



智慧的阶梯

小学数学

解题思维窍门

马 飞 编著

- 贯彻新课程标准
- 燃起智慧火焰
- 激发浓厚兴趣
- 掌握思维窍门
- 步入成才阶梯



金盾出版社

JINDUN CHUBANSHE

智慧的阶梯

小学数学解题思维窍门

马 飞 编著

金盾出版社

内 容 提 要

本书以新课标为指导,精编小学数学解题思维窍门 30 多个,每个窍门都有若干例题及详解,绝大多数窍门都有典故。全书把知识与思考融为一体,如春雨落地,润物无声。

本书可使小学生认识自己的思维水平,在头脑中燃起智慧的火焰,对数学产生浓厚的兴趣。

本书也是家长辅导孩子学好数学的得力助手。

本书是你智慧的阶梯。

图书在版编目(CIP)数据

智慧的阶梯·小学数学解题思维窍门/马飞编著. —北京:金盾出版社,2007.4

ISBN 978-7-5082-4569-0

I. 智… II. 马… III. 数学课—小学—解题 IV. G624.505

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 044149 号

金盾出版社出版、总发行

北京太平路 5 号(地铁万寿路站往南)

邮政编码:100036 电话:68214039 83219215

传真:68276683 网址:www.jdcbs.cn

封面印刷:北京精彩雅恒印刷有限公司

正文印刷:北京金星剑印刷有限公司

装订:海波装订厂

各地新华书店经销

开本:850×1168 1/32 印张:9.125 字数:232 千字

2007 年 4 月第 1 版第 1 次印刷

印数:1—10000 册 定价:13.00 元

(凡购买金盾出版社的图书,如有缺页、
倒页、脱页者,本社发行部负责调换)

作者简介

马飞,1961年生,陕西榆林市人,大学本科毕业,任多家报刊的特约撰稿人、专栏主持人、特约编辑、记者。已在《数学通报》等全国各类数学刊物上发表论文600余篇,出版《智慧的阶梯·初中数学解题思维窍门》等20部专著。在近20年的教学和科研生涯中,总结出一套科学实用的数学教与学的方法,已出版的《马飞数学教室》丛书,得到许多老师、学生和有关专家的广泛好评,省市报纸、电台、电视台曾多次报道其先进事迹,名字和学术业绩已被收入《世界名人录》。

前 言

《智慧的阶梯·初中数学解题思维窍门》一书自2005年首发后,深受全国广大读者的欢迎和喜爱,纷纷来信来电,希望尽快编写《智慧的阶梯·小学数学解题思维窍门》一书。顺应这一实际需要,我们匆匆打开了通向数学百花园的小门,让同学们沿着落英缤纷的小溪,开启思维的小舟……

同学们平时所学的知识都基本上能看得见、摸得着,因为它是直接写在课本上的。而小学数学中的解题思维窍门不是一下子能着得见的,有人称它为隐性知识。因为它好像披了一层薄薄的轻纱,模模糊糊,需要我们去琢磨,去体会。

本书试图掀开这层轻纱,帮助大家把原本比较隐蔽的思维窍门着得清清楚楚,让那些在漫无边际的题海中苦苦奋争的同学们,在轻松愉快中到达彼岸!

本书介绍了30多个小学数学解题思维窍门,大多数窍门都有典故,起到抛砖引玉的作用。例题体现了“新”、“精”、“巧”。对于书中介绍的每一

个窍门,要仔细地看,一边看一边想,一次看不明白,就多看几次。经过努力,能看明白,就是进步,就是成功,是一种享受,是一种愉快的体验。本书把知识与思考融为一体,如春雨落地,润物无声。

同学们,尽管小学数学题目千姿百态,但我们掌握了这些解题的思维窍门,就好比拥有了一把把解题的金钥匙,与你形影相随,就可以开启数学的大门,在数学的大道上纵横驰骋!

本书若能为你的眼前增添一道新的亮点,学会解题方法,理清思考途径,增强学好数学的信心,这将是作者的莫大欣慰!

学习数学离不开解题。光看着别人做不行,要想知道梨子的味道,还是亲口尝一尝好。为此,本书每部分末安排了适量的练习题,使你能够学以致用,品尝解题的乐趣。

愿本书成为你智慧的阶梯!

