

21 世纪 高 职 高 专 规 划 教 材

公 共 基 础 课 系 列



高等数学 (理工类专业)

杨伟传 关若峰 主编

谭宇柱 叶卫红 骆文辉 袁毅枫 副主编

清华大学出版社



21 世纪 高 职 高 专 规 划 教 材

公 共 基 础 课 系 列

高等数学 (理工类专业)

杨伟传 关若峰 主编

谭宇柱 叶卫红 骆文辉 袁毅枫 副主编

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

根据现代高职高专院校理工类专业公共基础课程“高等数学”的实际教学需要,全书共安排4章,主要内容包括:导数与微分,不定积分与定积分,向量代数与空间解析几何,常微分方程与级数,另穿插安排8个数学实验,以加强学生数学动手能力。全书内容覆盖了高职高专理工类专业学生学习课程所需的数学知识,深入浅出,易于掌握。

本书可作为高职高专机电一体化、电子技术、电气运行与控制等理工类专业的基础课教材。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13501256678 13801310933

图书在版编目(CIP)数据

高等数学(理工类专业)/杨伟传,关若峰主编. —北京:清华大学出版社,2007.8

21世纪高职高专规划教材.公共基础课系列

ISBN 978-7-302-15289-7

I. 高… II. ①杨… ②关… III. 高等数学—高等学校:技术学校—教材 IV. O13

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第073856号

责任编辑:朱怀永

责任校对:袁芳

责任印制:王秀菊

出版发行:清华大学出版社 地 址:北京清华大学学研大厦A座

<http://www.tup.com.cn> 邮 编:100084

c-service@tup.tsinghua.edu.cn

社总机:010-62770175 邮购热线:010-62786544

投稿咨询:010-62772015 客户服务:010-62776969

印刷者:北京四季青印刷厂

装订者:三河市新茂装订有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:185×230 印 张:13 字 数:264千字

版 次:2007年8月第1版 印 次:2007年9月第2次印刷

印 数:5001~9000

定 价:19.00元

本书如存在文字不清、漏印、缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系调换。联系电话:(010)62770177 转 3103 产品编号:023876-01

出版说明

高职高专教育是我国高等教育的重要组成部分,担负着为国家培养并输送生产、建设、管理、服务第一线高素质技术应用型人才的重任。

进入 21 世纪后,高职高专教育的改革和发展呈现出前所未有的发展势头,学生规模已占我国高等教育的半壁江山,成为我国高等教育的一支重要的生力军;办学理念上,“以就业为导向”成为高等职业教育改革与发展的主旋律。近两年来,教育部召开了三次产学研交流会,并启动四个专业的“国家技能型紧缺人才培养项目”,同时成立了 35 所示范性软件职业技术学院,进行两年制教学改革试点。这些举措都表明国家正在推动高职高专教育进行深层次的重大改革,向培养生产、服务第一线真正需要的应用型人才的方向发展。

为了顺应当前我国高职高专教育的发展形势,配合高职高专院校的教学改革和教材建设,进一步提高我国高职高专教育教材质量,在教育部的指导下,清华大学出版社组织出版了“21 世纪高职高专规划教材”。

为推动规划教材的建设,清华大学出版社组织并成立了“高职高专教育教材编审委员会”,旨在对清华版的全国性高职高专教材及教材选题进行评审,并向清华大学出版社推荐各院校办学特色鲜明、内容质量优秀的教材选题。教材选题由个人或各院校推荐,经编审委员会认真评审,最后由清华大学出版社出版。编审委员会的成员皆来源于教改成效大、办学特色鲜明、师资实力强的高职高专院校、普通高校以及著名企业,教材的编写者和审定者都是从事高职高专教育第一线的骨干教师和专家。

编审委员会根据教育部最新文件和政策,规划教材体系,比如部分专业的两年制教材;“以就业为导向”,以“专业技能体系”为主,突出人才培养的实践性、应用性的原则,重新组织系列课程的教材结构,整合课程体系;按照教育部制定的“高职高专教育基础课程教学基本要求”,教材的基础理论以“必要、够用”为度,突出基础理论的应用和实践技能的培养。

