状元陪练

ZHUANGYUAN PEILIAN

九年义务教育四年制初中

根据最新版人教社教材编写

状元陪练

全国名校同步训练名题精编

初三几何（上）

孙润珠 主编

- 点击学习要点
- 荟萃经典习题
- 拓宽知识视野
- 强化素质能力

黑龙江少年儿童出版社

九年义务教育四年制初中

状元陪练

全国名校同步训练名题精编

初三几何（上）

孙润珠　主编

孙润珠　战利超
李　游　刘旭飞　编写

黑龙江少年儿童出版社

2006年·哈尔滨

丛书策划：于晓北　王朝晔　赵　力
刁小菊　张立新
责任编辑：张桂娟　赵西云

《状元陪练》丛书（几何）编委会

主　　编：孙润珠

编　　委：孙润珠　战利超　李　游　刘旭飞

九年义务教育四年制初中

状 元 陪 练

初三几何（上）

孙润珠　主编

孙润珠　战利超　李　游　刘旭飞　编写

黑龙江少年儿童出版社出版
黑龙江省新华书店发行
哈尔滨市龙福印刷厂印装

开本：787毫米×1092毫米　1/16　印张：30　字数：600 000
2004年8月第2版　2006年8月第4次印刷
ISBN 7-5319-2285-1/G·1626　定价：35.40元（共6册）

出 版 说 明

为使广大学生走出茫茫题海，获得名列前茅的好成绩，我们根据大多数状元学生的成功经验之一——精选名题练习，特邀请富有经验的一线著名教师，编写了这套名为《状元陪练——全国名校同步训练名题精编》的高质量教学辅导用书。该丛书完全符合教育部关于课程改革的最新精神及素质教育的要求，与2006年新版教材同步，展示了全国多所名校著名教师教学新成果。

栏目介绍：

点击重点难点——根据教学要求，由名师就教材各个章，节知识点进行提示性讲解。

攻难解疑示例——结合例题，帮助学生掌握突破难点的思路和科学的解题方法。

课课达标◇状元陪练——博采众长，精选名题，与现行教材进行同步训练。

强化素质◇期中测试　提高素质◇期末评估——紧密贴近中考的要求，采取梯级拔高的形式，强化学生归纳、概括、运用知识的能力，增加跨学科知识的交叉渗透，提高学生创新能力。

衷心期望《状元陪练》使更多的学生成为"状元"，也恳请广大读者在使用本丛书过程中，及时向我们提出宝贵意见和建议，以便修订再版时予以改正和提高。

《状元陪练》丛书编委会

2006年8月

☺ 把优异的成绩告诉父母

☺ 把发现的错误和建议寄给我们

《状元陪练》丛书读者意见反馈表

<table>
<tr><td colspan="3">科别、册次：</td></tr>
<tr><td>页码</td><td>正、倒行</td><td>错误及疑问</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">建议</td></tr>
<tr><td colspan="2">通信地址、姓名</td><td></td></tr>
</table>

黑龙江少年儿童出版社：哈尔滨市南岗区宣庆小区8号楼　邮编：150090

目　录

第三章　三角形(二)

四　等腰三角形

3.12　等腰三角形的性质(一)

点击重点难点

重点

等腰三角形的性质及三线合一定理,并能应用性质解题证题.

难点

添加辅助线的各类题型的思路.

攻难解疑示例

例1 如图3.12-1,在△ABC中∠BAC=90°,$AB=AC$,∠ABC的平分线交AC于D,过C作BD的垂线交BD的延长线于E,交BA的延长线于F.

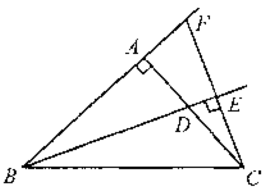


图3.12-1

求证:$BD=2CE$.

点拨思路

据题意知$BE\perp CF$,BE又平分∠ABC,可想到△BFC是等腰三角形的"三线合一"性质的基本图形,于是可意识到E是CF的中点,$CF=2EC$.据所求,只需考虑证出$CF=BD$就可以使问题得证了.

答案

∵BD平分∠ABC,∴∠ABD=∠CBD.

∵$CF\perp BD$于E,∴∠FEB=∠CEB=90°

在△BEF与△BEC中,

∵∠ABD=∠CBD,$BE=BE$,∠FEB=∠CEB.

∴△BEC≌△BEF.∴E为CF中点,∴$CF=2EC$.∵$BE\perp EC$,∴∠FBE=90°-∠F.

∵∠BAC=90°∴∠ACF=90°-∠F.

∴∠FCA=∠FBE(等量代换).

在△ACF与△ABD中,∠ABD=∠FCA(已证),$AB=AC$(已知),∠FAC=∠BAD=90°(已知).　∴△ACF≌△ABD(ASA).

∴$BD=CF$(对应边相等)　∴$BD=2CE$(等量代换)

例2 如图3.12-2,△ABC中,∠A=90°,$AB=AC$,M是AC边中点,$AD\perp BM$交BC于D,交BM于E.

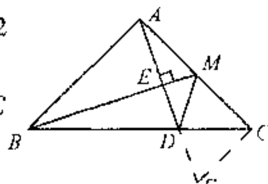


图3.12-2

求证:∠AMB=∠DMC.