在编著过程中,曾参阅一些有关数学思维与解题的资料,值此书出版之际,向所有研究数学思维的前辈致以衷心的感谢!

作者

2007 年元旦

目 录

- 1 第一个测出地球重量的人
——小明巧算的秘密 (1)
- 2 六法郎门票
——凑整 (11)
- 3 高斯惊倒老师
——倒写相加 (16)
- 4 刷墙与吃苹果
——运算中的交换 (20)
- 5 足下工夫
——乘法分配律的灵活运用 (25)
- 6 卖重量不如卖造型
——另辟蹊径试一试 (30)
- 7 一封学生来信
——解数字题的思考方法 (35)
- 8 遗失的金表
——有条不紊数图形 (37)
- 9 爱迪生巧算灯泡体积
——美妙的转化法 (43)
- 10 集装箱运货
——从整体入手 (49)
- 11 擅长心算的十岁男孩

	速算	(54)
12	一个美丽的传说	
	把数掰开	(68)
13	聪明的酒鬼	
	——先加后减	(80)
14	借一美元的抵押	
	—— $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{2 \times 3}$ 的可逆联想	(85)
15	富翁的荒唐	
	——“1”的妙用	(95)
16	曹冲称象	
	——化整为零	(101)
17	穿越大西洋底的一根电缆线	
	——从局部入手	(108)
18	生活并不原谅盲目	
	——虫蚀算题的解法	(112)
19	沙漠里的路标	
	——抓住不变量寻找突破口	(123)
20	竞选总统	
	——消去一个未知数	(126)
21	不接受的谩骂属于谁	
	——逆推	(129)
22	狼遇到了狡猾的羊	
	——以退为进	(136)
23	爱因斯坦的车票	
	——假设	(140)

24	三美元的账本	
	——列表	(146)
25	怎样铺设人行道	
	——图解	(152)
26	造木筏过河	
	——字母帮我们解题	(157)
27	为什么要将壶中的水倒掉	
	——有“*”号的题目怎么办	(164)
28	一群人和一群猴	
	——抽屉原理	(171)
29	观察·归纳·推断	
	——数学探究题的解法	(175)
30	无所不在、无处不用的数学	
		(186)
31	张开想象的翅膀	
	——多角度、多途径解题	(196)
32	小数点酿成的悲剧	
	——敲响警鸣钟	(223)
	随时练习参考答案	(236)
	附录	(241)
	智慧的阶梯	
	——数学中的金字塔有什么规律	(241)
	绚丽多彩的万花筒	
	——数的奇迹	(250)
	数之美的魅力	
	——熠熠生辉的幻方世界	(266)
	闪烁数学家智慧璀璨的光辉	
	——数学名言	(272)

1 第一个测出地球重量的人

——小明巧算的秘密

四年级(2)班的黑板报上有这样一道智力题:

$$(1+3+5+\cdots+2007)-(2+4+6+\cdots+2006)=?$$

小强看了半天也想不出怎么解答,就问旁边站看的同学小英,而小英也摇了摇头,说她也想不出来.这时,同学小明也来到了黑板报前,他看了一会儿,就口算出了结果:答案是1004.小强和小英感到惊奇,就追问小明是用什么方法算出来的.

小明说:“我是这样想的,从第一个括号内的第二个加数‘3’起,每个数比第二个括号内相应的数大1,如3比2大1,5比4大1.从2到2006,共有1003个偶数,再加上第一个括号内未考虑到的1,便可得到 $1+1003=1004$.”

这个典故给我们的启示是:在计算中注意观察算式的特征是多么重要啊!

【例1】 计算 345236×5

分析 5是10的一半,345236乘以5,实际上是乘以10的一半,因此可以先把乘数扩大10倍再除以2.

$$\begin{aligned}\text{解} \quad & 345236 \times 5 \\ & = 3452360 \div 2 \\ & = 1726180\end{aligned}$$

【例2】 计算 102×35

分析 35可以看作是 5×7 的结果,所以 $102 \times 35 = 102 \times 5 \times 7$.