本套规划教材的编写原则如下:

- (1) 根据岗位群设置教材系列,并成立系列教材编审委员会;
- (2) 由编审委员会规划教材、评审教材;
- (3) 重点课程进行立体化建设,突出案例式教学体系,加强实训教材的出版,完善教学服务体系;
- (4) 教材编写者由具有丰富教学经验和多年实践经历的教师共同组成,建立“双师

型”编者体系。

本套规划教材涵盖了公共基础课、计算机、电子信息、机械、经济管理以及服务等大类的主要课程,包括专业基础课和专业主干课。目前已经规划的教材系列名称如下:

• 公共基础课

公共基础课系列

• 计算机类

计算机基础教育系列

计算机专业基础系列

计算机应用系列

网络专业系列

软件专业系列

电子商务专业系列

• 电子信息类

电子信息基础系列

微电子技术系列

通信技术系列

电气、自动化、应用电子技术系列

• 机械类

机械基础系列

机械设计与制造专业系列

数控技术系列

模具设计与制造系列

• 经济管理类

经济管理基础系列

市场营销系列

财务会计系列

企业管理系列

物流管理系列

财政金融系列

国际商务系列

• 服务类

艺术设计系列

本套规划教材的系列名称根据学科基础和岗位群方向设置,为各高职高专院校提供“自助餐”形式的教材。各院校在选择课程需要的教材时,专业课程可以根据岗位群选择系列;专业基础课程可以根据学科方向选择各类的基础课系列。例如,数控技术方向的专业课程可以在“数控技术系列”选择;数控技术专业需要的基础课程,属于计算机类课程的可以在“计算机基础教育系列”和“计算机应用系列”选择,属于机械类课程的可以在“机械基础系列”选择,属于电子信息类课程的可以在“电子信息基础系列”选择。依此类推。

为方便教师授课和学生学习,清华大学出版社正在建设本套教材的教学服务体系。本套教材先期选择重点课程和专业主干课程,进行立体化教材建设:加强多媒体教学课件或电子教案、素材库、学习盘、学习指导书等形式的制作和出版,开发网络课程。学校在选用教材时,可通过邮件或电话与我们联系获取相关服务,并通过与各院校的密切交流,使其日臻完善。

高职高专教育正处于新一轮改革时期,从专业设置,课程体系建设到教材编写,依然是新课题。希望各高职高专院校在教学实践中积极提出意见和建议,并向我们推荐优秀选题。反馈意见请发送到 E-mail:gzgz@tup.tsinghua.edu.cn。清华大学出版社将对已出版的教材不断地修订、完善,提高教材质量,完善教材服务体系,为我国的高职高专教育出版优秀的高质量的教材。

高职高专教育教材编审委员会

前言

高等数学(理工类专业)

在探索高职高专院校公共基础课程“高等数学”的教学改革和与其相适应的教材编写中,教育界进行了不懈的努力,也取得了一定的成果。但就目前能够依照教育部对高职高专学生知识要求“必需、够用”的原则,真正适合于高职高专教材使用的《高等数学》教材相当少,不是课程内容考虑得面面俱到,课时无法按高职高专要求设置,就是将本科院校教学使用的《高等数学》进行压缩或将中学教材拉伸,不敢突破《高等数学》原有体系框架,致使在高职高专实际教学中无法完整地、有针对性地、更具实效地讲授《高等数学》的内容。

