



高等学校应用型特色规划教材

工程力学

简明教程

景荣春 主 编
刘建华 郑建国 宋向荣 黄海燕 副主编



清华大学出版社

高等学校应用型特色规划教材

工程力学简明教程

景荣春 主 编

刘建华 郑建国 宋向荣 黄海燕 副主编

清华大学出版社
北 京

内 容 简 介

本书根据“高等学校工科本科工程力学基本要求”编写。全书共分14章,涵盖静力学、材料力学最基本的内容。其中,静力学包括静力学基本概念和物体受力分析、力系的简化、力系的平衡方程及其应用和静力学应用专题4章;材料力学包括绪论、轴向拉伸和压缩、扭转、弯曲内力、弯曲应力、弯曲变形、应力状态与强度理论、组合变形的强度问题、压杆稳定和冲击与疲劳10章。

全书以工程实际为背景,注重力学概念和工程实用性,力求理论与应用并重、知识传授与能力培养并重,由浅入深,精选各种例题、思考题和习题,例题的分析重视启发式教学,重视学生综合素质的培养。

本书可作为一般高等院校工科本科非机、非土类各专业少学时“工程力学”课程的教材,也可供高职高专与成人高校师生及有关工程技术人员参考。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13501256678 13801310933

图书在版编目(CIP)数据

工程力学简明教程/景荣春主编;刘建华,郑建国,宋向荣,黄海燕副主编. —北京:清华大学出版社,2007.7

(高等学校应用型特色规划教材)

ISBN 978-7-302-15365-8

I. 工… II. ①景… ②刘… ③郑… ④宋… ⑤黄… III. 工程力学—高等学校—教材 IV. TB12

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第079952号

责任编辑:张瑜

封面设计:陈刘源

版式设计:北京东方人华科技有限公司

责任校对:李玉萍

责任印制:李红英

出版发行:清华大学出版社 地 址:北京清华大学学研大厦A座

<http://www.tup.com.cn> 邮 编:100084

c-service@tup.tsinghua.edu.cn

社总机:010-62770175 邮购热线:010-62786544

投稿咨询:010-62772015 客户服务:010-62776969

印刷者:北京嘉实印刷有限公司

装订者:北京市密云县京文制本装订厂

经 销:全国新华书店

开 本:185×260 印 张:17.5 字 数:418千字

版 次:2007年7月第1版 印 次:2007年7月第1次印刷

印 数:1~4000

定 价:25.00元

本书如存在文字不清、漏印、缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系调换。联系电话:(010)62770177 转 3103 产品编号:018249-01

前 言

少学时“工程力学”是高等工科院校中许多专业普遍开设的一门重要的技术基础课程,全部内容在工程中均有很广泛的应用。工程力学知识的学习也是贯彻全面素质教育内涵的重要组成部分。

为了更好地适应当前我国高等教育跨越式发展需要,满足我国高校从精英教育向大众化教育的重大转移阶段中社会对应用型人才培养的要求,在清华大学出版社的积极支持下,根据编者多年讲授“工程力学”课程的教学和改革实践及体会,编写了本书。

本书使用对象定位于一般高等工科院校(非重点大学)本科、民办本科和要求较高的高专(职)开设工程力学课程的各专业学生,综合考虑一般高校学生的数理基础、工程力学课程课内学时普遍减少和应用型人才的培养目标等诸多因素,本书内容满足要求较低的本科专业和要求较高的专科专业。符号全部采用 GB 3100~3102—93《量和单位》中规定的有关通用符号(其中“不变量”用正体,“可变量”用斜体,静力学矢量用粗斜体;专有量用大写,一般“整体量”用大写,“局部量”、“普通量”用小写),内容难度尽量浅一些,讲得通俗一些,容易理解一些。考虑到工程力学“理论‘好懂’,习题难做”,要求学员除了认真听课外,还要认真对待书中的思考题和习题,以克服眼高手低的困境。只有这样,才能较快的理解掌握工程力学的基本概念、基本理论、基本方法及要点和难点。

本书编写分工为:景荣春编写第 1, 2, 3, 4, 5, 8 章;郑建国编写第 6, 7 章和附录 A;宋向荣编写第 9, 10 章,刘建华编写第 11, 12 章;黄海燕编写第 13, 14 章。由景荣春教授任主编并统稿。