点拨思路

由图形中的两个求证相等的角所在的位置,直接证其相等有困难,亦不可能,于是可以考虑制造一个Rt△与Rt△ABM全等.

目的是把$\angle AMB$移到有可能与$\angle DME$所在的三角形全等的另一个三角形中去，进而通过等腰三角的性质等条件证出结论.

答案

过C作$FC\perp AC$于C，交AD的延长线于F，在$\triangle ABM$与$\triangle ACF$中，

$\because \angle EAM$与$\angle ABE$均为$\angle BMA$的余角.

$\therefore \angle EAM=\angle ABE$(同角的余角等).

$\angle BAM=\angle ACF=90°$，$AB=AC$(已知).

$\therefore \triangle ABM\cong\triangle CAF$

$\therefore \angle F=\angle AMB$(对应角相等).

在$\triangle DMC$与$\triangle DCF$中

$\because \angle ACB=\angle ABC$(等腰三角形性质).

$\angle FCD=\angle ABC$(二直线平行内错角等).

$$\therefore \begin{cases}\angle MCD=\angle FCD,\\ FC=AM=MC,\\ DC=DC,\end{cases}$$

$\therefore \triangle DMC\cong\triangle DCF$(SAS)　$\therefore \angle F=\angle DMC$，

$\because \angle AMB=\angle F$　$\therefore \angle AMB=\angle DMC$.

课课达标◇状元陪练

一、判断题

1. 一个三角形中，只要有两个角相等必是等腰三角形.(　　)

2. 等腰三角形的高线、角的平分线都平分一边.(　　)

3. 等腰三角形中，角的平分线就是高线，也是中线.(　　)

4. 等腰三角形就是等边三角形.(　　)

5. 只有等腰三角形顶角的平分线才可称其亦是底边上的高线和中线.(　　)

二、选择题

1. 下列说法中正确的是(　　).

A. 等腰三角形的两个角相等.

B. 等腰三角形是轴对称图形，对称轴是底边上的中线.

C. 等腰三角形的顶角平分线垂直平分底边.

D. 两个等腰三角形必全等.

2. 等腰三角形中，有一个角为50°，它的一腰上高与底边的夹角是(　　).

A. 25°　　B. 40°

C. 25°或40°　　D. 50°或25°

3. 如果等腰三角形的边长是5cm和2cm，那么它的周长是(　　).

A. 9cm　B. 12cm　C. 7cm　D. 12cm或9cm

4. 下列条件，(1)已知两腰，(2)已知底边和顶角，(3)已知底角和顶角，(4)已知底边和底边上的高，能确定一个等腰三角形的是(　　).

A. (1)和(2)　　B. (3)和(4)

C. (2)和(4)　　D. (1)和(4)

5. 如图3.12－3，$AB=AC$，$\angle A=36°$，$\angle 1=\angle 2$，$\angle ADE=\frac{1}{2}\angle EDB$，图中等腰三角形的个数(　　).

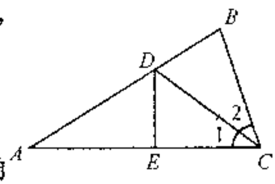


图3.12－3

A. 2个　B. 3个　C. 4个　D. 5个

6. 如图3.12－4，已知$AB=CD$，$AD\perp BC$于D，$DE\perp AB$于E，$DF\perp AC$于F. 考查下列结论：(1) $\angle BAC=2\angle BAD$；(2) $BD=CD$；(3) $DE=DF$；(4) AB、AC边上的高相等；(5) AB、BC边上的中线相等. 正确结论的个数为(　　).

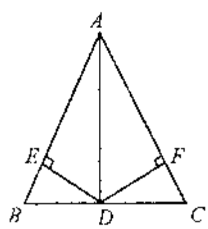


图3.12－4

A. 5个　B. 4个　C. 3个　D. 2个

7. 下列说法正确的个数为(　　).

(1)一腰和底边对应相等的两个等腰三角形全等.

(2)顶角和底边对应相等的两个等腰三角形全等.

(3)顶角相等的两个等腰三角形全等.

(4)一腰相等的两个直角等腰三角形全等.

A.1个　B.2个　C.3个　D.4个

8. 等腰三角形一腰上的高与底边所成的角等于(　　).

A. 顶角　　B. 顶角的一半

C. 顶角的2倍　D. 底角的一半

9. 如图3.12-5，$\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，$BC=BD$，$AD=DE=EB$，则$\angle A=$(　　).

A.30°　B.36°

C.45°　D.54°

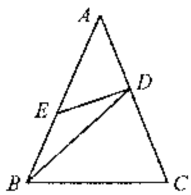


图3.12-5

10. 如图3.12-6，$\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，$BE=CD$，$BD=CF$，则$\angle EDF=$(　　).

A.$180°-2\angle B$

B.$180°-\angle B$

C.$\angle B$

D.$90°-\angle B$

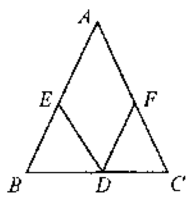


图3.12-6

三、填空题

1. 已知一个等腰三角形的顶角与一个底角之和为110°，则其顶角的度数为______.

2. 如图3.12-7，$\angle C=20°$，$CF=FE=ED=DB=BA$，则$\angle ADB=$______，$\angle BED=$______.