作为高职高专院校的基础课程的“高等数学”,其教学目的是使学生掌握分析、解决职业中遇到的问题的基本数学工具。编者根据多年的教学经验,总结了众多“高等数学”教学经验的长处,结合高职高专院校实际,针对理工类专业的特点,特编写了此教材。本教材最大的特点之一是打破常规的编写模式,对中学学过的知识作简单的复习后,直接在第1章进入导数与微分的学习,因为在第一学期,众多的理工类课程已开始使用微积分知识,这样便于学生更有针对性地学习。全书共分4章,第1章导数与微分,第2章不定积分与定积分,第3章向量代数与空间解析几何,第4章常微分方程与级数,另穿插安排了8个数学实验,加强学生数学动手能力,全书内容覆盖了理工类专业学生学习课程所需的数学知识,深入浅出,易于掌握。采用本教材,在实际教学中建议两个学期授课,每学期52课时,共104课时。

本书为2006年度广东省高等教育高职高专类教改项目——高职高专公共数学理论课教学改革研究的研究成果。

本书由广东江门职业技术学院杨伟传、关若峰主编,谭宇柱、骆文辉、叶卫红、袁毅枫为副主编。编写工作的具体分工如下:第1章由叶卫红、谭宇柱编写,第2章由骆文辉编写,第3章由关若峰、袁毅枫编写,第4章由杨伟传编写。在编写过程中得到兄弟院校的领导和老师以及清华大学出版社的大力支持和帮助,在此一起表示衷心地感谢!

由于我们水平有限,成书仓促,请有关专家、学者及使用本书的老师、同学和读者批评指正,以便在再版时修改。

编者

二〇〇七年三月

目 录

高等数学(理工类专业)

第 1 章 导数与微分	1
1.1 函数复习	1
实验一 Mathematica 数学软件初步	4
1.2 极限的概念	14
1.3 极限的运算	18
实验二 极限运算	25
1.4 导数的概念	29
1.5 导数运算法则	32
1.6 隐函数的导数和高阶导数	36
1.7 微分及其应用	40
实验三 一元函数微分学	43
1.8 函数的单调性与极值	48
1.9 曲线的凹凸性与拐点,函数作图	53
* 1.10 多元函数微分学	56
实验四 导数应用	61
第 2 章 不定积分与定积分	66
2.1 不定积分的概念与性质	66
2.2 换元积分法	70
2.3 分部积分法	73
2.4 定积分的概念与性质	75
2.5 微积分学的基本原理	79
2.6 定积分的计算方法	83
2.7 定积分的几何应用	85

2.8 定积分的物理应用	89
2.9 广义积分	92
实验五 一元函数积分运算	95
第3章 向量代数与空间解析几何	98
3.1 空间直角坐标系与向量的概念	98
3.2 向量及其线性运算	101
3.3 向量的数量积与向量积	106
3.4 平面方程	113
3.5 空间直线方程	118
3.6 空间曲面与空间曲线	121
实验六 向量运算与曲面绘制	128
第4章 常微分方程与级数	133
4.1 常微分方程的概念	133
4.2 一阶微分方程	136
* 4.3 二阶常系数线性微分方程	144
4.4 常数项级数的概念和性质	149
4.5 常数项级数收敛法	153
4.6 幂级数	161
4.7 函数幂级数的展开	166
实验七 常微分方程	174
实验八 级数	176
附录 二阶与三阶行列式	181
练习参考答案	187

导数与微分

1.1 函数复习

1. 函数概念

定义 设 f 是一个由集合 X 到集合 Y 的映射, 如果对每一个 $x \in X$ 总有惟一确定的 $y \in Y$, 使得 $(x, y) \in f$, 则称 f 是由集合 X 到集合 Y 的一个函数关系 (或称 f 是由集合 X 到集合 Y 的一个映射), 简称函数, 并称 x 为自变量, y 为因变量。记作

