2005最新版

单科王

百年名校

同步教程

单科王

GAOKAODANKEWANG

学生用书

高二

数学

(上)

配 同步测试卷

内蒙古人民出版社

学生用书

2005最新版

同步教程

单科王

高二

数学

（上）

内蒙古人民出版社

同步教程·单科王（高二年级） 数学

本册主编：胡进文

策 划：李 进
责任编辑：那 顺
美术编辑：周 利
出版发行：内蒙古人民出版社出版发行（呼和浩特市新城区新华大街祥泰大厦）
印 刷 厂：湖南新华印刷集团有限公司
开 本：850×1168 1/16
印 张：90
字 数：2500千字
印 数：1－20000册
出版日期：2005年6月第1版 2005年6月第1次印刷
书 号：ISBN7－204－07892－6/G·1908
定 价：118.00（共9册）
如发现印装质量问题，请与我社联系。
联系电话：（0471）4971562 4971659

编写说明

《同步教程·单科王》系列丛书，是由湖南省各地一线名师，根据最新教学大纲和考试大纲的要求，结合高考最新考试动向，总结湖南和周边省市部分名校名师的教学经验，以最新人教版为蓝本编著而成。

该书力求体现新课标的教学理念，目的是为2006年秋全面推行新课标、使用新课标教材铺好路搭好桥。

该书以1+1+1的形式出版，即同一年级同一科目配有一本教师用书、一本学生用书和一本活页试卷。

教师用书均按课时编写，是一本教案形式的教学参考资料，是老师们备课的良师、讲课的益友。教师用书按1:100配送。

学生用书所配每本活页试卷各有6—10套，且其中均有两套月考卷、一套期中卷、一套期末卷，便于老师们在不同教学阶段检测教学情况。

《同步教程·单科王》之本分册，与2002年审定的人教版《数学》(必修) 第二册 (上) 同步，本分册作者以与时俱进，力求完美的态度，以现有大纲为基调，以新课标理念为指南，以原“四环递进教学法”为范本通过改造和完善后的“新四环递进教学法”，向老师们提供了新课标理念下的数学“教法示例”。

【三维目标】

从知识与技能、过程与方法、情感态度与价值观三个维度进行表述，让学生明确每课时的学习方向和目标。

【要点网页】

是指本课时教学中应着力解决的“重点问题”、“关键问题”、“疑难问题”。即平常所指的重点难点，是教学中要解决的核心部分，是高考中出现频率最高的点和面。

【四环递进训练】

一堂课可以有多种教法，教法是教学过程中所选择的一种教学方案，方案不同，结果就会不一样。本分册的训练方式选择的是四环递进法，此法的特点是化繁从简，化难为易，循序渐进，运用自如。

【课内训练】

分三层进行逐层递进训练：从简到繁、从易到难；从序渐进、递进自如。

〔一层练习〕注重情景设置。营造情感学习氛围，激发学生学习兴趣。

〔二层练习〕注重知识的深化与能力的培养。引导学生自主探究、合作交流，培养学生自主学习、合作交流和终身学习的能力。

〔三层练习〕注重知识的延伸与拓展，综合与提高。通过学生发现问题、提出问题、分析问题、解决问题的过程，培养学生的创新精神和实践能力。

【课外练习】

是为巩固课堂教学效果而精心设置的一套练习题，是课堂教学的延续和拓展。它的内容全面，难易适中，题量充足，可供选择。

本分册的活页试卷共十套，其中有四套单元卷，期中卷分A卷和B卷，期末卷分A、B、C、D卷。A、B、C、D各卷难易有别，便于检验学生的学习成果。

本分册体例新颖、知识完备、学练结合、实用性强，真可谓规范中见鲜活，模式里显特色。是目前市场上少有的优秀教辅图书。

本分册由益阳市一中高级数学教师胡进文老师主编。在编写过程中，编写组曾深入湖南和周边省市一些名校调查采访，得到了许多名家学者的指导和帮助，在此深表感谢。

尽管我们在策划、编著过程中力求精确、实用和完美，但由于编著时间仓促，又是一种新的尝试，书中不足之处在所难免，敬请各位读者批评指正。

《单科王》系列丛书研发中心

二〇〇五年五月

目　　录

第六章 不等式

§ 6.1 不等式的性质

本节主要学习两实数的大小顺序与运算性质之间的关系及不等式的性质定理，可安排三课时.