本书在编写过程中参考了近年来国内外一些优秀教材,吸取了它们的许多长处,并选用了其中的部分例题、思考题和习题。在此向这些教材的编著者致以衷心感谢。

限于编者水平,缺点和错误在所难免,衷心希望用户和读者批评指正,以便重印或再版时不断提高和完善。

编 者

2007 年 3 月

主要符号表

A	面积	n	转速, 安全因数
a	间距	P	功率
b	宽度, 间距	p	压力, 总应力, 单位长度轴向力
C	质心, 重心, 积分常数	q	分布载荷
c	间距	R	半径
D	直径, 积分常数	r	半径, 应力比
d	直径, 距离, 力偶臂	S	静矩
E	弹性模量, 能	T	扭矩, 周期
E_k	动能	t	时间
E_p	势能	u	轴向位移
F	力, 集中载荷, 动滑动摩擦力	V	体积
F_{Ax}, F_{Ay}	A 处约束力分量	V_e	应变能
F_{cr}	临界力	v	速度
F_N	轴力, 法向约束力	v_e	应变能密度
F_R	合力	v_d	畸变能密度
F'_R	主矢	v_V	体积改变能密度
F_r	径向力	W	功, 弯曲截面系数, 重量
F_S	剪力	W_p	扭转截面系数
F_s	静滑动摩擦力	W_t	相当扭转截面系数
F_T	张力	w	挠度
F_t	切向力	x, y, z	坐标
f	动摩擦因数	α	角
f_s	静摩擦因数	β	角
G	切变模量	γ	角, 切应变
h	高度	Δ	变形, 位移
I	惯性矩	$\Delta\sigma$	应力幅
I_p	极惯性矩	δ	位移, 厚度, 延伸率
I_t	相当极惯性矩	ε	线应变
I_{xy}	惯性积	ε'	横向应变
i	惯性半径	θ	体积应变, 转角, 单位长度扭转角
k	刚度系数	λ	柔度, 长细比
k_d	动荷因数	μ	泊松比, 长度因数
l	长度, 跨度	ρ	曲率半径
M	力偶矩, 弯矩	σ	正应力
M_e	外力偶矩	$[\sigma]$	许用应力
M_f	滚动阻力偶	σ_b	强度极限
M_O	对点 O 的矩	σ_c	压应力
M_y, M_z	弯矩	σ_{cr}	临界应力
m	分布力偶	σ_d	动应力
N	循环次数	σ_t	拉应力
N_0	循环基数, 疲劳寿命		

目 录

工程力学引言	1	4.2.2 摩擦角与自锁	52
第 1 章 静力学基本概念与 物体受力分析	2	4.2.3 考虑摩擦的平衡问题	53
1.1 静力学基本概念	2	4.3 滚动阻碍的概念	56
1.2 静力学公理	5	小结	56
1.3 基本约束及其约束力	6	思考题	57
1.4 物体的受力分析与受力图	10	习题	59
小结	13	第 5 章 材料力学绪论	62
思考题	14	5.1 材料力学的任务	62
习题	14	5.2 变形固体及其理想化	63
第 2 章 力系的简化	17	5.3 内力、截面法和应力的概念	64
2.1 汇交力系	17	5.4 位移、变形与应变	66
2.2 力偶系	18	5.5 杆件变形的基本形式	67
2.3 力的平移定理与任意力系简化	20	小结	68
小结	24	思考题	69
思考题	25	第 6 章 轴向拉伸和压缩	70
习题	26	6.1 拉压杆截面上的内力和应力	70
第 3 章 力系的平衡方程及其应用	29	6.1.1 拉压杆横截面上的内力	70
3.1 平面力系平衡方程及其应用	29	6.1.2 拉压杆截面上的应力	71
3.2 平面物体系平衡问题	33	6.2 材料在拉伸或压缩时的力学性能	75
3.3 静定与超静定概念	37	6.2.1 低碳钢拉伸时的力学性能	76
3.4 空间力系平衡方程及其应用	38	6.2.2 铸铁拉伸时的力学性能	79
小结	41	6.2.3 材料在压缩时的力学性能	80
思考题	41	6.3 圣维南原理 应力集中	81
习题	43	6.4 失效、许用应力与强度条件	82
第 4 章 静力学应用专题	47	6.5 胡克定律与拉压杆的变形	84
4.1 平面简单桁架	47	6.5.1 拉压杆的轴向变形与 胡克定律	84
4.1.1 平面简单桁架的构成	47	6.5.2 拉压杆的横向变形与泊松比	85
4.1.2 平面简单桁架的内力分析	48	6.5.3 变截面杆的轴向变形	85
4.2 滑动摩擦	50	6.6 简单拉压超静定问题	87
4.2.1 滑动摩擦	51	小结	90
		思考题	90