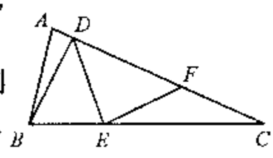


图3.12-7

3. 如图3.12-8，C 是$\angle EAF$ 的平分线上一点，$BC\parallel AF$，则BC 与AB 的关系为______.

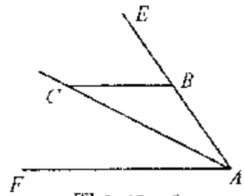


图3.12-8

4. 如图3.12-9，$\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，$AD=BD$，$AC=CD$，则$\angle B=$______.

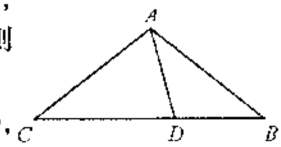


图3.12-9

5. 如图3.12-10，等腰三角形的顶角36°，BD 平分$\angle ABC$，则图中的等腰三角形有______个.

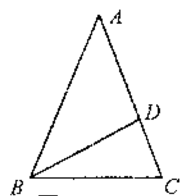


图3.12-10

6. 如图3.12-11，$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E=$______.

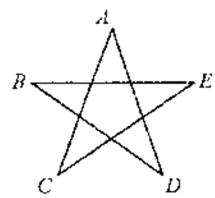


图3.12-11

7. 等腰三角形一腰上的高为2cm，它与底边的夹角为45°，则这个三角形的面积为______.

8. 如图3.12-12，$\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，$BD=CE$，$BF=DC$，$\angle A=44°$，则$\angle\alpha=$______.

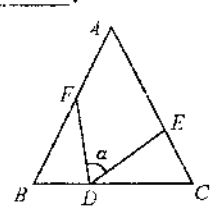


图3.12-12

9. 如图3.12-13，$\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=50°$，$\angle ACB=70°$，延长BC 至E，使$CE=AC$，延长CB 至D，使$BD=AB$，连AE、AD，则

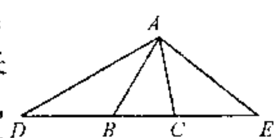


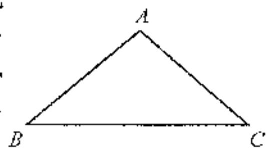
图3.12-13

$\triangle ADE$ 中，$\angle D$ = ______，$\angle E$ = ____，$\angle DAC$ = ______.

10. 在等腰三角形中，如果顶角是底角的2倍，则顶角为________. 若一个底角是顶角的2倍，则顶角为______.

四、解答题

1. 作图题，用圆规和直尺作出顶角为100°的等腰三角形 ABC 的三条高（只保留作图痕迹，不写作法）.



2. 求证：等腰三角形顶角的外角平分线平行于底边.

3. 已知等腰三角形的两个底角与顶角的外角之和为260°，求这个三角形的各角度数.

4. 如图3.12－14，$\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 均为等边三角形. 求证：$BD = CE$.

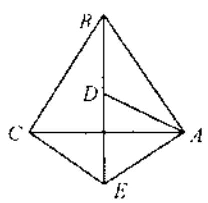


图3.12－14

5. 如图3.12－15，$\triangle ABC$ 中，$\angle 1 = \angle 2$，$CE \perp AD$ 交 AB 于 E，$EF \parallel BC$. 求证：$\angle DEC = \angle FEC$.

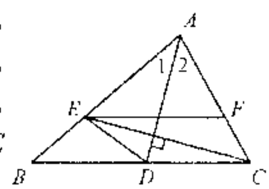


图3.12－15

6. 如图3.12－16，A、C、B 在一条直线上，$AD = AC$，$BE = BC$，且 $DC \perp CE$，求证：$AD \parallel BE$.

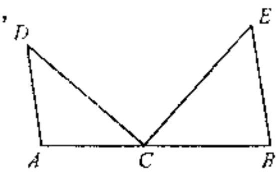


图3.12－16

7. 如图3.12－17，$AB = AC = BC$，$AM = CN$，AN 与 BM 相交于 E. 求 $\angle BEN$ 的度数.

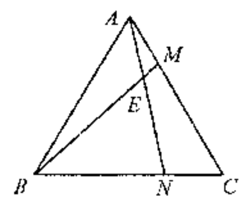


图3.12－17

8. 如图3.12－18，等边 $\triangle ABC$ 中，D 是 AC 中点，E 为 BC 延长线上一点，且 $CE = CD$，$DM \perp BC$，垂足是 M. 求证：M 是 BE 的中点.

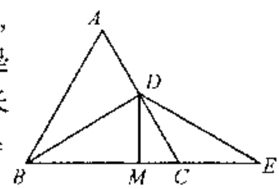


图3.12－18

9. 如图3.12－19，$\triangle ABC$ 中，$AB = AC$，D 是 AB 上一点，延长 CA 至 E，使 $AE = AD$. 求证：$ED \perp BC$.

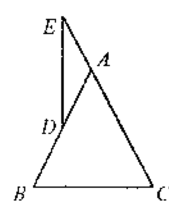


图3.12－19

10. 如图 3.12－20，△*ABC* 中，*AB* = *AC*，∠*BAD* = 30°，*AD* = *AE*，求∠*EDC* 的度数.