$$f: X \rightarrow Y \quad \text{或} \quad y = f(x)$$

函数在数学上和实际生活当中是一个用途非常广泛的概念, 在以后的学习中我们将广泛地用到函数的概念及其一些性质。

2. 函数的几种简单性质

函数的几种简单性质见表 1-1。

表 1-1 函数的几种简单性质

函数的性质	描 述
函数的有界性	设 I 为某一区间, 如果存在一个正数 M , 使得对一切 $x \in I$, 都有 $ f(x) \leq M$, 则称函数 $f(x)$ 在区间 I 上有界
函数的单调性	如果在区间 (a, b) 内, 任取两点 $x_1 < x_2$, 都有 $f(x_1) < f(x_2)$ (或 $f(x_1) > f(x_2)$), 则称函数 $f(x)$ 在 (a, b) 内是单调增加 (或单调减少) 函数
函数的奇偶性	设函数 $f(x)$ 的定义域 D 对称于原点, 如果 D 内的任何 x 都满足 $f(-x) = f(x)$, 则称这个函数为偶函数; 如果都满足 $f(-x) = -f(x)$, 则称这个函数为奇函数
函数的周期性	对于函数 $y = f(x)$, 如果存在常数 $T (T \neq 0)$, 使得对于定义域 D 内的任意 x 恒有 $f(x+T) = f(x)$, $(x+T \in D)$, 则称函数 $f(x)$ 为周期函数, 且称 T 为 $f(x)$ 的周期。通常称 $f(x)$ 的最小正周期为基本周期, 简称周期

续表

函数的性质	描 述
反函数	设 $y=f(x)$ 是 x 的函数, 其值域为 R , 如果对于 R 中的每一个 y 值, 都有一个确定的且满足 $y=f(x)$ 的 x 值与之对应, 则得到一个定义在 R 上的以 y 为自变量、 x 为因变量的新函数, 我们称它为 $y=f(x)$ 的 <u>反函数</u> , 记作 $x=f^{-1}(y)$
复合函数	若函数 $y=f(u)$, 定义域为 U_1 , 函数 $u=\varphi(x)$ 的值域为 U_2 , 其中 $U_2 \subset U_1$, 则 y 通过变量 u 成为 x 的函数, 这个函数称为由函数 $y=f(x)$ 和函数 $u=\varphi(x)$ 构成的 <u>复合函数</u> , 记为 $y=f[\varphi(x)]$, 其中 u 称为 <u>中间变量</u>

3. 基本初等函数和初等函数

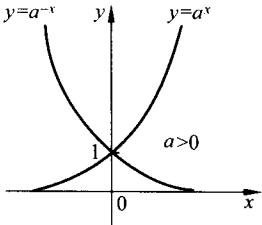
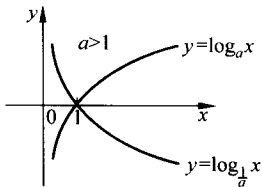
基本初等函数是指幂函数 $y=x^a$ (a 是实数)、指数函数 $y=a^x$ ($a>0, a\neq 1$)、对数函数 $y=\log_a x$ ($a>0, a\neq 1$)、三角函数 ($y=\sin x, y=\cos x, y=\tan x, y=\cot x$ 等) 和反三角函数 ($y=\arcsin x, y=\arccos x, y=\arctan x, y=\operatorname{arccot} x$ 等)。

以上所述基本初等函数的定义、定义域、性质和图形见表 1-2。

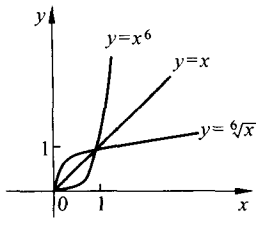
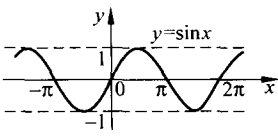
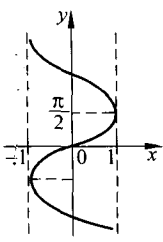
初等函数: 由基本初等函数与常数经过有限次的有理运算及有限次的复合运算而成的函数称为初等函数。一般来说, 能用一个解析式表示的函数都是初等函数。