习题	91	习题	125
第 7 章 扭转	95	第 9 章 弯曲应力	128
7.1 扭转的概念和实例	95	9.1 纯弯曲的概念	128
7.2 外力偶矩的计算 扭矩和扭矩图	95	9.2 弯曲正应力	128
7.3 纯剪切	99	9.2.1 纯弯梁横截面上的正应力	128
7.3.1 薄壁圆筒扭转时的切应力	99	9.2.2 横力弯曲时的正应力与 强度条件	132
7.3.2 切应力互等定理	100	9.2.3 提高弯曲强度的措施	135
7.3.3 剪切胡克定律	100	9.3 弯曲切应力	137
7.4 圆轴扭转时横截面上的应力	100	9.3.1 矩形截面梁	137
7.4.1 圆轴扭转切应力的 计算公式	100	9.3.2 工字型截面梁	139
7.4.2 最大扭转切应力 强度条件	103	9.3.3 梁的切应力强度条件	139
7.5 圆轴扭转时的变形与刚度条件	104	小结	141
7.5.1 圆轴扭转变形的计算公式	104	思考题	141
7.5.2 圆轴扭转的刚度条件	105	习题	142
7.6 非圆截面杆扭转的概念	108	第 10 章 弯曲变形	146
7.6.1 自由扭转与约束扭转	108	10.1 弯曲变形的实例	146
7.6.2 矩形截面杆的扭转	109	10.2 梁的挠曲线微分方程	146
小结	110	10.3 积分法求梁的位移	148
思考题	111	10.4 叠加法求梁的位移	150
习题	111	10.5 简单超静定梁	155
第 8 章 弯曲内力	114	10.6 提高弯曲刚度的措施	156
8.1 弯曲的概念与实例	114	小结	158
8.2 剪力和弯矩	115	思考题	158
8.2.1 剪力和弯矩	115	习题	159
8.2.2 剪力和弯矩的正负约定	115	第 11 章 应力状态分析 强度理论	162
8.3 剪力方程和弯矩方程 剪力图和 弯矩图	117	11.1 一点的应力状态的概念	162
8.4 载荷、剪力和弯矩之间的关系	120	11.2 平面应力状态分析 主应力	163
8.4.1 分布载荷、剪力、弯矩的 微积分关系	120	11.2.1 关于应力的正负约定	163
8.4.2 集中力、集中力偶作用处内力 变化情况	121	11.2.2 任意斜截面上的应力	163
小结	125	11.2.3 主平面的方位与 极值正应力	164
思考题	125	11.2.4 极值切应力	165
		11.2.5 应力圆	165
		11.3 特殊三向应力状态下的极值应力 ...	170

11.3.1 3组特殊截面的应力状态.....170	13.5 压杆稳定条件与合理设计.....204
11.3.2 三向应力状态的应力圆和 极值应力.....171	13.5.1 压杆稳定条件.....204
11.4 广义胡克定律与应变能密度.....172	13.5.2 压杆的合理设计.....209
11.4.1 广义胡克定律.....172	小结.....210
11.4.2 主应力状态下的线应变.....173	思考题.....211
11.4.3 应变能密度.....173	习题.....212
11.4.4 体积改变能密度与畸变能 密度.....175	第14章 冲击与疲劳.....215
11.5 强度理论.....177	14.1 冲击.....215
11.5.1 断裂强度理论.....177	14.1.1 冲击应力与动荷因数.....215
11.5.2 屈服强度理论.....178	14.1.2 提高构件抗冲击能力的 措施.....218
小结.....181	14.2 疲劳.....219
思考题.....181	14.2.1 疲劳的概念.....219
习题.....182	14.2.2 交变应力.....219
第12章 组合变形的强度问题.....186	14.2.3 疲劳失效.....221
12.1 组合变形与叠加原理的概念.....186	14.2.4 疲劳极限.....222
12.2 斜弯曲.....186	14.2.5 影响构件疲劳极限的 主要因素.....223
12.2.1 斜弯曲时的变形.....187	14.2.6 提高构件疲劳强度的措施.....224
12.2.2 斜弯曲时的应力.....188	小结.....225
12.3 弯扭组合的强度问题.....190	思考题.....225
小结.....193	习题.....225
思考题.....193	附录A 平面图形的几何性质.....228
习题.....194	附录B 常用金属材料的 主要力学性能.....240
第13章 压杆稳定.....197	附录C 梁的挠度与转角.....241
13.1 压杆稳定的概念.....197	附录D 型钢表.....243
13.2 两端铰支细长压杆的临界载荷.....198	习题答案.....256
13.3 其他支座细长压杆的临界载荷.....200	索引.....263
13.4 欧拉公式的适用范围 经验公式.....201	参考文献.....268
13.4.1 欧拉公式的适用范围.....201	
13.4.2 经验公式.....202	
13.4.3 临界应力总图.....204	

工程力学引言

1. 工程力学的内容

本书所介绍的工程力学包括静力学和材料力学最基本的内容。其中：

- (1) 静力学——研究力的基本概念、力系等效简化和平衡及其应用；
- (2) 材料力学——研究变形固体在线弹性范围的强度、刚度和稳定性问题。

2. 学习工程力学的目的

工程力学是一门很实用的工程技术基础课程，学习该课程的主要目的如下。

- (1) 工程力学是一切力学课程的基础，也是许多专业基础课程和专业课程的基础。
- (2) 许多工程问题可直接利用工程力学知识解决。因此，通过工程力学的学习，要初步学会近似处理工程实际问题的方法，包括工程实际问题的力学建模。
- (3) 工程力学知识的学习是贯彻全面素质教育内涵的一部分。