第一课时：不等式的性质（1）

学习目标

（1）理解两实数的大小顺序与运算性质之间的关系.

（2）能应用“作差法”比较两实数或代数式的值的大小.

（3）培养将未知问题向已知问题转化的能力.

重点难点

重点：应用“作差法”比较两实数或代数式的值的大小.

难点：“作差法”应用过程中对较复杂的“差”的正负判断.

四环递进训练

课内训练

一层练习：

1. 我们先来看一个简单的式子：$5>3$，大家如何理解它的含义？

2. 对两个实数的大小关系，有没有其他更直观的（几何上的）理解呢？

3. 较大的数减去较小的数，结果会怎样呢？是正数还是负数？

4. 下面请思考、讨论并回答：两个实数的大小与二者的差的正负之间有何联系？

二层练习：

5. 若 $x\in\mathbf{R}$；$M=(x+3)(x+5)$；$N=(x+4)^2$，则 M、N 的大小关系为（　　）

A. $M>N$　　B. $M<N$

C. $M\geqslant N$　　D. $M\leqslant N$

6. 设 $f(x)=\sqrt{x}+1(x\geqslant 0)$，则下列各式中正确的是（　　）

A. $f(x^2)>[f(x)]^2$

B. $f(x^2)<[f(x)]^2$

C. $f(x^2)\geqslant[f(x)]^2$

D. $f(x^2)\leqslant[f(x)]^2$

7. 设 x、y、$z\in\mathbf{R}$，$A=2x^2+y^2+z^2$，$B=2xy+4x-2z-5$，试比较 A、B 的大小.

8. 已知 $a>b(ab\neq 0)$，试比较 $\frac{1}{a}$ 与 $\frac{1}{b}$ 的大小.

9. 对于 2×2 数表：$A=\begin{pmatrix} a & d \\ c & b \end{pmatrix}$ 定义 $P(A)=a^2b+b^2c+c^2d$，现给出数表 $M=\begin{pmatrix} a & a \\ c & b \end{pmatrix}$，$N=\begin{pmatrix} b & b \\ c & a \end{pmatrix}$ 试给出一个使 $P(M)>P(N)$ 成立的条件.

三层练习：

10. （2000 年上海·统考）比较 $1+\frac{\sqrt{2}}{a}$ 与 $\sqrt[3]{2-\left(1-\frac{\sqrt{2}}{a}\right)^3}$ 的大小.

课外练习

1. 不等式 ① $a^2+1>2a$　② $a+b^2\geqslant 2(a-b-1)$　③ $a^2+b^2>ab$　④ $a^2+b^2+c^2<ab+bc+ac$ 中，恒成立的为______（填序号）.

2. 设 a、b 为两不等正数，$k\in\mathbf{N}^*$，则 ab^k+a^kb 与 $a^{k+1}+b^{k+1}$ 的大小关系为____________________.

3. 若 $a\geqslant1$，试比较 $M=\sqrt{a+1}-\sqrt{a}$ 与 $N=\sqrt{a}-\sqrt{a-1}$ 的大小.

4.* （2000 年上海·统考）设 a、b 是不相等的正数. $A=\frac{a+b}{2}$，$G=\sqrt{ab}$，$H=\frac{1}{\frac{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}{2}}$，$Q=\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$，试比较 A、G、H、Q 的大小.

第二课时：不等式的性质（2）

学习目标

（1）理解不等式性质定理 1（反对称性）、定理 2（传递性）、定理 3（不等式加法性质或移项法则）.

（2）能应用上述三定理处理简单的不等式证明、计算等问题.

（3）帮助克服思维定势，培养严格的逻辑推理论证能力.

重点难点

重点：学会证明和理解不等式性质定理 1、定理 2、定理 3.

难点：如何联想到应用实数运算的符号法则来证明定理.