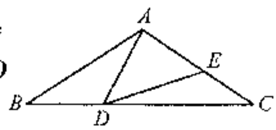


图 3.12－20

11. 如图 3.12－21，△*ABC* 中，*AD* 是角分线，过 *D* 作 *DE*∥*AC* 交 *AB* 于 *E*，过 *E* 作 *AD* 垂线 *EF* 交 *BC* 延长线于 *F*，连 *AF*，求证：∠*B* = ∠*CAF*.

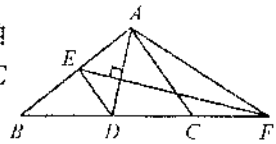


图 3.12－21

3.12 等腰三角形的性质(二)

点击重点难点

重点

等腰三角形的性质及其推论.

难点

等腰三角形的性质和推论的熟练应用.

攻难解疑示例

例 1 求证：等腰三角形一腰上的高与底边的夹角等于顶角的一半. 如图 3.12－22，已知△*ABC* 中，*AB* = *AC*，*BD*⊥*AC* 于 *D*，求证：$\angle DBC=\frac{1}{2}\angle BAC$.

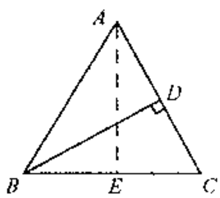


图 3.12－22

点拨思路

从问题出发，若证$\angle DBC=\frac{1}{2}\angle BAC$，必须先作出$\frac{1}{2}\angle BAC$，即作 *AE* 平分∠*BAC*，再利用等腰三角形的三线合一性质证之.

答案

作∠*BAC* 的平分线 *AE* 交 *BC* 于 *E*，∵ *AB* = *AC*，*AE* 平分∠*BAC*，∴ *AE*⊥*BC*(等腰三角形顶角平分线垂直平分底边)，

∴ ∠*EAC* = 90° － ∠*C*.

而 *BD*⊥*AC*(已知)，∴ ∠*DBC* = 90° － ∠*C*，∴ ∠*DBC* = ∠*EAC*(同角的余角等).

而$\angle EAC=\frac{1}{2}\angle BAC$，∴ $\angle DBC=\frac{1}{2}\angle BAC$.

例 2 如图 3.12－23，△*ABC* 中，*AD* 是角平分线，*AC* = *AB* + *BD*，求证：∠*B* = 2∠*C*.

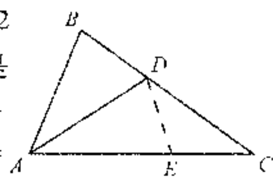


图 3.12－23

点拨思路

由图观之，∠*B* 与∠*C* 看不出相互关系，由已知条件 *AC* = *AB* + *BD*，往往需采用几何中常用的"接或截法"等至线段间的相互代换，于是想到在 *AC* 上截取 *AE* = *AB*，那么余下的线段 *EC* 就当然的等于 *BD* 了，若

能证出$\triangle ABD\cong\triangle ADE$,就会如愿地使$\angle B$等于$\angle AED$,而$\angle AED$与$\angle C$是不相邻的内角关系,问题迎刃而解.

答案

在AC上截取$AE=AB$,连DE,$\because AD$是角平分线,$\therefore\angle BAD=\angle EAD$(角分线定义).

$AE=AB$(已作),AD公用边,$\therefore\triangle ABD\cong\triangle AED(SAS)$,$\angle AED=\angle B$,$DE=BD$,$\because AC=AB+BD$,而$AE=AB$,$\therefore EC=BD=DE$,$\therefore\angle C=\angle EDC$(等边对等角),$\therefore\angle DEA=\angle C+\angle EDC=2\angle C$.$\therefore\angle B=2\angle C$(等量代换).

例3 如图3.12-24,在$\triangle ABC$中,$AB=AC$,点P是BC边上一点,$PD\perp AB$于D,$PE\perp AC$于E,$CF\perp AB$于F.(1)PD、PE、CF之间有什么关系?证明你的结论.(2)若点P在BC的延长线上时,PD、PE、CF之间有什么关系?请证明你的结论.

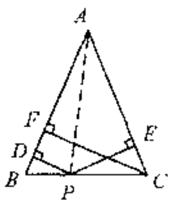


图3.12-24(1)

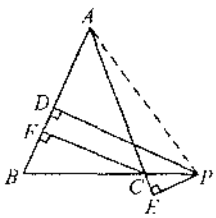


图3.12-24(2)

点拨思路

此题的证明可利用等腰三角形的两腰相等的知识点,采用面积之和及面积之差得到一则重要的三者关系的结论:等腰三角形底边或底边延长线上的任一点到两腰的距离之和或差等于一腰上的高.

答案

解:(1)存在的关系为:$PD+PE=CF$

连$AP\because S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ABP}+S_{\triangle ACP}$

即$\frac{1}{2}AB\cdot CF=\frac{1}{2}AB\cdot PD+\frac{1}{2}AC\cdot PE$

$\because AB=AC$

$\therefore\frac{1}{2}AB\cdot CF=\frac{1}{2}AB\cdot PD+\frac{1}{2}AB\cdot PE$

$\therefore CF=PD+PE$

(2)存在的关系:$CF=PD-PE$

连$AP.\because S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ABP}-S_{\triangle ACP}$

即:$\frac{1}{2}AB\cdot CF=\frac{1}{2}AB\cdot PD-\frac{1}{2}AC\cdot PE$

又$\because AB=AC\quad\therefore CF=PD-PE$.