3. 学习工程力学的方法

工程力学理论性强，同时又密切接触工程实际。因此要求读者具备较好的数学物理基础，并需要对力学模型的工程背景有较多的认识。学生在学习工程力学时，除了认真听课和精读课本基本内容外，还要注意观察周围工程实际构件，同时独立按时完成相应内容的思考题和习题作业，这对消化、掌握课程基本概念、基本理论、基本方法是至关重要的一步。初学工程力学的人，往往觉得理论好懂，但又深感其习题难做，这主要是对工程力学研究对象和研究问题的进一步深入认识不足。工科大学培养的学生要能解决实际问题，需要多练，包括实验操作。

工作和生活中会遇到更多的工程力学知识，可参看相关的多学时《理论力学》和《材料力学》教科书。

第 1 章 静力学基本概念与物体受力分析

本章介绍静力学的基本概念, 阐述静力学公理, 并介绍工程中几种常见的典型约束和约束力的分析及物体的受力图绘制。

1.1 静力学基本概念

1. 力与力系

(1) 力

力是物体间的相互作用, 这种作用将使物体的运动状态发生变化(外效应), 或使物体变形(内效应)。对物体而言, 力是**定位矢量**, 其量纲为牛顿(N)。力在直角坐标系中表示为

$$\mathbf{F} = F_x \mathbf{i} + F_y \mathbf{j} + F_z \mathbf{k} = (F_x, F_y, F_z) \quad (1-1)$$

如图 1.1 所示。式(1-1)中, F_x , F_y , F_z 分别为力矢 $\mathbf{F}$ 在轴 x , y , z 上的投影, 为代数量。

物体相互接触时, 无论是施力体还是受力体, 力总是分布作用在一定接触面上的, 例如, 作用在烟囱上的风压力和水平桌面对粉笔盒的支承力, 如图 1.2(a)所示。在很多情况下, 这种分布力比较复杂, 例如, 人的鞋底对地面的作用力及鞋底上各点受到的地面支承力都是不均匀的。如果分布力作用的面积很小, 为了分析计算方便, 可以将分布力简化为作用于一点的合力, 称为**集中力**, 例如, 静止的汽车通过轮胎作用在马路上的力, 如图 1.2(b)所示。

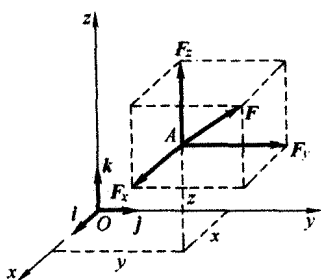


图 1.1 力的直角坐标表示

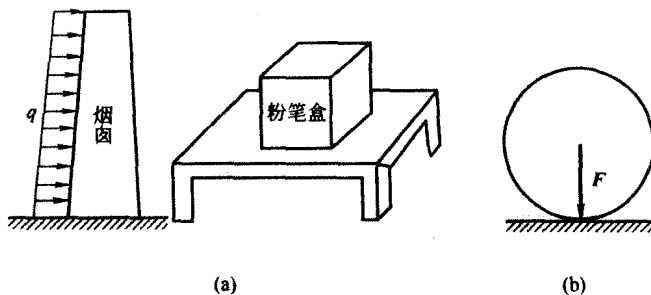


图 1.2 分布力与集中力示意

(2) 力系

力系是指作用在物体上的一群力。若两个力系分别作用于同一物体而效应相同, 则这两个力系称为**等效力系**。若力系与某一个力等效, 则此力就称为该力系的合力, 而力系中的各力, 则称为此合力的分力。

2. 平衡

平衡是指物体相对于惯性参考系(地面可近似视为惯性参考系)保持静止或匀速直线平移运动的状态。如桥梁、机床的床身、作匀速直线飞行的飞机等,都处于平衡状态。平衡是物体运动的一种特殊形式。物体平衡时,其所受的力系称为平衡力系。平衡力系中的任一力对于其余的力来说都称为平衡力。

3. 刚体

刚体是指在力的作用下,其内部任意两点之间的距离始终保持不变的物体,这是实际物体经过简化后的静力学模型。

4. 力矩

(1) 力对点之矩

力矩是力使物体绕某一点转动效应的量度。因为是对某一点而言,故称为力对点之矩,该点称为力矩中心,简称矩心。

考察空间任意力 F 对点 O 之矩,如图 1.3 所示。设力 $F=(F_x, F_y, F_z)$, 点 O 到力 F 作用点 A 的矢量称为矢径,在三维坐标系中,矢径 $r=(x, y, z)$ 。定义力对点 O 之矩等于矢径 r 与力 F 的矢积,即

$$M_O(F) = r \times F = \begin{vmatrix} i & j & k \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = M_{Ox}i + M_{Oy}j + M_{Oz}k \quad (1-2)$$