☑解 $102 \times 35 = 3570$

【例3】 计算 $125 + 125 + 125 + 125 + 125 + 125 + 125 + 120$

☞分析 我们知道 $125 \times 8 = 1000$, 可是现在只有 7 个 125. 这时, 不妨假定最后一个数也是 125. 这样, 总和多了 5, 再减去 5 就是了.

☑解 原式 $= 125 \times 8 - 5$
 $= 1000 - 5$
 $= 995$

☞评注 可见, 简便方法的得来, 是建立在对算式认真观察分析及丰富联想基础上的.

【例4】 计算 88×125

☞分析 因为 $125 \times 8 = 1000$, 可将 88 写成 11×8 , 再利用乘法结合律, 就可以使运算简便.

☑解 88×125
 $= (11 \times 8) \times 125$
 $= 11 \times (8 \times 125)$
 $= 11 \times 1000$
 $= 11000$

【例5】 计算 $3 \frac{5}{1782} \times 5 \frac{172}{2412} \times 0 \times \frac{1}{1132}$

☞分析 注意到原式中有因数是 0, 于是不需要计算, 就可得出结果.

☑解 因为原式中有因数为 0, 所以, 原式 $= 0$.

☞评注 认真观察算式特点, 往往可以少走弯路.

【例6】 计算 $48 \frac{12}{17} \times 51 \frac{7}{24}$

☞分析 如果将两个分数化为假分数相乘, 再化为带分数得结果, 其计算量是很大的. 原式中两数的特点是 $48 \frac{12}{17}$ 的整数部分

48 是 $51\frac{7}{24}$ 中分母 24 的 2 倍, 而 $51\frac{7}{24}$ 的整数部分 51 又是前个分数中分母 17 的 3 倍, 故有下面的简便解法.

$$\begin{aligned}\text{☐解} \quad \text{原式} &= \left(48 + \frac{12}{17}\right) \times \left(51 + \frac{7}{24}\right) \\ &= 48 \times 51 + 48 \times \frac{7}{24} + \frac{12}{17} \times 51 + \frac{12}{17} \times \frac{7}{24} \\ &= 2448 + 14 + 36 + \frac{7}{34} \\ &= 2498\frac{7}{34}\end{aligned}$$

 **评注** 注意算式的结构特征和数字特点, 便可以顿开茅塞, 突破常规思维, 使思维进入新的境界.

$$\text{【例 7】} \quad \text{计算 } 3.25 \times 1.36 \times 0.625 \div \left(3\frac{1}{4} \times 1\frac{9}{25} \times \frac{5}{8}\right)$$

 **分析** 观察除号前的三个乘数及括号内的三个乘数, 有 $3.25 = 3\frac{1}{4}$, $1.36 = 1\frac{9}{25}$, $0.625 = \frac{5}{8}$, 所以这道题运用除法运算可直接得出结果.

$$\begin{aligned}\text{☐解} \quad 3.25 \times 1.36 \times 0.625 &\div \left(3\frac{1}{4} \times 1\frac{9}{25} \times \frac{5}{8}\right) \\ &= (3.25 \times 1.36 \times 0.625) \div (3.25 \times 1.36 \times 0.625) \\ &= 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{或} \quad 3.25 \times 1.36 \times 0.625 &\div \left(3\frac{1}{4} \times 1\frac{9}{25} \times \frac{5}{8}\right) \\ &= 3\frac{1}{4} \times 1\frac{9}{25} \times \frac{5}{8} \div \left(3\frac{1}{4} \times 1\frac{9}{25} \times \frac{5}{8}\right) \\ &= 1\end{aligned}$$

 **评注** 观察到了算式的特征, 不仅可以少走弯路, 还可以跳过常规的解法步骤, 简捷明快地获解.

【例8】 计算
$$\frac{[(6.2 \div 0.31 - \frac{5}{6} \times 0.9) \times 0.2 + 0.15] \div 0.02}{(2 + 1\frac{4}{11} \times 0.22 \div 0.1) \times \frac{1}{33}}$$

分析 这类复杂的计算问题,不要简单地把小数全化为分数,也不要简单地把分数全化成小数,而要视它们的数量关系灵活应用.当然带分数化为假分数,约分一般是要先进行的.