课课达标◇状元陪练

一、判断题

1. 等腰三角形有顶角、底角、腰和底边之称,而其它三角形没有这些名称.(　　)

2. 等腰三角形有"三线合一"的性质,所以它的高、中线、角分线都相等.(　　)

3. 等腰三角形,两腰上的中线相等.(　　)

4. 等腰三角形的腰上的高线相等.(　　)

5. 只要知道等腰三角形的一个角的度数,其它两角的度数就可推算出来.(　　)

二、选择题

1. $\triangle ABC$中,$AB=AC$,$\angle A=52°$,则$\angle B$的度数为(　　).

A.52°　B.62°　C.64°　D.54°

2. $\triangle ABC$,$AB=AC$,$\angle A=40°$,点M在$\triangle ABC$内,且$\angle MBC=\angle MCA$,则$\angle BMC$的度数为(　　).

A.110°　B.140°　C.35°　D.55°

3. 等腰三角形的底边为32mm,周长为112mm,则其腰长各为(　　).

A.32mm　B.40mm　C.45mm　D.38mm

4. 如图3.12-25,$\triangle ABC$中,D为BC上一点,且$AB=AC=BD$,则图中$\angle 1$与$\angle 2$的关系为(　　).

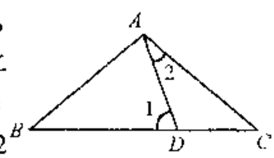


图3.12-25

A. $\angle 1 = 2\angle 2$

B. $\angle 1 + 3\angle 2 = 180°$

C. $2\angle 1 + \angle 2 = 180°$

D. $3\angle 1 - \angle 2 = 180°$

5. 如图 3.12－26，$\triangle ABC$ 中，$AB = AC$，D 在 AC 上，且 $AD = BD = BC$，则$\angle A =$（　　）.

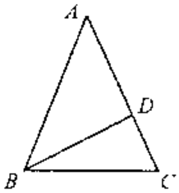


图 3.12－26

A. 72°　　B. 36°

C. 40°　　D. 45°

6. 如图 3.12－27，$\angle A = 15°$，$AB = BC = CD = DE = EF$. 则$\angle DEF$ 为（　　）.

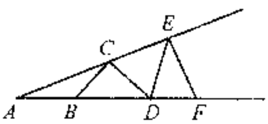


图 3.12－27

A. 90°　　B. 60°

C. 75°　　D. 70°

7. 如图 3.12－28，$\triangle ABC$ 中 $AB = AC$，$DC = BF$，$BD = CE$，若$\angle A = 40°$，则$\angle EDF =$（　　）.

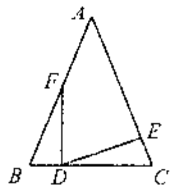


图 3.12－28

A. 50°　　B. 70°

C. 140°　　D. 25°

8. 如果一个三角形三条边上的中点到其它两边的距离相等，那么这个三角形一定是（　　）.

A. 等边三角形

B. 等腰三角形

C. 不等边三角形

D. 钝角但不等腰三角形

9. 如图 3.12－29，$AB \parallel CD$，$AB = AC$，$\angle A = 96°$，则$\angle BCD$ 的度数为（　　）.

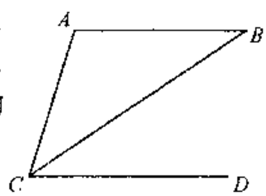


图 3.12－29

A. 48°　　B. 42°

C. 70°　　D. 84°

10. 如图 3.12－30，AE 与 BF 交于 C，且 $AB = AC$，$CE = CF$，$\angle E = \alpha$，则$\angle A$ 用 α 表示成（　　）.

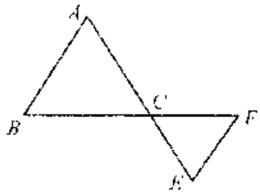


图 3.12－30

A. $180° - 4\alpha$

B. $2\alpha - 180°$

C. $4\alpha - 180°$

D. $180° - 2\alpha$

三、填空题

1. 等腰三角形的两边长分别是 4 和 8，周长为______.

2. 已知等腰三角形底角 70°，顶角的外角为______.

3. 等腰三角形的周长为 15cm，腰长为 6cm，则底边长______.

4. 等腰三角形顶角的外角为 50°，则底角为______.

5. 等腰三角形的周长为 18cm，一边长为 7cm，则腰长为______.

6. 若 a、b、c 为$\triangle ABC$ 的三边长，且 $a^2 + b^2 + c^2 = ab + ac + bc$，则这个三角形的形状是______.

7. 等腰三角形的一个内角为 100°，则其它两角为______.

8. 等腰三角形的一个外角为 150°，它的三个内角为______.

9. 如图 3.12－31，$AB = AC$，$AD = BD = BC$，图中共有______个等腰三角形，$\angle A =$______. 若 $AB = 8$cm，$BC = 5$cm，则$\triangle BDC$ 的周长______.

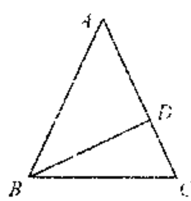


图 3.12－31

10. 已知等腰三角形的两边分别是 5cm 和 6cm，则它的周长是______.

四、解答题

1. 求证：等腰三角形两腰上的中线长相等.