M_{Oz} 称为 $M_O(F)$ 在过点 O 的轴 z 上的投影,余类推。由式(1-2)有

$$M_{Ox} = yF_z - zF_y, \quad M_{Oy} = zF_x - xF_z, \quad M_{Oz} = xF_y - yF_x \quad (1-3)$$

上述定义表明,力对点之矩是空间定位矢量,作用在力矩中心。

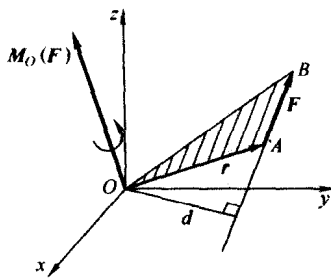


图 1.3 力对点之矩

(2) 力对轴之矩

力对轴之矩是力使物体绕某一轴转动效应的量度。图 1.4(a)所示为可绕轴转动的门,在其上点 A 作用有任意方向的力 F 。将 F 分解为 $F=F_z+F_{xy}$, 其中 F_z 平行于轴 Oz , F_{xy} 平行于与轴 Oz 垂直的 Oxy 平面。力 F 对门所产生的绕轴 Oz 转动的效应可用其两个分力 F_z ,

F_{xy} 所产生的效应代替。实践表明, 与轴 Oz 共面的 F_z 对门不能产生绕轴 Oz 的转动效应, 只有分力 F_{xy} 对门产生绕轴 Oz 的转动效应。这个转动效应可用垂直于轴 Oz 的 Oxy 平面上的分力 F_{xy} 对点 O 之矩 $M_O(F_{xy})$ 来度量, 由图 1.4(b) 可知

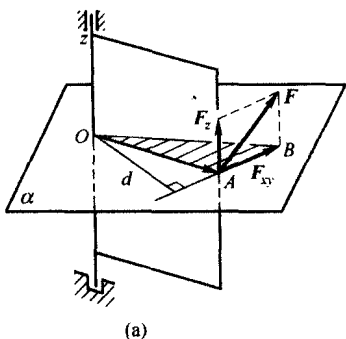
$$M_z(F) = M_O(F_{xy}) = xF_y - yF_x \quad (1-4)$$

比较式(1-3)与式(1-4), 有

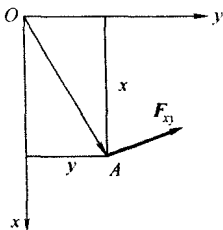
同理

$$\begin{aligned} M_z(F) &= M_{Oz} = [M_O(F)]_z \\ M_x(F) &= M_{Ox} = [M_O(F)]_x \\ M_y(F) &= M_{Oy} = [M_O(F)]_y \end{aligned} \quad (1-5)$$

即力对点之矩在过该点的轴上的投影等于力对该轴的矩(代数量), 此即力矩关系定理, 如图 1.5 所示。图 1.5 中, $M_{Oz}(F)$ 为 $M_O(F)$ 在轴 Oz 上投影, 为代数量, 图示 $M_{Oz}(F)$ 所标“箭头”应理解为与轴 z 同向为正, 反向为负。



(a)



(b)

图 1.4 力对轴之矩

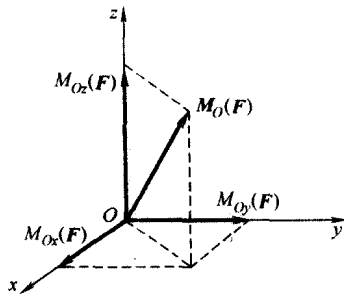


图 1.5 力对点和力对轴的力矩间的关系

5. 合力矩定理

若力系存在合力, 则合力对某一点之矩, 等于力系中所有力对该点之矩的矢量和, 此称为合力矩定理, 即

$$M_O(F_R) = \sum_{i=1}^n M_O(F_i) \quad (1-6)$$

其中

$$F_R = \sum_{i=1}^n F_i$$

【例 1-1】如图 1.6 所示的支架受力 F 作用, 图中 l_1, l_2, l_3 与角 α 均为已知。求 $M_O(F)$ 。

【解】若直接由力 F 对点 O 取矩, 即 $M_O(F) = Fd$, 其中 d 为力臂, 如图 1.6 中所示。显然, 在图示情形下, 确定 d 的过程比较麻烦。