四环递进训练

课内训练

一层练习：

1. 假设你有个弟弟，那么，我们可以说：你比你弟弟大，而你弟弟比你____？

2. 某次考试后，我们知道：小王的成绩比小李高，而小李的成绩又比小刘高，则三者成绩按由高到

低顺序应怎样排列？

3. 兄弟二人再过十年后，称呼会有变化吗？为什么？

二层练习：

4. 现在将问题1的想法加以抽象、提炼的话，会有怎样的结论呢？

5. 现在请大家按刚才思考、分析的方式继续对问题2、问题3进行提炼，看看有什么样的结论？

6. 我们得到了三个重要的不等式性质，分别是：

定理1：$a>b\Rightarrow b<a$

定理2：$a>b$，$b>c\Rightarrow a>c$

定理3：$a>b\Rightarrow a+c>b+c$

但请大家注意：这些结论都经过了证明吗？我们如何证明呢？

7. 对定理3：$a>b\Rightarrow a+c>b+c$，大家已作出严格证明，对其含义，该如何理解呢？

8. 对不等式 $a+b>c$，应用定理3：两边同时加上 $-b$，可得：$a+b+(-b)>c+(-b)$，即 $a>c-b$，这表示什么意思呢？

9. 定理3表示：不等式的两边加上同一个实数，所得不等式与原不等式同向，现在请大家思考：若在不等式的两边分别加上不相同的实数，会有什么结论呢？

三层练习：

10. "$a+b>2c$"的一个充分条件是（　　）

A. $a>c$ 或 $b>c$　　B. $a>c$ 或 $b<c$

C. $a>c$ 且 $b>c$　　D. $a>c$ 且 $b<c$

11. 如果 a、b、c 满足 $c<b<a$ 且 $ac<0$，则下列选项中不一定成立的是（　　）

A. $ab>ac$

B. $c(b-a)>0$

C. $cb^2<ab^2$

D. $ac(a-c)<0$

12. 设函数 $f(x)$ 为 $\mathbf{R}$ 上的减函数，$a+b>0$，令 $M=f(a)+f(b)$，$N=f(-a)+f(-b)$，则 M 与 N 的大小关系为________.

13. （课本例3）已知 $a>b$，$c<b$，求证：$a-c>b-d$.

课外练习

1. 若 $m<n$，$p<q$，$(p-n)\cdot(p-m)<0$，$(q-n)\cdot(q-m)<0$，则 m、n、p、q 按从小到大排列的顺序为________________.

2. 若 $a>0$，且 $a\neq 1$，$P=\log_a(a^3+a^2+1)$，$Q=\log_a(2a^2+a)$，则 P、Q 的大小关系为____.

A. $P>Q$

B. $P=Q$

C. $P<Q$

D. $a>1$ 时，$P>Q$；$0<a<1$ 时，$P<Q$

3. 已知 a，b，x，y 为正数，且 $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$，$x>y$，则（　　）.

A. $\frac{x}{x+a}>\frac{y}{y+b}$　　B. $\frac{x}{x+a}<\frac{y}{y+b}$

C. $\frac{x}{x+a}=\frac{y}{y+b}$　　D. 不能确定

4. 若正实数 a、b、c、d 满足 $a+d=b+c$，且 $|a-d|<|b-c|$. 求证：$ad>bc$.

5. *已知二次函数 $y=f(x)$ 的图象过原点，且满足 $1\leqslant f(-2)\leqslant 2$，$3\leqslant f(1)\leqslant 5$，求 $f(2)$ 的取值范围.

第三课时：不等式的性质（3）

学习目标

（1）理解不等式性质定理 4 及推论（不等式的乘法、乘方性质），定理 5（不等式的开方性质）.

（2）能综合应用不等式性质定理 1 ~ 5 解决不等式问题.

（3）培养辩证唯物主义观点（联系的观点，发展的观点）.

重点难点

重点：性质定理及推论的理解与把握，尤其是对定理的应用前提（即对定理中字母的限制条件）的理解.

难点：综合应用性质定理解题.