例如, $y=2^{\cos x} + \ln(\sqrt[3]{4^{3x}+3} + \sin 8x)$ 是初等函数。

表 1-2 基本初等函数的定义、定义域、性质和图形

函数名称	函数的定义和定义域	函数的图形	函数的性质
指数函数	$y=a^x (a>0, a\neq 1)$		a) 不论 x 为何值, y 总为正数; b) 当 $x=0$ 时, $y=1$
对数函数	$y=\log_a x (a>0, a\neq 1)$		a) 其图形总位于 y 轴右侧, 并过 $(1, 0)$ 点; b) 当 $a>1$ 时, 在区间 $(0, 1)$ 的值为负, 在区间 $(1, +\infty)$ 的值为正, 在定义域内单调递增

续表

函数名称	函数的定义和定义域	函数的图形	函数的性质
幂函数	$y=x^a$ (a 为任意实数)	 (这里只画出部分函数图形的一部分)	令 $a=\frac{m}{n}$ a) 当 m 为偶数 n 为奇数时, y 是偶函数; b) 当 m 和 n 都是奇数时, y 是奇函数; c) 当 m 为奇数 n 为偶数时, y 在区间 $(-\infty, 0)$ 无意义
三角函数	$y=\sin x$ (正弦函数) (这里只列举了正弦函数)		a) 正弦函数是以 2π 为周期的周期函数; b) 正弦函数是奇函数且 $ \sin x \leq 1$
反三角函数	$y=\arcsin x$ (反正弦函数) (这里只列举了反正弦函数)		由于此函数为多值函数, 因此我们将此函数的值限制在 $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 上, 并称其为反正弦函数的主值

练习

1. 求下列函数的定义域。

$$(1) y = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$$

$$(2) y = \log_3 \frac{1}{1-x}$$

$$(3) y = \arcsin \frac{x-3}{2}$$

$$(4) y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - x - 6}} + \lg(3x - 8)$$

$$(5) y = \sqrt{3-x} + \sin \sqrt{x}$$

$$(6) y = \lg \frac{x}{x-2} + \arcsin \frac{3x-1}{5}$$

2. 指出下列函数中哪些是偶函数? 哪些是奇函数?

$$(1) y = x + \sin x$$

$$(2) y = \frac{\cos x}{1-x^2}$$

$$(3) y = \lg \frac{1-x}{1+x}$$

$$(4) y = 2^{x^2-1}$$

3. 证明: 若 $f(x) = \frac{1}{2}(a^x + a^{-x}) (a > 0)$, 则 $f(x+y) + f(x-y) = 2f(x)f(y)$ 。

4. 下列函数哪些是周期函数? 对于周期函数指出最小正周期。

$$(1) y = \sin^2 x$$

$$(2) y = \cos 5\pi x$$

$$(3) y = \sin \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{5}$$

$$(4) y = \sin x^2$$

5. 指出下列函数的复合过程。

$$(1) y = \cos x^2$$

$$(2) y = \sqrt{\lg x}$$

$$(3) y = \sin(\arccos x^3)$$

$$(4) y = a^{\sin(3x-1)}$$

6. 一个无盖的长方体大木箱, 体积为 4m^3 , 底为正方形, 试把木箱的表面积 S 表示为底边长 x 的函数。

实验一 Mathematica 数学软件初步

实验环境: 多媒体教室。

实验目的:

- (1) 掌握软件的基本功能, 为数学实验提供工具。
- (2) 熟悉 Mathematica 软件的符号运算和数值计算。

实验内容:

一、Mathematica 数学软件功能简介

Mathematica 系统是目前世界上应用最广泛的符号计算系统, 它是 1998 年美国 WolframResearch 公司开发成功的数学软件系统。

Mathematica 系统最早是用于量子力学研究的, 后来主要用于工程计算领域。它能够处理一些基本的数学计算, 比如求极限、求微分、求积分、解微方程等。Mathematica 软件是一个功能强大的数学软件系统, 它主要包括: 数值计算、符号计算、图形绘制和程序设计 4 个方面的功能。该软件包含功能强大、种类丰富的内部函数, 用户也可以自定义一些函数并扩充到系统函数中。

这里主要介绍 Windows 环境下的 Mathematica 5.0 版本在高等数学等领域的应用, 若要进一步了解 Mathematica 的功能, 请查阅系统的在线帮助或有关参考书籍。

