大学物理实验

方法与技术

主 编 汪 静 徐建萍

副主编 杨桂娟 胡玉才

大 连 出 版 社

大学物理实验方法与技术

主　编　汪　静　徐建萍

副主编　杨桂娟　胡玉才

大连出版社

大学物理实验方法与技术

主　编　汪　静　徐建萍
副主编　杨桂娟　胡玉才

大连出版社出版

（大连市西岗区长白街12号　邮政编码：116011）

辽宁师范大学印刷厂印刷　各地新华书店发行

开本：1092×787毫米 1/16　字数：360千字　印张：16

印数：1－3500册

2002年1月第1版　2002年1月第1次印刷

责任编辑：刁铁英　刘振佺　责任校对：王恒田

封面设计：步春艳　版式设计：杨　波

ISBN7－80612－893－X/G.296

定价：19.00元

前　言

本书是以大连水产学院历年来所用的物理实验讲义为基础，结合近年来物理实验室的发展而编写的。

本书共分五章。第一章绪论，阐述了测量误差和数据处理的基础知识、着重介绍与大学物理实验有关的数据处理知识。第二章系统地介绍了物理实验的各种方法、手段及基本测量仪器。这样，可使学生进入实验室后能较快地拟定合理的实验步骤，通过实践提高自己的实验技能。第三章至第四章共编入三十三个基础性实验和综合性实验。在每一实验的开头都简明地叙述了该实验的意义或提供一些背景知识。在篇末给出了预习思考题和讨论题。其中预习思考题一般都反映了该实验的要领，可以促使学生认真准备，积极思考。讨论题则可帮助学生比较深入地进行总结，加深对实验的理解。某些实验中还给出了完整的数据记录表格及具体的误差分析方法，以作示范。为适应素质教育，培养学生创造性，在第五章我们编入了十五个设计性实验。要求学生在完成一定数量的基础实验后，并在具备一定的实验技能的前提下，根据所给的任务、条件、参考提示，在教师指导下拟出设计方案完成实验要求。本书对每一次实验结果的准确程度都有明确要求，在绝大多数实验的课后，要求写出完整报告。通过实验课的各环节来培养学生在实验方法、实验技能、误差分析和总结报告等各方面的能力及严谨的科学作风。

本书凝聚了教研室全体同志的智慧劳动，是集体智慧的结晶。汪静编写了第一章和第三章中的实验五至实验十；徐建萍编写了第二章和第三章中的实验一至实验四；杨桂娟编写了第五章和第三章中的实验十一至实验十五；胡玉才编写了第四章中的实验十六至实验二十七；梅妍编写了第四章中的实验二十八至实验三十；白亚乡编写了第四章中的实验三十一至实验三十三。本书由李仁宸教授和张凌副教授主审。

在编写过程中，我们参阅了许多兄弟院校的教材及其它参考文献，吸取了大量的宝贵经验，特致谢意！在出版的准备过程中，得到了大连水产学院教务处、教材科等职能部门领导的大力支持。在此，一并表示感谢。

由于编者水平有限，编写时间又十分仓促，书中错误在所难免，敬请读者批评指正。

编　者

2001 年 12 月

目 录

第一章　物理实验数据处理的基本方法

物理实验不仅是观察物理现象而更重要的是对某些物理量进行定量的测量。要定量首先就要对测量数据进行一定的数学处理，使得出的结果接近其真值，然后对所得结果的“质量”作出评价，这就是数据处理与误差分析的主要内容。本章介绍测量误差估计、实验数据处理和实验结果的表示等问题。所介绍的都是初步知识，这些知识不仅在每一个物理实验中都要用到，而且是今后从事科学实验必须了解和掌握的。由于这部分内容牵涉面较广，我们要求同学首先阅读一遍，对提出的问题有一个初步的了解，以后结合每一个具体实验再细读有关的段落，通过运用加以掌握。

§1-1　测量与误差

物理实验是以测量为基础的。研究物质特性、验证物理原理都要进行测量。测量分直接测量和间接测量等。直接测量指无需对被测的量与其它实测的量进行函数关系和辅助计算而直接得到被测量值的测量。例如用米尺测物体的长度，用天平和砝码测物体的质量，用电流表测线路中的电流，都是直接测量。间接测量指利用直接测量的量与被测量的量之间的已知函数关系得到被测量值的测量。例如测物体密度时，先测出该物体的体积和质量，再用公式算出物体的密度。在物理实验中进行的测量，有许多是间接测量。