四环递进训练

课内训练

一层练习：

1. 不等式性质定理 1、定理 2、定理 3 及推论分别是怎样的呢？

2. 这些定理或推论分别表示不等式的什么性质？具有怎样的意义呢？

3. ①定理 3 中，若改为“在不等式的两边都减去同一个实数”，会有怎样的结论？

二层练习：

4. ②若再改为“在不等式的两边都乘以同一个实数”，又会有怎样的结论呢？

5. ③谁能将刚才得到的结论用类似定理 1、定理 2 的形式表示出来呢？

6. 请大家应用定理 4，证明以下结论：$a>b>0$ 且 $c>d>0$，则 $ac>bd$.

7. 上述证明过程中，若将条件“$c>d>0$”用“$a>b>0$”再代替，结论会怎样？

8. 证明：若 $a>b>0$，则 $\sqrt[n]{a}>\sqrt[n]{b}$（$n\in\mathbf{N}$，且 $n>1$）.

三层练习：

9. (2002 年全国) 已知：$0<x<y<a<1$，则有(　　).

A. $\log_a^{(xy)}<0$　　B. $0<\log_a^{(xy)}<1$

C. $1<\log_a^{(xy)}<2$　　D. $\log_a^{(xy)}>2$

10. 已知 $a<0$，$-1<b<0$，将 a，ab，ab^2 按从小到大的顺序排列为______________.

11. 设命题甲：m、n 满足 $\begin{cases}0<m<1\\2<n<3\end{cases}$，命题乙：$m$、$n$ 满足 $\begin{cases}4<m+2n<7\\0<mn<3\end{cases}$，则甲是乙的(　　)条件.

A. 充分

B. 必要

C. 充要

D. 既不充分也不必要

12. 已知 $a>b$，则使 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$ 成立的充要条件是________.

13. 已知：$a>b>0$，$c<b<0$

求证：$\frac{b}{(a-c)^2}<\frac{a}{(b-d)^2}$

课外练习

1. 若 $a>b>0$,则下列不等式:① $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$ ② $a^3>b^3$ ③ $\lg(a^2+1)<\lg(b^2+1)$ ④ $10^a>10^b$ 中成立的是（ ）

A. ①②③④ B. ①②④

C. ①② D. ③④

2. 若 $\log^2 a<\log^2 b<0$，则（ ）

A. $0<a<b<1$ B. $0<b<a<1$

C. $a>b>1$ D. $b>a>1$

3.（2004 年北京）已知三个不等式：$ab>0$，$bc-ad>0$，$\frac{c}{a}-\frac{d}{b}>0$（其中 a、b、c、d 均为实数），用其中两个不等式作为条件，余下的一个不等式作为结论组成一个命题，可组成的正确命题的个数是（ ）

A. 0 B. 1

C. 2 D. 3

4.* 已知函数 $f(x)=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 中，$a>b>c$，$f(1)=0$.求证：$\frac{1}{3}<\frac{a}{a-c}<\frac{2}{3}$.

§6.2 算术平均数与几何平均数

本节主要学习“两个实数的平方和不小于它们之积的 2 倍”的重要不等式及“两个正数的算术平均数不小于它们的几何平均数”定理及二者的简单应用，可安排两课时.

第一课时：算术平均数与几何平均数(1)

学习目标

(1) 理解重要不等式：如果 a、$b\in\mathbf{R}$，那么 $a^2+b^2\geqslant 2ab$（当且仅当 $a=b$ 时取“=”号）

(2) 理解定理：如果 a、b 是正数，那么 $\frac{a+b}{2}\geqslant\sqrt{ab}$（当且仅当 $a=b$ 时取“=”号）

(3) 能初步应用上述两不等式解决一些简单问题.

重点难点

重点：对不等式 $a^2+b^2\geqslant 2ab$ 及 $\frac{a+b}{2}\geqslant\sqrt{ab}$ 的理解. 包括对等号成立的条件的理解.

难点：对不等式中等号成立条件的理解.

四环递进训练

课内训练

一层练习：

1. 某大商场，在国庆节期间举行商品大酬宾销售活动，准备分两次降价，现有两种方案：

Ⅰ：第一次 8 折销售，第二次再 7 折销售.

Ⅱ：两次都按 7.5 折销售.