二、Mathematica 的基本操作

1. 启动与退出

正确安装 Mathematica 5.0 软件,会在相应的文件夹 Mathematica 5.0 中出现一个 Mathematica 5.0 的文件。以下两种方法都可以启动:

- (1) 单击“开始”菜单,选择“Mathematica 5.0”菜单中的“Mathematica 5.0”命令。
- (2) 单击“开始”菜单,再单击 Windows 资源管理器,最后选择路径 c:\ProgramFiles\wolframResearch\Mathematica\5.0\mathematica.exe。

Mathematica 5.0 软件的主界面窗口(见图 1-1)和一般 Windows 软件窗口很相似,很多命令的操作方式是相同的,如退出程序可用 Alt+F4 组合键,也可选择“File”菜单中“Exit”命令。

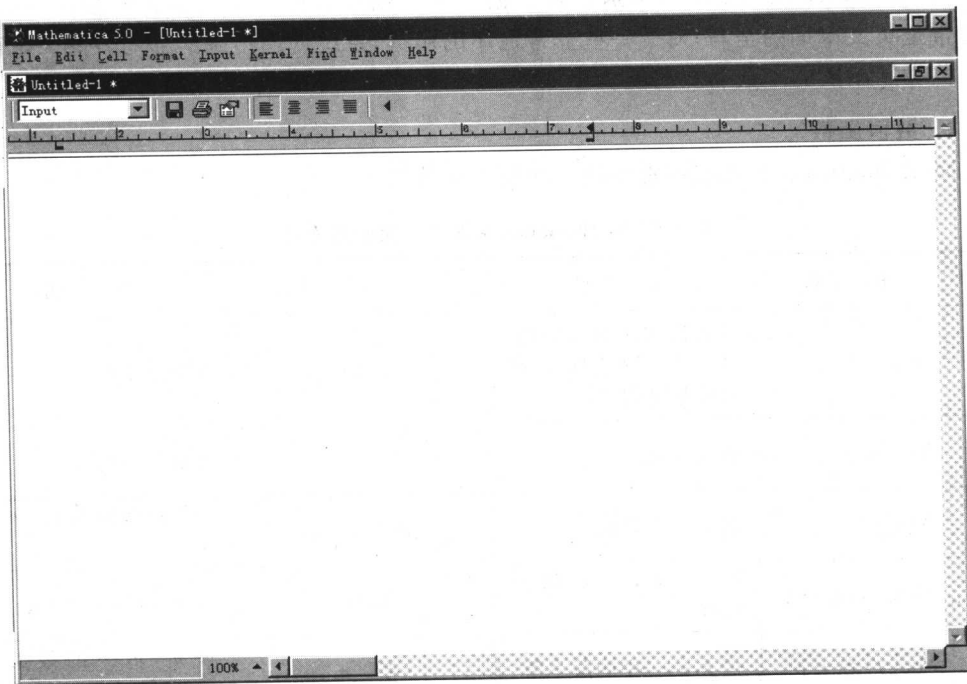


图 1-1

2. 操作、执行

Mathematica 5.0 系统的操作、执行,都在 Notebook 窗口中进行。

3. 数的计算

例如,在 Mathematica 5.0 主界面窗口中输入

In[1] := 3 + 4

3 4(注: 3 与 4 之间有空格键或 $3 * 4$)

3*4(按 Enter+Shift 组合键或按 Enter 键)

就有

Out[1] = 7

Out[2] = 12

Out[3] = 81

其中, “In[1] :=” 及 “Out[1] =” 是计算后系统自动产生的, “In[1] :=” 表示第一个输入, “Out[1] =” 表示第一个输出。

三、常用函数与语句

Mathematica 系统中的数学函数是根据定义规则命名的。就大多数函数而言, 其名字通常是英文单词的全写; 对于一些非常通用的函数, 系统使用传统的缩写方式。下面介绍一些常用函数的函数名及功能。