一个被测量的物理量，在确定的宏观条件下，在规定测量单位以后，必定有一个客观上存在的、确定的数值，这个值不会随着测量工具和方法的改变而不同，这个值称为该物理量的真值。测量的目的是力求获得真值。但是，实验证明：由于任何测量仪器、测量方法、测量环境及观测者的观察力等等都不能做到绝对严密，真值是测不到的。测量误差就是测量结果与待测量的真值之差值。测量误差的大小反映了测量结果的准确程度，测量误差可以用绝对误差表示，也可以用相对误差表示：

绝对误差 = 测量结果 − 被测量的真值

$$相对误差=\frac{测量的绝对误差}{被测量的真值}（用百分数表示）$$

被测量的真值是一理想的概念，一般说来真值是不知道的。在实际测量中常用被测量的实际值或已修正过的算术平均值来代替真值，称为约定真值。

§1-2　误差分类及其处理方法

测量中的误差主要分为三种类型，即系统误差、随机误差和过失误差（又称粗大误差）。它们的性质不同，需要分别处理。

1.系统误差

系统误差是在同一被测量的多次测量过程中保持恒定或以可预知方式变化的测量误差的

分量。例如实验装置和实验方法没有(或不可能)完全满足理论上的要求,有的仪器没有达到应有的准确程度,环境因素(如温度、湿度等)没有控制到预计的情况……。只要这些因素与正确的要求有所偏离,那么在测量结果中就会出现绝对值和符号恒定或以可预知方式变化的误差分量,因素不变,系统误差也就不变。

例如用停表测运动物体通过某段路程所需的时间,若停表走时较快,那么即使测量多次,测得的时间 t 总会偏大,而且总是偏大一个固定的量,这就是仪器不准确造成的。再如用落球法测重力加速度时,由于空气阻力的影响,得到的结果总是偏小,这是测量方法不完善造成的。

对实验中的系统误差如何处理呢？可以通过校准仪器、改进实验装置和实验方法,或对测量结果进行理论上的修正来消除或尽可能减小系统误差。发现和减小实验中的系统误差是一项困难任务,需要以整个实验依据的原理、方法、测量步骤、所用仪器等可能引起误差的因素一一进行分析。一个实验结果是否正确,往往就在于系统误差是否已被发现和尽可能消除,因此对系统误差不能轻易放过。

2.随机误差

随机误差是在对同一被测量的多次测量过程中,绝对值与符号以不可预知的方式变化着的测量误差的分量。这种误差是由实验中各种因素的微小变动性引起的。例如实验装置和测量机构在各次调整操作上的变动性,测量仪器指示数的变动性,以及观测者本人在判断和估计读数上的变动性……。这些因素的共同影响就使测量值围绕着测量的平均值发生有涨落的变化,其变化量就是各次测量的随机误差。随机误差的出现,就某一测量值来说是没有规律的,其大小和方向是不能预知的,但对一个量进行足够多次的测量,则会发现它们的随机误差是按一定的统计规律分布的,如二项式分布、泊松分布、正态分布、均匀分布等等,其中最典型的是正态分布律。

对测量中的随机误差如何处理呢？根据随机误差的分布特性,我们知道:(1)在多次测量时,正负随机误差常可以大致相消,因而用多次测量的算术平均值表示测量结果可以减小随机误差的影响;(2)测量值的分散程度直接体现随机误差的大小,测量值越分散,测量的随机误差就越大。因此,必须对测量的随机误差作出估计才能表示出测量的精密度。

对随机误差作估计的方法有多种。科学实验中常用标准偏差来估计测量的随机误差。设对某一物理量在测量条件相同的情况下进行 n 次无明显系统误差的独立测量,测得 n 个测量值 $x_1, x_2, \cdots x_n$,那么,它们的算术平均值是

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}, \quad i = 1,2,\cdots n \tag{1-2-1}$$

以后为简捷,我们常略去总和号上的求和范围,例如上式中的分子可写成 $\sum x_i$。

根据误差的统计理论可以证明:当系统误差已被消除时,测量值的平均值最接近被测量的真值,测量次数越多,接近的程度越好(当 $n \to \infty$ 时,平均值趋近真值)。因此我们可以用平均值表示测量结果。每一次测量值 x_i 与平均值 $\bar{x}$ 之差称为残差,即

$$\Delta x_i = x_i - \bar{x}, \quad i = 1,2,\cdots,n$$

显然,这些残差有正有负。常用“方均根”法对它们进行统计,得到的结果就是多次测量的标准偏差,以 S_x 表示

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum(\Delta x_i)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \tag{1-2-2}$$