试问：哪一种方案可能更受顾客欢迎？

2. 上述问题中，若将方案改为：

Ⅰ：第一次按 a 折销售，第二次再按 b 折销售．

Ⅱ：两次都按 $\frac{a+b}{2}$ 折销售．

其中 $0<a<10$，$0<b<10$，结果又会怎样呢？

二层练习：

3. 对任意实数 a、b，a^2+b^2 与 $2ab$ 的大小关系如何？

4. 命题"$A\geqslant B$"的确切含义是什么？是什么类型的命题？

5. $a^2+b^2\geqslant 2ab$ 中，$a^2+b^2=2ab$ 成立的充要条件是什么？

6. 若 a、b 为正数，求证：$\frac{a+b}{2}\geqslant\sqrt{ab}$．

三层练习：

7. 已知 a、b、c、d 都是正数，求证：$(ab+cd)(ac+bd)\geqslant 4abcd$．

8. 若 $x>0$，$y>0$，则下列不等式中等号不能成立的是（　　）．

A. $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\geqslant 2$

B. $\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(y+\frac{1}{y}\right)\geqslant 4$

C. $(x+y)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)\geqslant 4$

D. $x+\frac{1}{x}+\frac{1}{x+\frac{1}{x}}\geqslant 2$

9. 已知函数 $y=(x-1)^2+n$，$x\in[0,3]$ $n\in\mathbf{N}^*$，设其最大值为 $F(n)$，最小值为 $f(n)$，则 $k(n)=\frac{[F(n)]^2}{f(n)}$ 的最值情况为（　　）．

A. 既有最大值，也有最小值

B. 有最大值，无最小值

C. 有最小值，无最大值

D. 既无最大值，也无最小值

10. 在△ABC 中，a、b、c 分别是角 A、B、C 所对的边，若 a、b、c 成等差数列，则 B 的范围为（　　）．

A. $0<B\leqslant\frac{\pi}{4}$　　　　B. $0<B\leqslant\frac{\pi}{3}$

C. $0<B\leqslant\frac{\pi}{2}$ 　　　C. $\frac{\pi}{2}<B<\pi$

课外练习

1. 若 a、$b\in\mathbf{R}$，则下列不等式中不恒成立的是(　　).

A. $a^2+b^2\geqslant 2ab$

B. $\frac{a+b}{2}\geqslant\sqrt{ab}$

C. $a^2+b^2\geqslant\frac{(a+b)^2}{2}$

D. $\frac{a^2+b^2}{2}\geqslant\left(\frac{a+b}{2}\right)^2$

2. 设 $x\in\mathbf{R}$ 且 $x\neq 0$，$P=\frac{3^x+1}{2}$，$Q=3^{\frac{x}{2}}$，$R=\sqrt{\frac{9^x+1}{2}}$，则有(　　)

A. $P<Q<R$ 　　B. $P<R<Q$

C. $Q<P<R$ 　　D. $R<Q<P$

3. 若实数 a、b 满足 $a+b=2$，则3^a+3^b的最小值为____.

4. 若正数 a、b 满足 $ab=a+b+3$，则 ab 的取值范围为____________.

5. (2000 年全国) 若 $a>b>1$，$P=\sqrt{\lg a\cdot\lg b}$，$Q=\frac{1}{2}(\lg a+\lg b)$，$R=\lg\left(\frac{a+b}{2}\right)$，则(　　)

A. $R<P<Q$ 　　B. $P<Q<R$

C. $Q<P<R$ 　　D. $P<R<Q$

6.* (2004 年上海·理) 某单位用木料制作如图所示的框架，框架的下部是边长分别为 x、y (单位 m) 的矩形，上部是等腰直角三角形，要求框架围成的总面积为 8m^2，问 x、y 分别为多少 (精确到 0.001m) 时用料最省?

第二课时:算术平均数与几何平均数(2)

学习目标

(1) 进一步理解两个重要不等式$a^2+b^2\geqslant 2ab$(a、$b\in\mathbf{R}$)，$\frac{a+b}{2}\geqslant\sqrt{ab}$($a$、$b\in\mathbf{R}^+$)及其等号成立的充要条件.