1. 数值函数

Mathematica 5.0 系统中常用的一些数值函数见表 1-3。

表 1-3 Mathematica 系统中常用的数值函数

编号	函 数	说 明	编号	函 数	说 明
1	N[f, k]	求表达式 f 的近似值, 其中 k 为可选项, 它指有效数字的位数	9	Abs[z]	复数 z 的模
2	Round[f]	舍入取整	10	Arg[z]	复数 z 的辐角
3	Abs[f]	取 f 的绝对值	11	PrimeQ[n]	n 为素数时为真, 否则为假
4	Max[f ₁ , f ₂ , ...]	取 $f_1, f_2, \dots$ 中的最大值	12	Mod[m, n]	m 被 n 除的正余数
5	Min[f, g, ...]	取 $f, g, \dots$ 中的最小值	13	GCD[n ₁ , n ₂ , ...]	求 $n_1, n_2, \dots$ 的最大公约数
6	$x + iy$	复数 $x + iy$	14	LCM[n ₁ , n ₂ , ...]	求 $n_1, n_2, \dots$ 的最小公倍数
7	Re[z]	复数 z 的实部	15	Sqrt[x]	求平方根
8	Im[z]	复数 z 的虚部	16	Clear[s ₁ , s ₂ , ...]	清除 s_i ($i = 1, 2, \dots$) 的值和定义

Mathematica 系统中的内部常数和基本运算见表 1-4。

表 1-4 内部常数和基本运算

内部常数		基本运算	
Pi	常数 π	%	读取上一运算结果
e	$e=2.718281828$	%...%	读取上 n 运算结果
Degree	角度单位 $\text{Degree}=\frac{\pi}{180}$	P[[i]]	读取 P 的第 i 个元素
Infinity	∞	$a!=b$	a 不等于 b
I	虚数 $I(I=\sqrt{-1})$	$a==b==c$	a, b, c 各项相等

2. 基本初等函数

Mathematica 系统中的基本初等函数如下：

- Exp[x] 以 e 为底的指数函数 e^x 。
 Log[a, x] 以 a 为底的对数函数 $\log_a x$ 。
 Log[x] 以 e 为底的对数函数 $\ln x$ 。
 Sin[x] 正弦函数。
 Cos[x] 余弦函数。
 Tan[x] 正切函数。
 Cot[x] 余切函数。
 Sec[x] 正割函数。
 Csc[x] 余割函数。
 ArcSin[x] 反正弦函数。
 ArcCos[x] 反余弦函数。
 ArcTan[x] 反正切函数。
 ArcCot[x] 反余切函数。

使用 Mathematica 系统中的数学函数要注意以下几点：

- (1) Mathematica 系统中的函数都以大写字母开头, 如果用户输入的函数没有用大写字母开头, Mathematica 将不能识别, 并提出警告信息;
- (2) Mathematica 系统中的函数的自变量都应放在方括号内;
- (3) 函数的自变量可以是数值, 也可以是多项式, x^2y 表示 x^2y ;
- (4) 计算三角函数时, 要注意使用弧度制, 如果要使用角度制, 不妨把角度制先乘以

Degree 常数($\text{Degree}=\pi/180$),转换为弧度制。

3. 基本表达式变换

基本表达式变换的操作命令如下:

- (1) Expand[f] 展开多项式 f 。
- (2) Factor[f] 将 f 因式分解。
- (3) Simplify[f] 将 f 化简。
- (4) Apart[f] 将分式 f 拆分成多个分式的和的形式。
- (5) Cancel[f] 把分子分母约分。
- (6) PolynomialGCD[f,g,h,...] 求多项式 $f,g,h,\dots$ 的最大公因式。
- (7) PolynomialLCM[f,g,h,...] 求多项式 $f,g,h,\dots$ 的最小公倍数。