我们可以用这一标准偏差表示测量的随机误差，它可以表示这一列测量值的精密度。它的物理意义是：在测量列的 n 个测量数据中，有 68.3% 的测量值的误差处于 $(-S_x, S_x)$ 区间之内。对这个测量列中的任一测量值为说，就是它的误差有 68.3% 的可能位于 $(-S_x, +S_x)$ 区间之内。所以 S_x 不仅是对一个测量列的测量精度的定量描述，也是对该测量列中任一测量值的测量精度的定量描述。(1-2-2)式称为贝塞尔公式。

3.过失误差(又称粗大误差)

过失误差是由于实验者使用仪器的方法不正确，实验方法不合理，观察错误或记错数据等等不正常情况下引起的误差。这种误差是人为的。它的出现必将明显歪曲测量结果。只要实验者采取严肃认真的态度，具有一丝不苟的作风，过失误差是可以避免的。

§1-3　测量的不确定度和测量结果表述

不确定度是指由于测量误差的存在而对被测量值不能肯定的程度，是表征被测量的真值所处的量值范围的评定。不确定度可分为两类分量：一类是用统计方法估计的 A 类分量；另一类是用非统计方法估计的 B 类分量。

表示完整的测量结果，应给出被测量的量值 x_0，同时标出测量的总不确定度 Δ，写成 $x_0 \pm \Delta$ 的形式，这表示被测量的真值在 $(x_0 - \Delta, x_0 + \Delta)$ 的范围之外的可能性(或概率)很小。

一、直接测量结果的表示和总不确定度的估计

直接测量时被测量的量值 x_0 一般取多次测量的平均值 $\bar{x}$；若实验中有时只能测一次或只需测一次，就取该次测量值 x。最后表示直接测量结果中被测量的 x_0 时，通常还必须将已定系统误差分量(即绝对值和符号都确定的已可估算出的误差分量)从平均值 $\bar{x}$ 或一次测量值 x 中减去，以求得 x_0，即对已定系统误差分量进行修正。如螺旋测微计的零点修正，伏安法测电阻中电表内阻影响的修正，……。

参考国际计量委员会通过的《BIPM实验不确定度的说明建议书 INC—1(1980)》的精神，大学物理实验的测量结果表示中，总不确定度 Δ 从估计方法上也可分为两类分量：多次重复测量用统计方法计算出的 A 类分量 Δ_A 和用其它方法估计出的 B 类分量 Δ_B。它们可用方和根法合成(下文中的不确定度及其分量一般都是指总不确定度及其分量)，即

$$\Delta = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2} \tag{1-3-1}$$

在大学物理实验中对同一量作多次直接测量时，一般测量次数 n 不大于 10，只要测量次数 $n > 5$，就可直接取 $\Delta_A = S_x$，把多次测量的标准偏差 S_x 的值当作多次测量中用统计方法计算的总不确定度分量 Δ_A。标准偏差 S_x 和总不确定度中 A 类分量 Δ_A 是两个不同的概念，在大学物理实验中当 $5 < n \leqslant 10$ 时取 S_x 的值当作 Δ_A，这是一种最方便的简化处理方法。因为当 Δ_B 可忽略不计时，有 $\Delta = \Delta_A = S_x$，这时被测量的真值落在 $x_0 \pm S_x$ 范围内的可能性(概率)已大于或接近 95%，下文中出现的 S_x，如非特别注明，均表示 Δ_A 的取值大小。

我们在大学物理实验中常遇到仪器的误差，它是参照国家标准规定的计量仪表、器具的准

确度等级或允许误差范围，由生产厂家给出或由实验室结合具体测量方法和条件简化的约定，用 $\Delta_{仪}$ 表示。仪器的误差 $\Delta_{仪}$ 在大学物理实验教学中是一种简化表示，通常取 $\Delta_{仪}$ 等于仪表、器具的示值误差限或基本误差限 Δ_{ins}。许多计量仪表、器具的误差产生原因及具体误差分量的计算分析超出本课程的要求范围。用大学物理实验室中的多数仪表、器具对同一被测量在相同条件下作多次直接测量时，测量的随机误差分量一般比其基本误差限或示值误差限小很多；此外，一些仪表、器具在实际使用中很难保证在相同条件上或规定的正常条件下进行测量，测量误差除基本误差或示值误差外还包含变差等其它分量。因此我们约定，在大多数情况下大学物理实验中把 $\Delta_{仪}$ 简化地直接当作总不确定度 Δ 中用非统计方法估计的分量 Δ_B，于是由(1-3-1)式可得