(2) 学会应用两个重要不等式解决非二次函数的最大值与最小值问题.

(3) 培养观察分析能力，培养解题中的目标意识与数学建模意识.

重点难点

重点：两个重要不等式的应用，关键是“配凑法”的使用与“一正二定三相等”应用法则的把握.

难点：如何进行合理配凑.

四环递进训练

课内训练

一层练习:

1. 上节课我们学习了两个重要不等式，它们是怎样的?

2. 这两个不等式表示的含义是什么? 请用文字叙述.

3. 上述两不等式中，等号成立的充要条件是什么?

二层练习：

4. 已知 x、y 都是正数，求证：

(1) 如果积 xy 是定值 P，那么当 $x=y$ 时，和 $x+y$ 有最小值 $2\sqrt{P}$.

(2) 如果和 $x+y$ 是定值 S，那么当 $x=y$ 时，积 xy 有最大值 $\frac{1}{4}S^2$.

5. (1) 已知 $0<\theta<\frac{\pi}{2}$. 求证：$\tan\theta+\cot\theta$ 的最小值是 2.

(2) 已知 $x>0$. 求证：$2-3x-\frac{4}{x}$ 的最大值是 $2-4\sqrt{3}$.

6. 已知 $x>3$，求函数 $f(x)=x+\frac{1}{x-3}$ 的最小值.

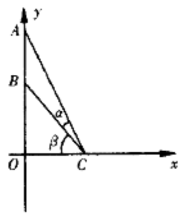
7. 若 $x<\frac{5}{4}$，求 $y=1-4x+\frac{1}{5-4x}$ 的最小值.

三层练习：

8. 对任意 $\alpha\in\mathbf{R}$. 求 $y=\sin^2\alpha\cdot\cos^4\alpha$ 的最大值.

9. 求函数 $y=\frac{x^2+5}{\sqrt{x^2+4}}$ 的最小值.

10. 如图所示，平面直角坐标系中，在 y 轴正半轴上给定两点 A、B，试在 x 轴的正半轴上求一点 C，使$\angle ACB$ 取得最大值.



课外练习

1. 下列函数中，最小值为 4 的函数为（　　）

A. $y=x+\frac{4}{x}$

B. $y=\sin x+\frac{4}{\sin x}$

C. $y=e^x+4e^{-x}$

D. $y=\log_3 x+\log_x 81$

2. 设 $x\in\mathbf{R}$ 且 $x+\frac{1}{4x}=\cos\theta$，则实数 θ 的值为（　　）

A. $2k\pi$　　B. $(2k+1)\pi$

C. $k\pi$　　D. $k\pi+\frac{\pi}{2}$

3. 斜边为 10 的直角三角形面积的最大值为（　　）

A. 25　　B. $20\sqrt{3}$

C. 50　　D. $25\sqrt{2}$

4. (2001 年春，京·蒙·皖)已知 $\sin^2\alpha+\sin^2\beta+\sin^2\gamma=1$（$\alpha$、$\beta$、$\gamma$ 均为锐角），那么 $\cos\alpha\cdot\cos\beta\cdot\cos\gamma$ 的最大值等于________.

5. (2001 年上海春招) 若记号"$*$"表示求两个实数 a 与 b 的算术平均数的运算，即 $a*b=\frac{a+b}{2}$，则两边均含有运算符号"$*$"和"$+$"，且对于任意 3 个实数 a,b,c 都能成立的一个等式可以是____________.

6. *对任意 $m\in\mathbf{R}^+$，不等式 $n<\frac{4}{m}+2m^2$ 恒成立，求实数 n 的取值范围.

§ 6.3 不等式的证明

本节主要学习证明不等式的几种方法，包括比较法、综合法、分析法. 同时，结合不等式性质可再补充放缩法、换元法等方法，可安排五课时.

第一课时：不等式的证明（1）

学习目标

（1）能理解用比较法证明不等式的基本思路与一般步骤.

（2）能应用比较法（含比差法与比商法）证明较简单的不等式.

（3）培养、发展逻辑思维、推理能力.

重点难点

重点：掌握比较法证不等式的基本操作步骤.