解 原式 =
$$\frac{[(20 - \frac{1.5}{2}) \times 0.2 + 0.15] \div \frac{2}{100}}{(2 + \frac{15}{11} \times 0.22 \times 10) \times \frac{1}{33}}$$

$$= \frac{[4 - 0.15 + 0.15] \times \frac{100}{2}}{(2 + 15 \times 0.02 \times 10) \times \frac{1}{33}}$$

$$= \frac{4 \times \frac{100}{2}}{5 \times \frac{1}{33}}$$

$$= 200 \times \frac{33}{5}$$

$$= 1320$$

【例9】 计算
$$\frac{107}{246} \times \frac{123369}{321963}$$

分析 直接套用分数乘以分数的法则,把分子、分母分别相乘,显然比较繁琐.注意到第二个分数的分子、分母具有相同的结构,在分子 123369 中,369 是 123 的 3 倍,所以 $123369 = 123 \times 1003$. 同样,分母 $321963 = 321 \times 1003$. 这样第二个分数即可通过约去公因数 1003 而化简.

解
$$\frac{107}{246} \times \frac{123369}{321963}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{107}{246} \times \frac{123 \times 1003}{321 \times 1003} \\
 &= \frac{107}{246} \times \frac{123}{321} \\
 &= \frac{107}{2 \times 123} \times \frac{123}{3 \times 107} \\
 &= \frac{1}{6}
 \end{aligned}$$

评注 遇到这类问题,我们往往要避免常规的计算方法,抓住算式的特征,作一些有的放矢的计算,从而掌握解这类题型的窍门.

【例 10】 计算 $1949 \times \left(\frac{1}{58} - \frac{1}{2007} \right) + 58 \times \left(\frac{1}{1949} - \frac{1}{2007} \right) - 2007 \times \left(\frac{1}{1949} + \frac{1}{58} \right) + 3$

分析 观察题目中的数字特征,主要出现 58, 1949, 2007 这三个数及其倒数,其中 $58 + 1949 = 2007$, 即 $1949 + 58 - 2007 = 0$, 故有了下面的巧妙解法.

解 原式 $= \left[1949 \times \left(\frac{1}{58} - \frac{1}{2007} \right) + \frac{1949}{1949} \right] + \left[58 \times \left(\frac{1}{1949} - \frac{1}{2007} \right) + \frac{58}{58} \right] - \left[2007 \times \left(\frac{1}{1949} + \frac{1}{58} \right) - \frac{2007}{2007} \right]$

$$\begin{aligned}
 &= (1949 + 58 - 2007) \times \left(\frac{1}{1949} + \frac{1}{58} - \frac{1}{2007} \right) \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

评注 写诗讲究“诗眼”,画龙常说“点睛”,解数学题也要会抓“题眼”,即抓反映题目本质特征的关键结构.对这道题来说,“ $1949 + 58 - 2007 = 0$ ”是本质特征,是“题眼”.

【例 11】 计算 $\frac{382 + 498 \times 381}{382 \times 498 - 116}$

分析 这类题若按常规方法解(即先分别计算分子分母),

不可避免要出现多位数的乘法、除法,计算太繁.观察分子、分母中分别有 498×381 , 382×498 , 又 $498 - 116 = 382$. 设法应用乘法分配律使运算简便.

$$\begin{aligned}\text{☐解} \quad \text{原式} &= \frac{382 + 498 \times 381}{(381 + 1) \times 498 - 116} \\ &= \frac{382 + 498 \times 381}{381 \times 498 + 498 - 116} \\ &= \frac{498 \times 381 + 382}{498 \times 381 + 382} \\ &= 1\end{aligned}$$

☞ 评注 从本例可见,注意充分挖掘题目中数据之间的内在联系,可以避繁就简、化难为易,甚至可以使一些看来似乎无法求解的题目“绝处逢生”,的确值得同学们重视.

【例 12】 计算 $\frac{121121121121}{212121212121} \times \frac{121212121212}{212212212212}$.