2. 如图 3.12－32，△ABC 与△ADE 均为等边三角形. 求证：$CE=BD$.

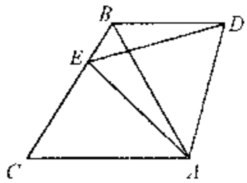


图 3.12－32

3. 如图 3.12－33，△ABC 中，$AB=AC$，D 点在 BC 上，$\angle BAD=30°$，在 AC 上截取 $AE=AD$，求∠EDC 的度数.

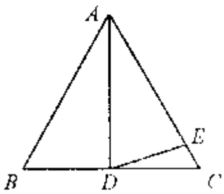


图 3.12－33

4. 如图 3.12－34，△ABC 与△ADE 均为等边三角形. 求证：$BD=CE$.

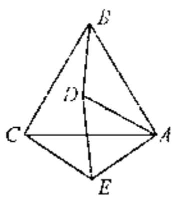


图 3.12－34

5. 如图 3.12－35，△ABC 中，$AB=AC$，$\angle A=90°$，BD 平分∠ABC，过 C 作 $CE\perp BE$ 交 BD 延长线于 E. 求证：$BD=2CE$.

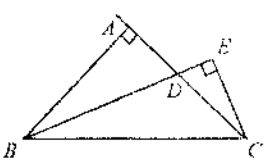


图 3.12－35

6. 如图 3.12－36，D 为等边△ABC 外一点，且 $BD=DC$，$\angle BDC=120°$，M、N 分别在 AB、AC 上，若 $BM+CN=MN$，求∠MDN.

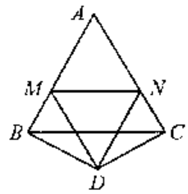


图 3.12－36

7. 如图 3.12－37，P 为等边△ABC 内一点，$BP=CP$，$\angle DCP=\angle ACP$，且 $DC=BC$，求∠D 的度数.

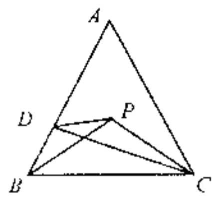


图 3.12－37

8. 如图 3.12－38，△ABC 中，$AB=AC=32$，$DE\perp AB$ 于 E，且 $AE=BE$，(1)若△DBC 的周长为 56 时，求 BC 长.(2)若 $BC=20$ 时，求△BCD 的周长.

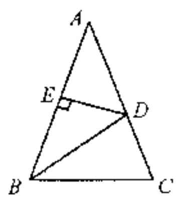


图 3.12－38

9. 如图3.12－39，AD平分$\angle BAC$，E、F分别在BC、AD上，且$EF=AC$，$ED=DC$，求证：$EF/\!/AB$.

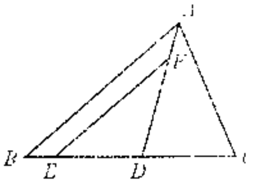


图3.12－39

11. 如图3.12－41，$\triangle ABC$中，$AB=AC$，$\angle A=100°$，BD平分$\angle ABC$交AC于D，求证：$AD+DB=BC$.

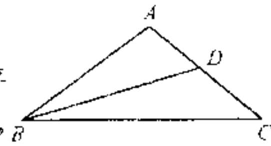


图3.12－41

10. 如图3.12－40，$AB=AC$，$AD=AE$，$\angle BAC=\angle DAE$，求证：$BD=CE$.

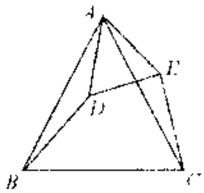


图3.12－40

12. 如图3.12－42，$\triangle ABC$中，$AB=AC$，AE是高，D为AE延长线上一点．F在AC上，且CB平分$\angle DBF$．求证：$BF/\!/DC$.

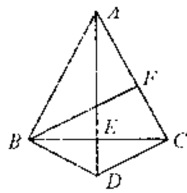


图3.12－42

3.13　等腰三角形的判定(一)

点击重点难点

重点

等腰三角形的判定定理，推论及应用

难点

等腰三角形的判定定理和推论的应用.

攻难解疑示例

例1 如图3.13－1，$\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$，$CD\perp AB$于D，AE是角平分线交CD于F，$FM/\!/AB$交BC于M．求证：(1) $CE=CF$；(2) $CE=BM$.

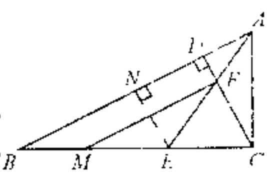


图3.13－1

点拨思路

(1)欲证$CE=CF$，据等腰三角形判定定理"等角对等边"，自然想到寻求$\angle CEF=\angle CFE$，据已知条件可知等角的余角等，易证．(2) CE与BM从图形和已知条件中没有直接的联系，须考虑BE与CM的关系，只要BE与CM相等了，CE与BM就必然相等．于是想到找BE与CM所在的三角形全等的问题，因此，过E作$EN\perp AB$于N，寻求$\triangle BEN\cong\triangle CMF$.

答案

(1) AE为角分线(已知)．$\therefore\angle BAE=\angle CAE$，$\angle ACB=90°$，

$CD\perp AB$ $\therefore\angle AFD=\angle CFE=90^\circ-\angle BAE$,而$\angle AEC=90^\circ-\angle CAE$,

$\therefore\angle CEA=\angle CFE$ (等角的余角等).
$\therefore CE=CF$(等角对等边).