难点：对作差（作商）以后表达式进行恰当的代数变形以判断差的符号（或商与 1 的大小比较）.

四环递进训练

课内训练

一层练习：

1. 在不等式性质中，我们是如何比较两个实数 a 与 b 的大小的？

2. 假设我们要证明不等式 $a>b$ 成立，该怎样证明呢？

二层练习：

3．求证：$x^2+3>3x$．

4．已知 a、b、m 都是正数，且$a<b$．

求证：$\frac{a+m}{b+m}>\frac{a}{b}$．

5．已知 a、b 是正数，且 $a\neq b$．

求证：$a^5+b^5>a^3b^2+a^2b^3$．

6．已知 a、b、c 是互不相等的三个正数，求证：$a^{2a}b^{2b}c^{2c}>a^{b+c}b^{c+a}c^{a+b}$．

三层练习：

7．已知 $a>1$，$m<n<0$．求证：$a^m+a^{-m}>a^n+a^{-n}$．

8．甲、乙两人同时同地沿同一路线走到同一地点，甲有一半时间以速度 m 行走，另一半时间以速度 n 行走；乙有一半路程以速度 m 行走，另一半路程以速度 n 行走，如果 $m\neq n$，问甲、乙两人谁先到达指定地点．

9．设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若数列 $\{S_n\}$ 是公比大于 1 的正项等比数列．求证：对任意 $n\in\mathbf{N}$，$\frac{a_n+a_{n+2}}{2}>a_{n+1}$成立．

课外练习

1．设 a、$b\in\mathbf{R}$，下列不等式成立的是（　　）

A．$a^2+3ab>b^2$

B．$ab-a>b+ab$

C．$\frac{a}{b}<\frac{a+1}{b+1}$

D．$a^2+b^2\geqslant2(a-b-1)$

2．如果 $0<m<b<a$，则下列不等式成立的是

(　　)

A. $\cos\frac{b+m}{a+m}<\cos\frac{b}{a}<\cos\frac{b-m}{a-m}$

B. $\cos\frac{b}{a}<\cos\frac{b-m}{a-m}<\cos\frac{b+m}{a+m}$

C. $\cos\frac{b-m}{a-m}<\cos\frac{b}{a}<\cos\frac{b+m}{a+m}$

D. $\cos\frac{b+m}{a+m}<\cos\frac{b-m}{a-m}<\cos\frac{b}{a}$

3. 在△ABC中，a、b、c分别是角A、B、C的对边，S是其面积，求证：$a^2+b^2+c^2\geqslant 4\sqrt{3}\cdot S$.

4.*设二次函数$f(x)=ax^2+bx+c(a>0)$,方程$f(x)-x=0$的两个根是x_1，x_2，且满足$0<x_1<x_2<\frac{1}{a}$，当$x\in[0,x_1)$时，

求证：$x<f(x)<x_1$.

第二课时：不等式的证明（2）

学习目标

（1）理解用综合法证明不等式的基本原理与思维特点.

（2）学会用学过的基本不等式结合不等式性质来证明新的较简单的不等式.

（3）进一步培养分析问题、解决问题的能力.

重点难点

重点：把握综合法证不等式的逻辑关系，体会其“由因导果”的思维特点.

难点：根据已知条件及待证不等式的特点，灵活使用基本不等式及不等式性质定理解决问题.

四环递进训练

课内训练

一层练习：

1. 已知a、$b\in\mathbf{R}^+$,求证：$\left(\frac{a+b}{2}\right)^2\geqslant ab$.

2. 上述不等式,除了用比较法证明外,还有其他可能的办法吗?

二层练习：

3. 已知a、b、c是不全相等的正数,求证：$a(a^2+c^2)+b(c^2+a^2)+c(a^2+b^2)>6abc$.

4. 已知a、b、$c\in\mathbf{R}$,求证：$a^2b^2+b^2c^2+a^2c^2\geqslant abc(a+b+c)$.

5. 已知a、b、c为不全相等的正数,求证：$\frac{b+c-a}{a}+\frac{c+a-b}{b}+\frac{a+b-c}{c}>0$.