☞ 分析 此题更需用一些技巧,才能使计算简便.观察分子、分母的四个数的规律,便可以发现

$$\text{分子: } 121121121121 = 1001001001 \times 121$$

$$121212121212 = 10101010101 \times 12$$

$$\text{分母: } 212121212121 = 10101010101 \times 21$$

$$212212212212 = 1001001001 \times 212$$

所以有如下的解法.

$$\begin{aligned}\text{☐解} \quad \text{原式} &= \frac{1001001001 \times 121}{10101010101 \times 21} \times \frac{10101010101 \times 12}{1001001001 \times 212} \\ &= \frac{121 \times 12}{21 \times 212} \\ &= \frac{121}{371}\end{aligned}$$

☞ 评注 将算式的结构、特征看透了,就不会成为技巧的奴隶,而是能想出巧妙的解法来.

【例 13】 有一列由三个数组成的数组,它们依次是(1,5,10), (2,10,20), (3,15,30), … 第 99 个数组内三个数的和是_____.

分析 通过仔细观察可以发现,每一个括号内的三个数的关系是:第一个数表示组数,第二个数是第一个数的 5 倍,第三个数是第一个数的 10 倍,故知第 99 组内三个数应为: $(99, 99 \times 5, 99 \times 10)$.

解 可知第 99 组内三个数应为: $(99, 99 \times 5, 99 \times 10)$

所以,第 99 个数组内三个数的和是

$$\begin{aligned} & 99 + 99 \times 5 + 99 \times 10 \\ &= 99 \times (1 + 5 + 10) \\ &= 99 \times 16 \\ &= 1584 \end{aligned}$$

评注 遇到类似的算式,也能开动脑筋,找找规律,根据规律解题就容易了.

【例 14】 计算 (1) 58×101 (2) 734×1001
(3) $7979 \div 101$ (4) $495495 \div 5005$

分析 经过计算可以发现这样的规律:一个两位数乘以 101,结果等于把这个两位数连写两次所得的四位数.类似地可知,一个三位数乘以 1001,结果等于把这个三位数连写两次所得的六位数.

对于(3)来说,因为“一个两位数乘以 101,结果等于把这个两位数连写两次所得的四位数”.所以隔位数字相同的四位数除以 101,商就等于这个四位数的前两位数字.对于(4),当把原式转化成 $495495 \div 1001 \div 5$ 时,就可用类似的方法简捷地求出结果.

解 (1) $58 \times 101 = 5858$

(2) $734 \times 1001 = 734734$

(3) $7979 \div 101 = 79$

(4) $495495 \div 5005$

$$= 495495 \div 1001 \div 5$$

$$=495 \div 5$$

$$=99$$

【例 15】 计算

$$\frac{999999999 \times 999999999}{1+2+3+4+5+6+7+8+9+8+7+6+5+4+3+2+1}$$

分析 原式的分母可以利用小高斯的算法： $(1+8)+(2+7)+\cdots+(8+1)+9=9 \times 9$ ，约分后分母变为 1，分子变为 $111111111 \times 111111111$ ，利用错位相加可求出分子的值。

$$\begin{aligned}\text{解} \quad \text{原式} &= \frac{999999999 \times 999999999}{9 \times 9} \\ &= 111111111 \times 111111111 \\ &= 12345678987654321\end{aligned}$$

评注 本题形式对称，运算富有技巧，结果呈规律性，由此你可以看到数学之优美！

【例 16】 计算 $\frac{352}{495} + \frac{3552}{4995} + \frac{35552}{49995} + \frac{355552}{499995}$

分析 可以发现分子、分母形式特殊，结构类似：中间各位上的数字都等于首尾两个数位上的数字之和，从而想到分子与分母可能有 11, 111 这样的公约数。

$$\begin{aligned}\text{解} \quad \text{原式} &= \frac{32}{45} + \frac{32}{45} + \frac{32}{45} + \frac{32}{45} \\ &= \frac{32}{45} \times 4 \\ &= 2\frac{38}{45}\end{aligned}$$

评注 认真观察算式的结构特征，有时可以使运算简便。如可利用运算规律（加法交换律、加法结合律、乘法交换律、乘法结合律、乘法分配律等）简化计算，也可以利用一些特殊的技巧。当然，这些简便计算方法是在学习中不断摸索掌握的。

地球是人类居住的星球，地球到底有多重？人类能用什么方