(2)$\because CD\perp AB$,$FM\parallel AB$,$\therefore CD\perp FM$,

$\therefore\angle CFM=90^\circ$,作 $EN\perp AB$ 于N,

$\therefore\angle BNE=90^\circ$,$FM\parallel AB$,

$\therefore\angle FMC=\angle NBE$(两直线平行同位角相等).

又$\because E$ 是角平分线 AE 上一点,$EN\perp AB$,$EC\perp AC$.

$\therefore EN=EC$(角分线上的点到角两边的距离相等).

$\therefore\triangle CFM\cong\triangle ENB(AAS)$ $BE=CM$

$\therefore BE-ME=CM-ME$,即 $BM=CE$.

例 2 如图 3.13-2,P 是$\angle ABC$ 的平分线与$\angle ACD$ 的平分线的交点,$PQ\parallel BC$ 交 AB 于Q 交AC 于M.求证:$QM=BQ-MC$.

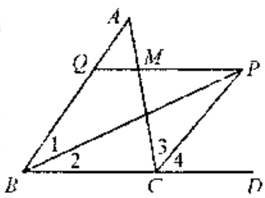


图 3.13-2

点拨思路

本题揭示了一个规律——平行线+角平分线⇒等腰三角形 $PQ\parallel BD$,$\therefore\angle QPB=\angle 2$,而 BP 又是角平分线,$\therefore\angle 1=\angle 2$,$\therefore\angle QPB=\angle 1$,$\therefore QB=QP$,出现了等腰三角形.$\therefore BQ=PQ$,$MP=MC$,问题得证.

答案

$\because BP$ 平分$\angle ABD$,$\therefore\angle 1=\angle 2$(角分线定义).

$\because PC$ 平分$\angle ACD$,$\therefore\angle 3=\angle 4$(角分线定义).

又$\because PQ\parallel BD$(已知),$\therefore\angle QPB=\angle 2=\angle 1$,$\angle QPC=\angle 4=\angle 3$,

$\therefore QB=QP$、$MC=MP$(等角对等边).

$\because QM=QP-MP$,$\therefore QM=QB-MC$.

课课达标◇状元陪练

一、判断题

1. 在一个三角形中,只要有两个角相等,就必是等腰三角形.(　　)

2. $\triangle ABC$ 中,AD 平分$\angle BAC$ 交 BC 于 D,所以 $BD=DC$.(　　)

3. 在三角形中,30°的角所对的短边必是长边的一半.(　　)

4. 有一个角是 60°的三角形是等边三角形.(　　)

5. 如果一个等腰三角形的底边为 4cm,则腰长必大于 2cm.(　　)

二、选择题

1. 三角形一边上的中线与这边上的高重合,这三角形必是(　　).

A. 等腰三角形　B. 等边三角形

C. 直角三角形　D. 不等边三角形

2. 如图 3.13-3,$\triangle ABC$ 中,$AB=AC$,$\angle BAD=30^\circ$,AD 交 BC 于D,在 AC 上截取 $AE=AD$,则 $\angle EDC=$(　　).

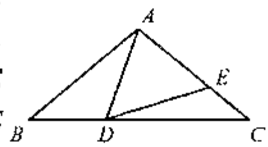


图 3.13-3

A. 15°　B. 12.5°　C. 10°　D. 7.5°

3. 等腰三角形一腰上的高与底所成的角等于(　　).

A. 90°顶角的一半　B. 90°减去底角一半

C. 底角一半　D. 顶角的一半

4. 下列定理中没有逆定理的是(　　).

A. 等腰三角形的两底角相等

B. 三边对应相等的两个三角形全等

C. 线段中垂线上的点到线段两端距离相等

D. 对顶角相等

5. 如图 3.13－4，把矩形纸片对折，折痕为 MN，再把 B 点叠在折痕线上，得 Rt$\triangle ABE$，沿 EB 线折叠得$\triangle EAF$ 是(　　).

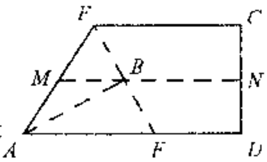


图 3.13－4

A. 等腰三角形　　B. 等边三角形

C. 等腰直角三角形　　D. 直角三角形

6. 一个三角形的任何一个角的平分线都垂直于这个角的对边，这三角形必是(　　).

A. 等腰三角形　　B. 等边三角形

C. 直角三角形　　D. 任意三角形

7. 等腰三角形一边 c 是另一边 a 的 2 倍，周长为 25cm，则 c 边长是(　　).

A. 10cm　　B. 5cm

C. 6cm　　D. 5cm 或 10cm

8. 等腰三角形的两边 a、b 满足关系式：$(a-b+3)^2+|2a+3b-19|=0$，则其周长为(　　).

A. 12　　B. 19

C. 12 或 19　　D. 8

9. $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，且 $\angle C=\frac{1}{2}(\angle A+\angle B)$，则$\triangle ABC$ 为(　　)

A. 等腰三角形　　B. 等边三角形

C. 不等边三角形　　D. 直角三角形

10. 如图 3.13－5，$\triangle ABC$ 中，BO 平分$\angle ABC$，CO 平分$\angle ACB$. $BO=CO$，$\angle BOC=100°$，则$\angle BAO=$(　　).

