量方面。正因如此，有时运

筹学被称作为“经济研究和计划工作中运用的数学方法”或“生产组织与计划中的数学方法”。

由于运筹学要研究工农业、商业、建筑业、运输业、城市建设、公用事业和军事等不同行业中许多具体的优化决策问题，而这些问题与该行业的技术基础、工艺等许多方面都有着直接的关系，因此，运筹学与工农业、建筑业等行业的技术科学也有着密切的关系。

运筹学与近年来发展很快的系统科学和系统工程有着很密切的关系。运筹学常常可为系统科学和系统工程的研究提供必要的理论基础。按照钱学森的论述^①，系统科学体系可分为四个层次：最基础的层次是系统工程，它是系统思想、系统理论和系统方法在实践中的应用；第二个层次是作为系统工程理论基础的技术科学，它是针对各专业系统工程实践中各种共性的技术问题而形成的理论和方法，包括运筹学、控制论和信息论等；第三个层次是基础科学，它研究系统的普遍属性、运动规律、系统的功能和结构关系、系统与环境的关系、系统内部与外部各种关系形成的机理，特别是系统有序结构的形成规律等；系统科学的最高层次是系统观（或系统思想），它是关于系统的基本概念和基本观点。从这个系统科学体系中，可见运筹学的重要位置。

运筹学与“管理科学”理论有密切的关系。现代管理理论的一个重要学派是“管理科学”学派，它虽与泰罗的“科学管理”理论实际上属于同一思想体系，但它又不是泰罗理论的简单延续，而是在它的基础上有新的发展。“管理科学”学派的主要思想是使用先进的数学方法和管理手段，如运筹学、控制论、信息论、概率论等，使生产力得到最为合理的组织，以获得最佳的经济效益。其重要特点是将数学模型广泛应用于经营管理，这与运筹学是一致的。在很多科学领域，实验是科学研究的重要方法，可是对管理科学来说，实验往往是不适用的。例如，库存量应为多少才能既保证满足生产需要，又使库存费用、订货费用最低？一个企业应该搭配生产哪几种产品，利润才能最高？一个基建项目，按什么程序施工，建设速度才会最快？对于这类管理问题，是不能通过实验方法找出答案的，但运用运筹学方法却能使决策者在不影响正常生产经营秩序的情况下，找到可行的方案。

运筹学与计算技术也有密切的关系。后者的发展与成果是运筹学发展的物质基础，它使许多复杂的经济问题从数量方面进行研究成为可能，并且促使运筹学得到了进一步的发展。

虽然运筹学与多个学科有密切的联系，但也必须认识到，一方面运筹学要

^① 钱学森. 论系统工程. 长沙: 湖南科学技术出版社, 1982

建立数学模型，用数学的语言描绘它所涉及的研究对象，不仅有赖于进一步认识和揭示研究对象的运行过程和规律，而且需要其他学科的进一步发展；另一方面运筹学作为经济、管理同数学密切结合的一门学科，它的诞生还只有几十年的时间，尚属一门年轻学科，现有的分支、理论和方法还远远满足不了描述复杂系统的运动过程和规律的需要，但有一点是明确的，运筹学是在运用多学科知识研究和解决实际管理问题中发展起来的，而其他学科的发展必将为运筹学的进一步发展开辟广阔的领域。

第二章 线性规划及单纯形法

线性规划是运筹学的一个重要分支，是一门优化技术。自 1947 年丹捷格 (G. B. Dantzig) 提出了一般线性规划问题求解的方法——单纯形法之后，它在理论和方法上趋向完整和成熟，特别是随着电子计算机的普及与发展，在工农业生产、交通运输、经济管理、编制规划和决策分析等实践活动中已被广泛应用，并取得了显著效益。

第一节 线性规划问题及其数学模型

一、问题的提出

在生产管理和经营活动中，往往会出现两类问题：一类是利用一定数量的资源（人力、物力和财力等）取得最大的经济效益；另一类是在必须完成一定数量的任务前提下，如何合理安排，才能使所消耗的资源最少。通常，前者称为求目标的极大值，后者称为求目标的极小值。实际上，这两类问题是同一问题的两种不同形式，都是要求在资源耗费最小的条件下，获得最好的效益。

例 2-1 某工厂在计划期内要安排生产 I、II 两种产品，已知生产单位产品所需的设备台时及 A、B 两种原材料的消耗，如表 2-1 所示。该工厂每生产一件产品 I 可获利 2 元，每生产一件产品 II 可获利 3 元，问应如何安排计划使该工厂获利最多？

表 2-1

	I	II	资源量
设 备	1	2	8 台时
原材料 A	4	0	16 kg
原材料 B	0	4	12 kg

这个问题可以用以下的数学模型来描述，设 x_1 、 x_2 分别表示在计划期内产品 I、II 的产量。因为设备的有效台时是 8，这是一个限制产量的条件，所

以在确定产品 I、II 的产量时,要考虑不超过设备的有效台时数,即可用不等式表示为

$$x_1 + 2x_2 \leq 8.$$

同理,因原材料 A、B 的限量,可以得到以下不等式

$$4x_1 \leq 16,$$

$$4x_2 \leq 12.$$

该工厂的目标是在不超过所有资源限量的条件下,如何确定产量 x_1 、 x_2 以得到最大的利润.若用 z 表示利润,这时

$$z = 2x_1 + 3x_2.$$

综合上述,该计划问题可用数学模型表示为

目标函数

$$\max z = 2x_1 + 3x_2,$$

满足约束条件

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 8, \\ 4x_1 \leq 16, \\ 4x_2 \leq 12, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

例 2-2 某农场有男劳力 22 人,女劳力 10 人,要求在一天内完成割麦任务 30 亩*,且使除草的亩数最多.已知一个男劳力每天能割麦 1.5 亩,除草 2 亩;一个女劳力一天能割麦 1.2 亩,除草 1.4 亩.问如何安排现有劳力,既能完成割麦任务,又能使除草的亩数最多?

这个问题可以用以下的数学模型来描述,设劳力分配数为 x_j ($j=1, 2, 3, 4$),则这个实际问题的文字叙述可以表示成表 2-2.

表 2-2 劳力安排方案表

任务 \ 劳力	割 麦		除 草		劳力限制量
	劳力数	工效 (亩/天)	劳力数	工效 (亩/天)	
男劳力 (人)	x_1	1.5	x_2	2	22
女劳力 (人)	x_3	1.2	x_4	1.4	10
任务量 (亩)	30		越多越好		

根据劳力数的供需平衡关系,安排割麦的男劳力 x_1 与安排除草的男劳力 x_2 之和应该等于可以提供的男劳力数 22 人.于是有约束关系式

$$x_1 + x_2 = 22.$$

* 亩为非法定计量单位,1 亩=0.067 hm²