$$\Delta = \sqrt{S_x^2 + \Delta_{仪}^2} \tag{1-3-2}$$

如果因 $S_x < \frac{1}{3}\Delta_{仪}$，或因估计出的 Δ 对实验最后结果的影响甚小，或因条件受限制而只进行了一次测量时，Δ 可简单地用仪器的误差 $\Delta_{仪}$ 来表示，这时(1-3-1)式中用统计方法计算的 A 类分量 Δ_A 虽然存在，但无法用(1-2)式算出。当实验中只要求测量一次时 Δ 取 $\Delta_{仪}$ 并不说明只测一次比测多次时 Δ 的值变小，只说明 $\Delta_{仪}$ 和用 $\sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_{仪}^2}$ 估算出的结果相差不大，或者说明整个实验中对该被测量的 Δ 的估算要求能够放宽或必须放宽。测量次数 n 增加时，用(1-4)式估算出的 Δ 虽然一般变化不大，但真值落在 $x_0 \pm \Delta$ 范围内的概率却更接近100%，这说明 n 增加时仪器仪表不确定度真值所处的量值范围实际上更小了，因而测量结果更准确了。

根据国家标准GB776—65《电气测量指示仪表通用技术条例》规定，仪表的准确度 N 分为：0.1，0.2，0.5，1.0，1.5，2.5，5.0七个等级。旧的仪表还会出现4.0的级别。

仪表准确度等级的数字 N 是表示仪表本身在正常工作条件(位置正常，周围的温度为20℃，几乎没有外界磁场的影响)下可能发生的最大绝对误差与仪表的额定值(量程)的百分比值。

实验中一般多使用单向标度尺的指示仪表，在规定的条件下使用时，根据仪表级别的定义可得示值的最大绝对误差为

$$\Delta_{仪} = x_m \cdot N\%$$

x_m 为仪表的量程，N 为仪表的准确度级别。测量时，某一示值 x 的最大相对误差为

$$E = \frac{\Delta_{仪}}{x} = \frac{x_m}{x} \cdot N\%$$

由此可见，在选用仪表的量程时，要尽可能使所测数值接近仪表的满度值，其测量的准确度才接近于仪表的标称准确度。

二、间接测量的结果和不确定度的合成

在很多实验中，我们进行的测量都是间接测量。间接测量的结果是由直接测量结果根据一定的数学式计算出来的。这样一来，直接测量结果的不确定度就必然影响到间接测量结果，这种影响的大小也可以由相应的数学式计算出来。

设间接测量所用的数学式可以表示为如下的函数形式

$$\varphi = F(x, y, z, \cdots)$$

式中的 φ 的间接测量结果，$x, y, z, \cdots$ 是直接测量结果，它们都是互相独立的量。设 $x, y, z, \cdots$

的不确定度分别为 $\Delta_x,\Delta_y,\Delta_z,\cdots$ 它们必然影响间接测量结果，使 φ 值也有相应的不确定度 Δ_φ，由于不确定度都是微小的量，相当于数学中的“增量”，因此间接测量的不确定度的计算公式与数学中的全微分公式基本相同。不同之处是：(1) 和不确定度 Δ_x 等替代微分 dx；(2) 考察不确度度合成的统计性质。于是，我们在大学物理实验中用以下两式来简化地计算不确定度 Δ_φ

$$\Delta_\varphi = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2(\Delta_x)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2(\Delta_y)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2(\Delta_z)^2 + \cdots} \qquad (1\text{-}3\text{-}3)$$

$$\frac{\Delta_\varphi}{\varphi} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln F}{\partial x}\right)^2(\Delta_x)^2 + \left(\frac{\partial \ln F}{\partial y}\right)^2(\Delta_y)^2 + \left(\frac{\partial \ln F}{\partial z}\right)^2(\Delta_z)^2 + \cdots} \qquad (1\text{-}3\text{-}4)$$