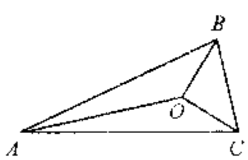


图 3.13－5

A. 30°　　B. 20°

C. 10°　　D. 5°

三、填空题

1. 等腰直角三角形斜边为 4cm，它的面积是________.

2. 等腰三角形的一个内角的补角 100°，这个等腰三角形的三个内角各为________.

3. 等腰三角形一个腰上的中线把三角形的周长分成 15cm 和 11cm 两部分. 此三角形的底边长为________.

4. $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$、$AD\perp BC$ 于 D，且 $AB+BC+AC=50$，$AB+BD+AD=40$，则 $AD=$________.

5. $\triangle ABC$ 中，m 为 BC 边上的中线，$AB=8$，$AC=6$，则中线 m 的取值范围是________.

6. 若等腰三角形的周长为 21，其中一边长为 5，那么这个等腰三角形底边长只可以是________.

7. $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，BD 是角平分线，若$\angle BDC$ 为 75°，则$\angle A$ 为________.

8. 如图 3.13－6，$\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，$\angle C=36°$，D 在 BC 上，$\angle BAD=72°$，DE 平分$\angle ADB$，则图中有________个等腰三角形.

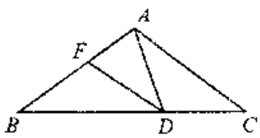


图 3.13－6

9. 如图 3.13－7，$\triangle ABC$ 中，$BC=4$，$\angle B$、$\angle C$ 的平分线交于 O，过 O 分别作 $OE\parallel AB$，$OF\parallel AC$，分别交 BC 于 E、F，则$\triangle OEF$ 的周长是________.

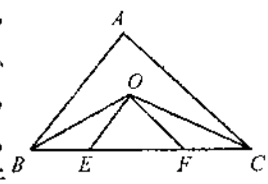


图 3.13－7

10. 等腰三角形一腰上的高等于腰长的一半，那么它的顶角为________.

四、解答题

1. 如图 3.13－8，已知$\triangle ABC$ 中，$CD\perp$

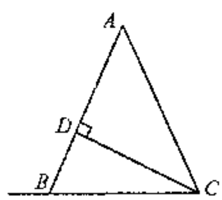


图 3.13－8

AB 于 D，且 $\angle BCD = \frac{1}{2}\angle A$，求证：$AB = AC$.

2. 如图 3.13 – 9，$\triangle ABC$ 中，$AB = AC$，E 在 BA 的延长线上，ED ⊥ BC 的延长线于 D，交 AC 的延长线于 F. 求证：$AE = AF$.

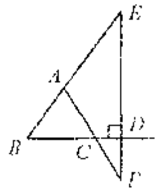


图 3.13 – 9

3. 如图 3.13 – 10，已知 $\angle ABD = \angle ACD = 60^\circ$，$\angle ADB = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle BDC$. 求证：$AB = AC$.

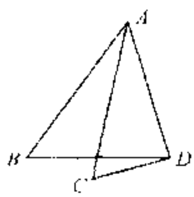


图 3.13 – 10

4. 一轮船从上午 10 点从 A 处以 20 海里/时的速度向正北航行，上午 12 点到达 B 处，从 A 处测得灯塔 C 在北偏东 30°的方向上，从 B 处测得灯塔在北偏东 60°的方向上. 求这时船与灯塔的距离，若继续前进，再过多长时间灯塔在船的正东方向上？

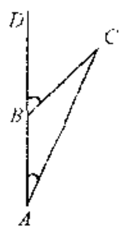


图 3.13 – 11

5. 如图 3.13 – 12，过 $\triangle ABC$ 中点 M 作 $\angle BAC$ 的平分线 AD 的平行线交 AB 于 E，交 CA 的延长线于 F. 求证：$BE = CF$.

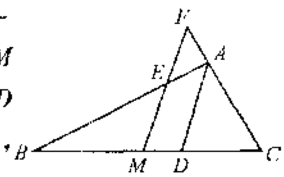


图 3.13 – 12

6. 如图 3.13 – 13，已知 $AB = AC$，$AD = AE$，BC 分别交 AD、AE 于 F、G，$\angle BAF = \angle CAG$，求证：$BC \parallel DE$.

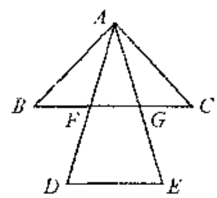


图 3.13 – 13

7. 如图 3.13 – 14，$\triangle ABC$ 中，已知 $\angle B = 30^\circ$，$\angle C = 70^\circ$，AH 平分 $\angle BAC$，$AD \perp BC$ 于 D，求 $\angle DAH$ 的度数.

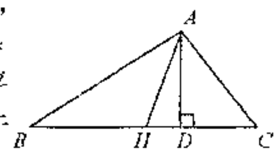


图 3.13 – 14

8. 如图 3.13 – 15，$\triangle ABC$ 中，$AB = AC$，$\angle BAD = 30^\circ$，$AD = AE$，求 $\angle EDC$ 的度数.

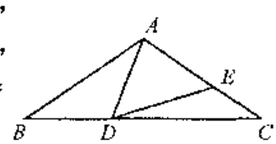


图 3.13 – 15