4. 方程的求解

- (1) Solve[f,x] 解方程式 f , 其中 x 为变量。

Solve[{f,g,...},{x,y,...}] 解方程组。

- (2) NSolve[f,x] 计算以 x 为变量的多项式方程组的数值解。

- (3) FindRoot[f==g,{x,x₀}] 从 $x=x_0$ 开始,计算方程 $f=g$ 的一个数值解。

FindRoot[f==g,{x,x₀,x₁}] 以 x_0 和 x_1 为初始值,计算方程 $f=g$ 的一个数值解。

5. 表的生成及取表元素

表的生成格式为:

Table[f,{n,a,b}]

其中, f 表示 n 的函数, $\{n,a,b\}$ 表示变量 n 的定义区间为 $[a,b]$ 。

输入: Table[5n,{n,1,8}]

运行得: {5,10,15,20,25,30,35,40}

输入: %[[6]](取表元素)

运行得: 30

6. 微积分运算

- (1) 求极限 Limit[f,x->0]或 Limit[f,x->Infinity]

如求 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \sin x$, 输入 Limit[Sin[x]/x,x->Infinity]。

- (2) 求导数 D[f,x]

例如,求 $x^4+3x^3+7\sin x$ 的导数,输入 D[x^4+3 * x^3+7Sin[x],x]。

(3) 求不定积分 $\text{Integrate}[f, x]$

例如, 求 $4x^3 + \sin x$ 的不定积分, 输入 $\text{Integrate}[4 * x^3 + \text{Sin}[x], x]$ 。

(4) 求定积分 $\text{Integrate}[f, \{x, a, b\}]$ 或 $\text{NIntegrate}[f, \{x, a, b\}]$ (其中, a 和 b 用于表示变量 x 取值范围)

例如, 求 $\int_0^1 \cos(\sin x) dx$, 输入 $\text{Integrate}[\text{Cos}[\text{Sin}[x]], \{x, 0, 1\}]$ 。

运行后不能显示结果; 但输入 $\text{NIntegrate}[\text{Cos}[\text{Sin}[x]], \{x, 0, 1\}]$, 运行后输出为 0.86874。

7. 级数展开

级数展开函数为 $\text{Series}[f, \{x, a, b\}]$, 将 $f(x)$ 在 x_0 处展开成幂级数, 直到 n 次为止。

8. 求和

利用求和函数 $\text{Sum}[f, \{n, a, b\}]$ 求 $\sum_{n=a}^b f(n)$ 。

利用求积函数 $\text{Product}[f, \{n, a, b\}]$ 求 $\prod_{n=a}^b f(n)$ 。

学习 Mathematica 语法时应注意:

(1) Mathematic 系统的算术运算符加、减、乘、除、乘方分别用“+”、“-”、“*”、“/”、“^”来表示。

(2) 表示乘的“*”符号可用空格来表示。

(3) 函数的自变量用方括号[]括起来。

(4) 变量名的第一个字母必须大写且不能是数字, 变量名不能与内部函数或内部常数同名, 而且对英文区分大小写。

(5) 下标变量 x_1 可用 $x1$ 取代, $\sin^2 x$ 或 $(\sin x)^2$ 在 Mathematic 系统中用 $\text{Sin}[x]^2$ 或 $\text{Sin}[x]^2$ 表示, 而 $\sin x^2$ 用 $\text{Sin}[x^2]$ 表示。

四、程序控制结构

1. 循环结构

$\text{Do}[f, \{i, \text{imin}, \text{imax}\}, \{j, \text{jmin}, \text{jmax}\}]$ 在 i 和 j 的循环范围内运行 f 。

$\text{For}[\text{start}, \text{test}, \text{incr}, \text{body}]$ For 循环语句, 其工作步骤为:

(1) 运行 start;

(2) 测试 test, 如果其值为 True, 转向(3); 否则, 退出 For 循环语句;

(3) 运行 body, incr, 再转向(2)。

2. 分支结构

$\text{Which}[t_1, v_1, t_2, v_2, \dots]$ 依次测试 $t_i (i=1, 2, \dots)$, 当 t_i 为 True 时执行 v_i 。