(1-3-3)式适用于和差形式的函数，(1-3-4)式适用于积商形式的函数。

在一此简单的测量问题中也可采用绝对值合成的方法，即

$$\Delta_\varphi = \left|\frac{\partial F}{\partial x}\Delta_x\right| + \left|\frac{\partial F}{\partial y}\Delta_y\right| + \left|\frac{\partial F}{\partial z}\Delta_z\right| + \cdots \qquad (1\text{-}3\text{-}5)$$

$$\frac{\Delta_\varphi}{\varphi} = \left|\frac{\partial \ln F}{\partial x}(\Delta_x)\right| + \left|\frac{\partial \ln F}{\partial y}(\Delta_y)\right| + \left|\frac{\partial \ln F}{\partial z}(\Delta_z)\right| + \cdots \qquad (1\text{-}3\text{-}6)$$

这种合成方法所得的结果一般偏大，与实际的不确定度合成情况可能有较大出入，但因其比较简单，在项数较少时可作为一种简化的处理方法。在科学实验中一般都采用方和根合成来估计间接测量结果的标准偏差不确定度，测量结果表示成 $F(\bar{x},\bar{y},\bar{z}\cdots) \pm \Delta_\varphi$ 的形式。

【例1】　用一台数字电压表测一恒压源输出电压 U，重复测量 7 次，其测得为 $U_1 = 0.928570\text{V}$，$U_2 = 0.928534\text{V}$，$U_3 = 0.928606\text{V}$，$U_4 = 0.928599\text{V}$，$U_5 = 0.928572\text{V}$，$U_6 = 0.928591\text{V}$，$U_7 = 0.928585\text{V}$，设已定系统误差为 0，电压表分辨率为 $1\mu\text{V}$，测量范围为 1V。生产厂说明书给出表的准确度在量程 $U_m = 1\text{V}$ 时为

$$\Delta_{ins} = 14 \times 10^{-6} U + 2 \times 10^{-6} U_m$$

试写出测量结果。

【解】　$\overline{U} = \frac{1}{7}\sum_{i=1}^{7} U_i = 0.9285796\text{V}$

用贝塞尔公式求标准偏差 S_U

$$S_U = \sqrt{\frac{\sum(\Delta U_i)^2}{7-1}} = 2.4 \times 10^{-5}\text{V}$$

即　$\Delta_A = 2.4 \times 10^{-5}\text{V}$

$$\Delta_{ins} = 14 \times 10^{-6} \times 0.9285796 + 2 \times 10^{-6} \times 1$$

$$= 15 \times 10^{-6}\text{V}$$

即　$\Delta_B = \Delta_{ins} = 15 \times 10^{-6}$

$$\Delta = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2} = 2.8 \times 10^{-5}\text{V}$$

测量结果

$$U = (0.928580 \pm 0.000028)\text{V}$$

【例2】　有 9 只不等值电阻，其每只电阻的不确定度皆为 0.2Ω，将它们串联使用时，求总电阻的不确定度。

【解】 9个电阻互相独立，总电阻等于9个电阻之和，由(1-5)式可得总电阻的不确定等于各电阻的不确定度的平方和开方

$$\text{即}\quad \Delta_R = \sqrt{9\times(0.2)^2} = 0.6\Omega$$

【例3】 若 $N = x^2y^3/z^4$，x,y,z 的不确定度分别为 $\Delta_x,\Delta_y,\Delta_z$，求 Δ_N

【解】

$$\ln N = 2\ln x + 3\ln y - 4\ln z$$

$$\frac{\partial \ln N}{\partial x} = \frac{2}{x},\quad \frac{\partial \ln N}{\partial y} = \frac{3}{y},\quad \frac{\partial \ln N}{\partial z} = -\frac{4}{z},$$

则由(1-6)式可得：

$$\frac{\Delta_N}{N} = \sqrt{\left(2\frac{\Delta_x}{x}\right)^2 + \left(3\frac{\Delta_y}{y}\right)^2 + \left(4\frac{\Delta_z}{z}\right)^2}$$

$$\Delta_N = N\sqrt{\left(2\frac{\Delta_x}{x}\right)^2 + \left(3\frac{\Delta_y}{y}\right)^2 + \left(4\frac{\Delta_z}{z}\right)^2}$$

§1-4　有效数字及其表示

在实验中我们所测的被测量都是含有误差的数值，对这些数值不能任意取舍，应反映出测量值的准确度。所以在记录数据、计算以及书写测量结果时，究竟应写出几位数字，有严格的要求，要根据测量误差或实验结果的不确定度来定。