若先将力 F 分解为两个分力 $F_x = (F \sin \alpha) \mathbf{i}$ 和 $F_y = (F \cos \alpha) \mathbf{j}$, 再应用合力矩定理, 则较为方便。于是有

$$\begin{aligned} M_O(F) &= M_O(F_x) + M_O(F_y) \\ &= -(F \sin \alpha) l_2 \mathbf{k} + (F \cos \alpha) (l_1 - l_3) \mathbf{k} \\ &= F [(l_1 - l_3) \cos \alpha - l_2 \sin \alpha] \mathbf{k} \end{aligned}$$

$$M_{Oz}(F) = F [(l_1 - l_3) \cos \alpha - l_2 \sin \alpha]$$

显然, 由此还可算得力 F 对点 O 的力臂

$$d = | (l_1 - l_3) \cos \alpha - l_2 \sin \alpha |$$

上述分析与计算结果表明, 应用合力矩定理, 有时可使计算过程简化。

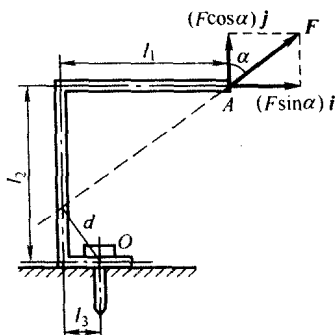


图 1.6 例 1-1 图

1.2 静力学公理

公理是人们在生活与生产实践中长期积累的经验总结, 又经过实践反复检验, 可以认为是真理而不需证明。在一定范围内它正确反映了事物最基本、最普遍的客观规律。

公理 1 力的平行四边形法则

作用在物体上同一点的两个力可以合成为一个合力, 合力的作用点也在该点, 大小和方向由这两个力为边构成的平行四边形的主对角线确定。用矢量表示为

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (1-7)$$

公理 2 二力平衡条件

作用在同一刚体上的两个力平衡的充要条件是这两个力等值、反向且共线。

公理 3 加减平衡力系原理

在给定力系上增加或减去任意的平衡力系, 并不改变原力系对刚体的作用效果。

推论 1 力的可传性

作用于刚体上的力可沿其作用线滑移至刚体内任意点而不改变它对刚体的作用效应。

证明 设 F 为作用于刚体上点 A 的已知力(图 1.7(a)), 在力的作用线上任一点 B 加上一对大小均为 F 的平衡力 F_1, F_2 (图 1.7(b)), 由公理 3 可知新力系(F, F_1, F_2)与原力系等效。而 F 和 F_1 是平衡力系, 故减去后不改变力系的作用效应(图 1.7(c))。所以, 剩下的力 F_2 与原力系 F 等效。力 F_2 与力 F 大小相等, 作用线和指向相同, 只是作用点由 A 滑移至 B 。

推论表明, 对刚体而言, 力的作用点已不是决定力的作用效应的一个要素, 它应为力的作用线所取代。因此, 作用于刚体上的力的三要素是力的大小、方向和作用线。

可沿作用线滑动的矢量称为滑动矢量。作用于刚体上的力是滑动矢量。

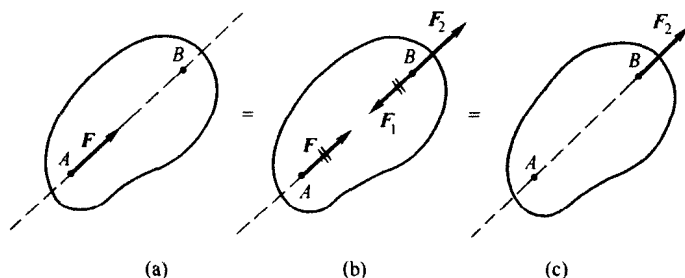


图 1.7 力的可传性

推论 2 三力平衡汇交定理

作用于刚体上三个相互平衡的力，若其中两个力的作用线汇交于一点，则此三个力必在同一平面内，且第三个力的作用线必通过汇交点。

证明 如图 1.8 所示，在刚体的 A, B, C 三点上，分别作用三个相互平衡的力 F_1, F_2, F_3 。根据力的可传性，将力 F_1 和 F_2 移到汇交点 O ，然后由公理 1 得合力 F_{12} ，力 F_3 应与 F_{12} 平衡。由于两个力平衡必须共线，所以力 F_3 必定与力 F_1 和 F_2 共面，且通过力 F_1 与 F_2 的交点 O 。定理得证。

公理 4 作用和反作用定律

两物体间存在作用力与反作用力，此两力等值、反向、并同时分别作用在这两个有相互作用的物体上。

公理 5 刚化原理

变形体在某一力系作用下处于平衡，如将此变形体刚化为刚体，则其平衡状态不变。

如图 1.9 所示，柔性绳在一对拉力作用下处于平衡，若将其刚化为刚性杆时，则平衡状态保持不变。反之则不然，一对等值、共线的压力作用可使刚性杆平衡，但却不能使柔性绳平衡。由此可知，刚体上力系的平衡条件只是变形体平衡的必要条件，而非充分条件。