一、有效数字

从仪器上读出的数字，通常都要尽可能估计到仪器最小刻度线的下一位。例如用300mm长的毫米分度钢尺测量某物体的长度，正确的读法是除了确切地读出钢尺上有刻线的位数之外，还应估计一位，即读到$\frac{1}{10}$mm。比如，测出某物体的长度是15.2mm，前二位数“15”可以从钢尺上直接读出来，是确切数字，而第三位数是测量者估读出来的，估读的结果因人而异。因此这一位数是有疑问的，称为存疑数字。由于第三位数已存疑，在它以下各位数的估计已无必要。把仪器上读出的数字包括最后一位存疑数字，而且也只有最后一位数字是存疑数字。

书写有效数字时必须注意“0”的位置。例如某物体质量为0.802000千克，第一个“0”不表示有效数字，它的出现是因为选用的单位大，数值就小了的缘故。如果用克作则物体质量为802.000克，前面这个“0”就没有了。而数值中后面三个“0”都是有效数字，少写一个就不能反映实验数据的确切程度及存疑数字的位置。为了避免混淆，并使记录和计算方便，通常按照数字的标准形式将上例写成

$$8.02000\times10^{-1}\text{ 千克或 }8.02000\times10^{2}\text{ 克}$$

就是说，在小数点前一律取一位有效数字。采用不用单位面引起数值上的不同，可用乘以10的幂来表示。

数字的取舍采用“四舍六入五凑偶”规则，即：

(1) 欲舍去数字的最高位为4或4以下的数，则“舍”；若为6或6以上的数，则“入”。

(2) 被舍去数字的最高位为5时，前一位数为奇数，则“入”；为偶数，则“舍”。即通过取舍总是把前一位数凑成偶数。这又称之为“单进双不进”规则。这样做可以使“入”和“舍”的机会均等，以避免用“四舍五入”规则处理较多数据时，因人多舍少面引人计算误差。

现举例说明如下，将下列数据舍入到小数后第二位：

8.0861 → 8.09

8.0845 → 8.08

8.0850 → 8.08

8.0754 → 8.08

有些仪器，例如数字式仪表或游标卡尺，是不可能估计出最小刻度以下一位数字的，那么我们就不去估计，而把直接读出的数字记录下来，仍然认为最后一位数字是存疑的，因为在数字式仪表中，最后一位数总有 ±1 的误差。游标卡尺的情况也是如此。

二、有效数字的运算规则

间接测量的结果是由直接测量结果根据一定的数学式计算出来的，所以也有一定的有效数字。有效数字运算的总的规则是：确切数字与确切数字运算后仍为确切数字；存疑数字与存疑数字运算后仍为存疑数字；存疑数字与确切数字运算后成为存疑数字；进位数可视为确切数字。对于已经给出了不确定度的有效数字，在运算时应先计算出运算结果的不确定度，然后根据这个不确定度决定结果的有效数字位数。如今在电子计算器已得到普遍使用的情况下，方便了有效数字的运算，可以把原始数据直接输入计算器，得到最后的计算结果，再按规则确定其有效数字位数。

1.加减运算

规则：(1) 如果已知参与加减运算的各有效数字的不确定度，则先算出计算结果的不确定度，并保留 1 ~ 2 位，然后确定计算结果的有效数字位数。(2) 如果没给出参与加减运算的各有效数字的不确定度，则先找出存疑位最高的那个有效数字，计算结果的存疑位应与该有效数字的存疑位对齐。

【例】 $A = 13.65,\quad B = 0.0082,\quad C = 1.6035$

求：$A + B - C = ?$

【解】 $A + B - C = 13.65 + 0.0082 - 1.6035 = 12.0547$

按照规则(2)，A 的存疑位最高，所以最后结果的存疑位也应保留到这位。即：

$$A + B - C = 12.05$$

结果应为 4 位有效数字。

2.乘除运算

规则：若干个有效数字要乘除时，计算结果（积或商）的有效数字位数在大多数情况下与参与运算的有效数字位数最少的那个分量的有效数字位数相同。

【例】 $A = 22.35,\quad B = 1.2\quad$ 求：$A \times B = ?$

【解】 $A \times B = 22.35 \times 1.2 = 26.820$

按照规则，B 分量的有效数字位数最少，所以计算结果的有效数字位数与其相同，即：

$$A \times B = 27$$

结果应为 2 位有效数字。

3.乘方开方运算

规则：有效数字在乘方或开方时，若乘方或开方的次数不太高，其结果的有效数字位数与原底数的有效数字位数相同。

【例】 $A = 4.25\qquad$ 求 A^2

【解】 $A^2 = 18.0625$

最后取 $A^2 = 18.1$,运算结果为3位有效数字。

4.对数运算

规则:有效数字在取对数时,其有效数字的位数与真数的有效数字位数相同或多取1位。

【例】 $A = 3.27$, 求 $\lg A$

【解】 $\lg A = 0.51454\cdots$

最后取 $\lg A = 0.514$,运算结果为3位有效数字。

在有效数字运算过程中,对中间运算结果适当多保留几位,以免因过多截取带来误差。对 π、$\sqrt{2}$ 等值应直接按计算器上的按键取用。

上述只是几种最简单的运算形式,而实际遇到的情况要复杂得多,计算一个结果往往包括几种不同形式的运算,对于这种复杂的运算,一般要通过计算不确定度来确定结果的有效数字位数。

三、测量结果的有效数字位数

测量结果都应表示成 $x_0 \pm \Delta_x$ 的形式,有效数字应该是多少位,要由测量的不确定度决定。例如,已知测得电压值是6.04035V,不确定度是0.005V。从不确定度知道,毫伏这一位是存在误差的,因此,测量数据从毫伏位开始,以后的各位都是存疑位,多保留是没有意义的。测量结果应表示成(6.040 ± 0.005)V。测量结果是4位有效数字,前3位是确切数字,末位的"0"是存疑数字。

由上面例子可知,测量不确定度的数字与测量值的有效数字存疑位应该具有相同的数量级,或者说,不确定度数字所在位应该与测量值有效数字存疑位对齐。不确定度一般取1～2位,当不确定度第一位数字较小时通常取2位,所以,测量值有效数字中的存疑位也与之对应取1～2位。

§1-5 数据处理的常用方法

正确处理实验数据是实验能力的基本训练之一。根据不同的实验内容、不同的要求,可以采取不同的数据处理方法。下面分别介绍物理实验中较常用的一些方法。

一、列表法

列表法表示的实验数据至少包括两个变量,一个是自变量,另一个是因变量。列表法就是将一组实验数据中的自变量、因变量按一定的形式、顺序一一对应的列出来。

列表法的优点是能够简单地表示出有关物理量之间的对应关系和清楚明了地显示出测量数值的变化情况;它可以较容易地从排列的数据中发现个别有错误的数据;它还为进一步用其它方法处理数据创造了有利条件。

列表的要求是表格设计要尽量简明、合理;在各项目栏中标明所列物理量的名称(或符号)和单位;填写测量数据应按有效数字的要求;数据书写应整齐清楚。

二、作图法

在研究两个物理量之间的关系时,把测得的一系列相互对应的数据及变化的情况用曲线表示出来,称为作图法。

1.作图法的优点

(1) 它可以形象、直观、简便地显示物理量之间的变化规律。

(2) 它可以帮助发现有个别错误的测量数据。

在作图过程中,曲线不可能通过所有的数据点,因为每个数据点测量中都有不同的误差。但不在曲线上的那些点都应非常靠近曲线才是合理的,如果某个点偏离曲线太远,说明这组数据有错误,要分析产生错误的原因,必要时可对该点数据重新测量或剔除这组数据。

(3) 可对测量值有一定的修正作用,取得平均的效果。

因曲线是依据多组数据点描出的光滑曲线,作图时不在曲线上的点也靠近曲线均匀分布,即曲线是从这些点的中间穿过,所以它有多次测量取得平均的效果。

2.作图法的应用

(1) 分析物理量之间的变化规律,验证理论或找出经验公式。

(2) 可在曲线上两点间求值,也可在其延长线上求值。在曲线上可以方便地求得两个数据点之间某点的数值,尽管该点并未经过实验测量。有时由于受实验条件的限制,不能对有些点进行实际的测量,但利用曲线向外延长的部分可求得这些点的数值。

(3) 若得到的是直线,可求出直线的斜率和截距,从而获得与之相关的物理量数值。

(4) 可把某些曲线关系用直线表示(曲线改直)。当物理量之间的函数关系经较复杂时,可对变量进行置换,使曲线改成直线。这样可使对物理量的分析变得简化和直观。

例如,当两物理量间的函数关系为 $y = a\frac{1}{x^2} + b$(a,b 为常数)时,设新变量为 $X = \frac{1}{x^2}$,$Y = y$,则原函数关系变换成 $Y = aX + b$,Y 和 X 有线性关系。