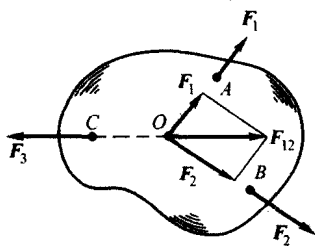


图 1.8 三力平衡汇交定理

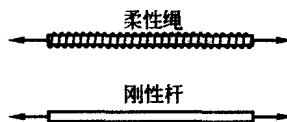


图 1.9 刚化原理

1.3 基本约束及其约束力

工程中的机器和结构都是由若干个零件和构件通过相互接触或相互连接而成。约束则是接触和连接方式的力学简化模型。

物体的运动,如果没有受到其他物体的直接限制,如运动中的飞机、火箭、人造卫星、足球、乒乓球等,这类物体称为**自由体**。物体的运动,若受到其他物体的直接限制,例如在地面上行驶的车辆受到地面的限制、桥梁受到桥墩的限制、各种机械中的轴受到轴承的限制等,这类物体称为**受约束体或非自由体**。

限制物体运动的周围物体称为**约束**。约束对被约束物体(研究对象)的作用称为**约束力**。与约束力相区别,主动地作用于物体,以改变其运动状态的力称为**主动力**,工程中也称为**载荷或荷载**,重力、风力、水压力、电磁力等均属此类。主动力的方向和大小在工程力学的计算中通常是预先给定的。当物体在主动力作用下产生运动或运动趋势而受到约束阻碍时,这种阻碍即表现为约束作用于被约束物体的约束力。因此,约束力是一种被动力,其方向和大小不能预先确定,只能由约束的性质和主动力的状况被动地确定。约束力的方向总是与该约束所能阻碍的物体运动方向相反。注意,约束是相对于研究对象(被约束物体)而言的。

1. 柔性约束

缆索、工业带、链条等都可理想化为**柔性约束**,统称为**柔索**。这种约束的特点是其所产生的约束力只能沿柔索方向,并且只能是拉力,不能是压力,因而又称**单侧约束**。

图 1.10(a)所示为皮带和皮带轮,若以轮为研究对象,皮带对轮的约束力较复杂,皮带与轮所有接触点都有力的作用。研究对象取轮和与它接触的皮带,约束是皮带的其余部分,约束力沿轮缘切线方向,均为拉力,如图 1.10(b)所示,轮心所受约束为铰链约束,将在后面讨论。

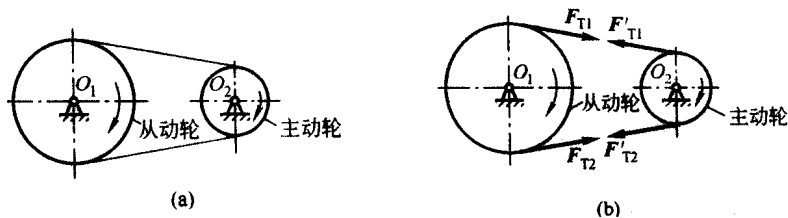


图 1.10 柔性约束力

2. 刚性约束

约束体与被约束体都是刚体,因而两者之间的接触为刚性,这种约束称为**刚性约束**。大多数情况下,刚性约束产生双侧约束力,因而又称为**双侧约束**。某些情况下,刚性约束也产生单侧约束力。下面介绍几种常见的刚性约束。

(1) 光滑面约束

两个物体的接触面处光滑无摩擦时,约束只能限制被约束物体沿两者接触面公法线且指向约束的运动,而不限制沿接触面切线方向的运动。因此,光滑面约束的约束力只能沿着接触面的公法线,并指向被约束物体。图 1.11(a)、(b)所示分别为光滑曲面对刚性球的约束和齿轮传动机构中齿轮 II 对齿轮 I 的约束。

桥梁、屋架结构中采用的辊轴支承, 又称滑动铰链, 如图 1.12(a)所示, 也是一种光滑面约束。采用这种支承结构, 主要是考虑到由于温度的改变, 桥梁长度会有一定量的伸缩, 为使这种伸缩自由, 辊轴可以沿伸缩方向作微小滚动。当不考虑辊轴与接触面之间的摩擦时, 辊轴支承是光滑面约束。其简图和约束力方向如图 1.12(b)或 1.12(c)所示。

需要指出的是, 某些工程结构中的辊轴支承, 既限制被约束物体向下运动, 也限制向上运动。因此, 约束力 F_N 垂直于接触面, 可能背向接触面, 也可能指向接触面。

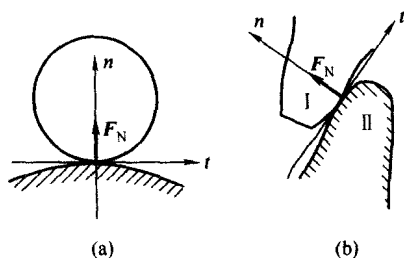


图 1.11 光滑面约束及其约束力

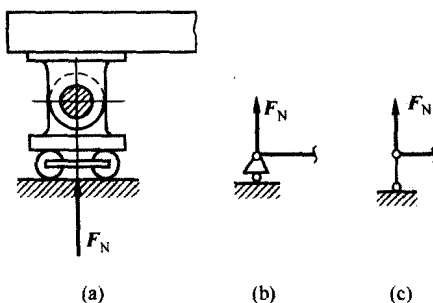


图 1.12 辊轴及其简图和约束力

(2) 光滑圆柱铰链约束

光滑圆柱铰链, 简称柱铰或铰链, 若约束为固定支座, 则又称这种约束为固定铰支座。其结构简图如图 1.13(a)所示, 约束与被约束物体由销钉连接。这种连接方式的特点是限制被约束物体只能绕销钉轴线转动, 而不能有移动。

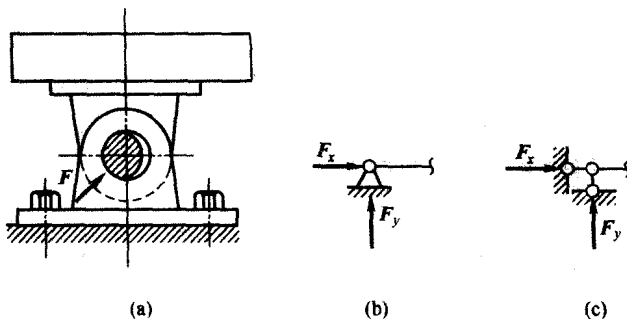


图 1.13 圆柱铰链及其简图和约束力

若将销钉与被约束物体视为一个整体, 则其与约束(固定支座)之间为线(销钉圆柱体的母线)接触, 在平面图形上则为一·点。

接触线(或点)的位置随载荷的方向而改变, 因此在光滑接触的情况下, 这种约束的约束力通过圆孔中心, 方向和大小均不确定, 通常用分量表示。在平面问题中这些分量分别为 F_x , F_y 。即 $\boldsymbol{F}=(F_x, F_y)$ 。这种约束的力学符号如图 1.13(b)或 1.13(c)所示。

支承传动轴的向心轴承, 如图 1.14(a)所示, 也是一种固定铰支座, 其力学符号如图 1.13(b)或图 1.14(b)所示。

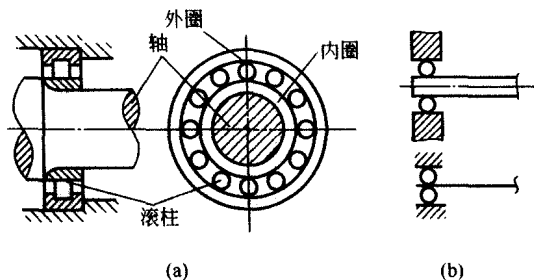


图 1.14 向心轴承及其力学简图

实际工程结构中, 铰链约束除了约束为固定支座外, 还有两种构件通过铰链连接, 称为活动铰链, 又称中间铰, 其实际结构简图如图 1.15(a)所示。这时两个相连的构件互为约束与被约束物体, 其约束力与固定铰支座相似, 如图 1.15(b)所示。图 1.15(c)所示为这种铰链的力学符号。

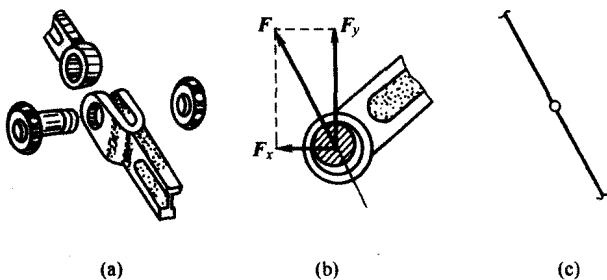


图 1.15 活动铰链及其简图

(3) 球形铰链约束

球形铰链简称球铰, 也有固定球铰与活动球铰之分。其结构简图如图 1.16(a)所示, 被约束物体上的球头与约束上的球窝连接。这种约束的特点是被约束物体只能绕球心作空间转动, 而不能有空间任意方向的移动。因此, 球铰的约束力为空间力, 一般用 3 个分量表示(见图 1.16(b)): $\boldsymbol{F}=(F_x, F_y, F_z)$ 。其力学符号如图 1.16(c)所示。

(4) 止推轴承约束

图 1.17(a)所示止推轴承, 除了与向心轴承一样具有作用线不定的径向约束力外, 由于