3.作图的要求

(1) 一定要用坐标纸。作图时可根据不同的实验内容及函数选择不同的坐标纸,如直角坐标纸、对数坐标纸、极坐标纸等。在物理实验中用得最多的还是直角坐标纸。坐标纸的大小可参考测量数值的大小及有效数字确定。

(2) 标明坐标轴代表的物理量的名称(或符号)和单位。一般用 x 轴代表自变量,用 y 轴代表因变量。

(3) 确定(标明)坐标同单位长度所代表的物理量值及坐标原点数值。

确定坐标轴单位长度对应的物理量值时应考虑测量数据的有效数字。一般来说,测量值中的确切数字在图上看也应是确切数字,其存疑数字在图上看也是估计的。

两坐标轴间单位长度的比例要适当,这样才能使图线比较对称地充满整个坐标纸。一般以1或2毫米对应于测量仪表的最小分度值或对应于测量值的次末位数,即倒数第二位数。对应比例的选择应便于读数,不宜选成1:1.5或1:3,坐标范围应恰好包括测量值,并略有富裕。最小坐标值不必都从零开始,以便作出的图线大体上能充满全图,布局美观、合理。

(4) 标出数据点。在坐标图上用"0"或"×"等符号标出数据点的位置。同一张坐标纸上要画不同的曲线时,要用不同的符号标数据点。

(5) 连线。因为每一个实验点的误差情况不一定相同,因此不应强求曲线通过每一个实验点而连成折线。应按实验点的总趋势连成光滑的曲线,要做到图线两侧的实验点与图线的距离最为接近且分布大体均匀。图线正穿过实验点时,可以在点处断开。

(6) 注明绘制的曲线名称,绘制人姓名,绘制日期等。

三、线性内插法和外推法(外插法)

当函数关系为线性时,因变量的变化随自变量的变化成比例;当函数关系为非线性时,如果自变量的变化范围很小,因变量的变化范围也很小,则可近似认为两量之间是线性变化关系。这时可根据已知的两个数据求出中间值,这种方法称为线性内插法。根据已知的两个数据求出其外侧某点的值,称为线性外推法。

设 $y = ax + b$

已知 $x = x_1$ 时, $y = y_1$

$x = x_2$ 时, $y = y_2$

若 $x = x'$, 且 $x_1 > x' > x_2$, $y' = ?$

因为 $\dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{y' - y_1}{x' - x_1}$

所以
$$y' = y_1 + \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x' - x_1) \tag{1-5-1}$$

这是线性内插法公式。

若 $x' > x_2 > x_1$

则
$$y' = y_2 + \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x' - x_2) \tag{1-5-2}$$

这是线性外推法公式。

四、逐差法

当自变量与因变量之间成线性关系,自变量按等间隔变化,且自变量的误差远小于因变量的误差时,可使用逐差法计算因变量变化的平均值。

例如,用拉伸法测钢丝杨氏模量实验,可用逐差法处理数据。钢丝上端固定,下端位置随施加砝码质量的变化而变化,其位置可由标尺上读出,用 n 表示。一个砝码的质量用 P_0 表示。n_0 为未加砝码时标尺读数。实验中每次增加 1 个砝码,共加 7 次。

P(kg)	0	P_0	$2P_0$	$3P_0$	$4P_0$	$5P_0$	$6P_0$	$7P_0$
n(mm)	n_0	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	n_7

将数据分为两组:0 ~ 3 为第一组,4 ~ 7 为第二组。按顺序将两组相应数据逐项相减并求平均:

$$\Delta n = \frac{(n_4 - n_0) + (n_5 - n_1) + (n_6 - n_2) + (n_7 - n_3)}{4 \times 4}$$

运用逐差法求出砝码质量变化 P_0 时,钢丝伸长量变化的平均值。

如果不用逐差法,而是按照实际的测量顺序,用一般求平均的方法,得到:

$$\Delta n' = \frac{(n_1 - n_0) + (n_2 - n_1) + (n_3 - n_2) + (n_4 - n_3) + \cdots + (n_7 - n_6)}{7} = \frac{n_7 - n_0}{7}$$

$\Delta n'$ 也是砝码质量变化 P_0 时,钢丝伸长量变化的平均值。但是,在求 $\Delta n'$ 的过程中,中间的测量数据都相互抵消了,而实际只用了 n_0 和 n_7 两个数据。

由此可知逐差法的优点是: