

知识青年自学丛书



农用数学 基础知识

目 录

一、方程及其应用

第一章 一次方程.....	(1)
第一节 一元一次方程	(1)
第二节 可化为一元一次方程的分式方程	(9)
第三节 二元一次方程组	(13)
第四节 三元一次方程组	(26)
第二章 二次方程.....	(38)
第一节 一元二次方程	(38)
第二节 可化为一元二次方程的分式方程	(49)
第三节 二元二次方程组	(51)

二、长度、面积、体积计算

第一章 长度的计算及应用.....	(58)
第一节 长度的计量单位和常用的计算公式	(58)
第二节 应用实例	(60)
第二章 面积的计算及应用.....	(71)
第一节 面积的计量单位和常用的计算公式	(72)
第二节 关于分田截积	(74)
第三节 不规则形的面积	(78)
第四节 应用实例.....	(80)
第三章 体积的计算及应用.....	(85)

第一节 体积的计量单位和常用的计算公式	(86)
第二节 应用实例	(89)
附录1. 一些立体图形的表面积公式表	(102)
附录2. 钣金工下料简介	(102)

三、小型渠道测设及土地平整

第一章 小型渠道测量和设计	(107)
第一节 水准测量	(107)
第二节 渠道测量	(127)
第三节 渠道设计	(140)
第四节 渠道的施工设计	(164)
第二章 土地平整	(167)
第一节 土地平整的测设	(167)
第二节 平整土地的施工方法	(172)
第三节 修梯田	(175)

四、画图、看图基本知识

第一章 图示基础	(180)
第一节 正投影原理	(180)
第二节 视图的基本知识	(182)
第三节 剖视与剖面	(187)
第二章 画图基本知识	(197)
第一节 画图常识	(197)
第二节 零件测绘	(209)
第三章 看图基本知识	(224)
第一节 看图步骤	(224)

第二节 看零件图举例	(225)
------------------	-------

五、线性规划

第一章 图上作业法	(234)
第一节 道路不成圈的情况	(235)
第二节 道路成圈的情况	(238)
第二章 表上作业法	(243)
第一节 方法步骤的介绍	(244)
第二节 退化情形的处理	(262)
第三章 比值法	(267)

六、优选法

第一章 单因素优选法	(279)
第一节 0.618法	(280)
第二节 分数法	(284)
第三节 对分法	(290)
第四节 爬山法(逐步提高法)	(296)
第五节 分批试验法	(301)
第六节 单因素优选成果实例	(311)
第二章 双因素优选法	(314)
第一节 对折法	(314)
第二节 等高线法	(317)
第三节 平行线法	(320)
第四节 双因素优选成果实例	(323)

七、正交试验法

第一章 基本方法	(325)
第一节 指标、因素和水平	(325)
第二节 用正交表安排试验	(327)
第三节 试验结果的分析	(332)
第二章 水平数不等的试验	(238)
第一节 直接使用混合型正交表	(238)
第二节 拟水平法	(342)
第三章 有交互作用的试验	(344)
第一节 交互作用与两列间的交互列表	(344)
第二节 有交互作用的试验方案的安排	(346)
第三节 试验结果的分析	(349)
附录 常用正交表	(361)

八、常用计算工具

第一章 珠算	(412)
第一节 珠算的基本知识	(412)
第二节 加、减法	(413)
第三节 乘法	(421)
第四节 除法	(436)
第二章 对数计算尺	(461)
第一节 对数计算尺的构造	(462)
第二节 计算尺的使用及其原理	(465)

一、方程及其应用

第一章 一次方程

第一节 一元一次方程

(一) 基本概念

我们先看一个实际问题。

某生产队的知识青年给棉花喷洒农药，两天共喷洒33亩。由于他们在劳动中虚心向贫下中农学习，提高了劳动效率，第二天喷洒的面积是第一天的2倍。问第一天喷洒了多少亩？

在这个问题中，两天共喷洒33亩与第二天是第一天的2倍，这些都是已知数。第一天喷洒的亩数是要求出的数，即未知数。用 x 表示这个未知数，单位是亩。那么，第二天喷洒的就是 $2x$ 亩。两天共喷洒33亩，根据它们之间的等量关系可以写成下面的等式：

$$x + 2x = 33 \quad (1)$$

(1) 是个含有未知数的等式，我们把象这样含有未知数的等式叫做方程。

方程(1)给我们提出的问题是 x 取什么值时， $x + 2x = 33$ 成立。

很明显，合并同类项后(1)可以变为

$$3x = 33$$

(2)

(2) 也是一个方程。它说明：未知数 x 的 3 倍必须等于 33。因此

$$x = 11$$

这就求出了 x 的值，即第一天喷洒的亩数。

这个数对不对呢？我们来检验一下：

第一天喷洒的是 x 亩，即 11 亩；

第二天喷洒的是 $2x$ 亩，即 22 亩；

两天共喷洒了 $11 + 22 = 33$ 亩。

可见，所求的值 $x = 11$ 是对的。

方程中的未知数也叫做元。含有几个不同的未知数的方程就叫做几元方程。

方程中含有未知数的项的最高次数，就叫做这个方程的次数。

例如方程 (1) 只含有一个未知数 x ，且 x 的次数是 1，象这样只含一个未知数，且含未知数的项的最高次数是 1 的方程叫做一元一次方程。

能使方程两边相等的未知数的值，叫做方程的解（一元方程的解，也叫做方程的根）。

求方程解的过程叫做解方程。

根据实际问题中已知量和未知量之间的数量关系组成方程，叫做列方程。

(二) 解 法

“一切矛盾着的东西，互相联系着，不但在一定条件之下共处于一个统一体中，而且在一定条件之下互相转化，……。”解方程也就是在一定条件之下将“未知数”转化成

“已知数”的过程。转化的主要方法就是将方程变形，直至最后变成 $x=c$ 的形式（ x 等于一个已知数 c ），这个已知数就是方程的解。

要将方程变形，我们首先要研究方程的性质。我们知道方程是含有未知数的等式，既然是一个等式，那么，一个方程就好比一个平衡着的天平，一个数就好比一个法码，从天平的两边同时拿走或加上相同重量的法码，或者同时把天平两边的法码扩大或缩小同样倍数，天平还是平衡的。根据这个道理，我们可以得到方程的两个性质。

性质1 方程两边加上（或减去）同一个数或同一个整式，方程的解不变。

例1 解方程 $x - 5 = 2$.

解 方程两边都加上 5，

$$x - 5 + 5 = 2 + 5,$$

$$x = 7.$$

根据性质1 我们可以将方程中的任何一项，改变符号后，从方程的一边移到另一边。这叫做移项。

在例1中，“方程两边都加上5”可看成将方程左边的一项“-5”改变符号后，变成“+5”移到方程的右边。可见经过移项，可以把未知数和已知数分别集中在方程左边或右边。

性质2 方程两边乘以（或除以）同一个不等于零的数，方程的解不变。

例2 解方程 $\frac{2x+8}{3} = \frac{3x-6}{2} - 1$.

解 两边同乘以 6，

$$2(2x + 8) = 3(3x - 6) - 6,$$

去括号,

$$4x + 16 = 9x - 18 - 6,$$

移项,

$$4x - 9x = -18 - 6 - 16,$$

合并同类项,

$$-5x = -40,$$

两边同除以 (-5) ,

$$x = 8.$$

运用性质 2, 通过用未知数的系数除 (或用未知数的系数的倒数乘) 方程的两边, 可以化未知数的系数为 1。以达到最后变形为 $x=c$ 的形式 (c 是已知数)。

以上所讲方程的两个性质是我们解方程的依据。

通过以上各例, 我们可以总结出解一元一次方程的一般步骤如下:

1. 去分母, 用最简公分母乘方程两边所有各项, 使方程的各项系数化成整数。

2. 去括号, 展开式子。

3. 移项, 将所有含未知数的项移到等号一边, 常数项移到另一边。

4. 合并同类项。

5. 用未知数的系数除方程的两边, 化未知数的系数为 1, 变方程为:

$$x = c \quad (c \text{ 为已知数}) \text{ 的形式。}$$

例 3 解方程 $\frac{2}{3}(x-2) - \frac{3}{5}(2x-1) = \frac{7}{15}(1-x)$

$$-\frac{1}{3}(x+2).$$

解 去分母,

$$10(x-2)-9(2x-1)=7(1-x)-5(x+2),$$

去括号,

$$10x-20-18x+9=7-7x-5x-10,$$

移项,

$$10x-18x+7x+5x=7-10+20-9,$$

合并同类项,

$$4x=8,$$

两边同除以4,

$$x=2.$$

(三) 应用举例

我们已经学习了一元一次方程的解法。但是, 怎样根据实际问题中的数量关系列出方程呢? 我们应抓住“已知”和“未知”这一对矛盾, 根据它们之间的相互关系, 找出等量关系, 列出方程。其一般步骤是:

1. 分析题意, 找出未知数, 用一个字母表示其中的一个未知数, 用这个字母的代数式表示其它的未知量。

2. 利用等量关系列出方程。

3. 解方程。

4. 检验求出的结果是否正确、合理, 作出结论。

例4 朝阳大队的知识青年为防治蔬菜病虫害, 要给蔬菜喷洒浓度为0.03%的敌敌畏药水。现有浓度50%的敌敌畏0.5斤, 问需加多少水方能使用?

分析: 加水前后都有三种重量: 药水重量, 药水中所含

纯敌敌畏重量，水的重量。其中纯敌敌畏的重量在加水前后是不变的。

解 设需加水 x 斤。我们将未知数和已知数的关系列表如下：

基 本 关 系 \ 加 水 前 后	加 水 前	加 水 后
药 水 重 = 纯 敌 敌 畏 + 水	0.5	$0.5 + x$
浓 度 = $\frac{\text{纯 敌 敌 畏 重}}{\text{药 水 重}}$	50%	0.03%
纯敌敌畏 = 药水量 $\times$ 浓度	$0.5 \times 50\%$	$(0.5 + x) \times 0.03\%$

因为加水前后所含纯敌敌畏的重量不变，所以

$$0.5 \times 50\% = (0.5 + x) \times 0.03\%.$$

去分母，

$$0.5 \times 50 = (0.5 + x) \times 0.03,$$

去括号，

$$25 = 0.015 + 0.03x,$$

移项、合并同类项，

$$0.03x = 24.985,$$

两边同除以 0.03，

$$x \approx 833(\text{斤}).$$

答 需加水约 833 斤。

例 5 东方红公社要建一座公路桥，计划将水、水泥、黄沙、碎石按重量比 0.65:1:2.21:4.48 配制混凝土 29190 吨，

问需要水、水泥、黄沙、碎石各多少吨？

分析：这里就是将29190吨分成 $0.65 + 1 + 2.21 + 4.48 = 8.34$ 份。其中水、水泥、黄沙、碎石分别占0.65，1，2.21，4.48份。这四种物质在混凝土中所占的份数不同，则所需重量也不同。而每种物质的重量等于在混凝土中所占份数乘以每份混凝土的重量。混合后的总量不变。即

各物质分量之和 = 总量

解 设每等份混凝土重 x 吨，那么水重是 $0.65x$ 吨，水泥是 x 吨，黄沙是 $2.21x$ 吨，碎石是 $4.48x$ 吨，根据等量关系列方程（全部混凝土为8.34等份）

$$0.65x + x + 2.21x + 4.48x = 29190$$

解方程，

$$x = 3500(\text{吨})$$

所以 水： $0.65x = 0.65 \times 3500 = 2275(\text{吨})$

水泥： $x = 3500(\text{吨})$

黄沙： $2.21x = 2.21 \times 3500 \approx 7735(\text{吨})$

碎石： $4.48x = 4.48 \times 3500 = 15680(\text{吨})$

答 需要水2275吨，水泥3500吨，黄沙7735吨，碎石15680吨。

通过上面的例子，可以看出，从一个实际问题中的数量关系列出方程求解，需要分析清楚问题中的两种量和两种关系：

1. 明确哪些是已知量，哪些是未知量。
2. 问题所涉及的数量之间的基本关系和等量关系是什么。

如例4中，浓度问题的基本关系是：

纯敌敌畏重 = 药水重 $\times$ 浓度,

药水重 = 纯敌敌畏重 + 水重.

等量关系是:

加水前纯敌敌畏重量 = 加水后纯敌敌畏重量.

又如例 5 中, 配制问题中的基本关系是:

每种物质重量 = 在混凝土中所占份数 $\times$ 每份的重量.

等量关系是:

各物质分量之和 = 总量.

习 题

1. 某医疗队到农村为贫下中农治病, 他们要把浓度为 95% 的酒精 600 毫升稀释成杀菌力最强的浓度为 75% 的消毒酒精, 问需要加多少毫升的蒸馏水?
2. 东风生产队为了确保晚稻丰收, 防治螟虫, 用 85% 的“敌百虫”药液 1 斤, 配成含药 0.05% 的药水, 问需加水多少斤?
3. 向阳公社在兴修水利中需要黑色火药, 他们遵照毛主席“自力更生”的伟大教导, 自制一种由硫磺、木炭、硝酸钾三种原料的粉末, 按 2:3:15 的比例混合成的黑色火药. 今准备制造黑色火药 10,000 斤, 问三种原料各需多少斤?
4. 某农场的知识青年, 遵照毛主席关于“大力发展养猪事业”的教导, 学习先进经验, 制作“中曲”发酵饲料. 配制“中曲”种所用的原料是: 麦麸 3 份, 糖 7 份, “中曲” 0.3 份, 清水 9.5 份, 现在要配制 29.7 斤“中曲”种, 四种原料各需多少斤?

5. 生产队抽水站有12马力的柴油机一台，它的皮带轮直径是45厘米，转速为750转/分，要用它来带动一台水泵，水泵的转速为900转/分，问水泵皮带轮直径应为多少厘米？

第二节 可化为一元一次方程的分式方程

(一) 分式方程的意义

前边我们应用一元一次方程解决了一些实际问题。但在三大革命实践中，还经常遇到分母中含有未知数的方程。如，

某工厂师傅在技术革新中，把一种旧机床改制成一种自动化的新机床，大大提高了工作效率。已知用一台旧机床和一台新机床同时加工一批零件需4.5小时完成，用一台旧机床单独加工这批零件需18小时完成。问用一台新机床单独加工这批零件需几小时？

设用一台新机床单独加工这批零件需 x 小时，则每小时完成任务的 $\frac{1}{x}$ 。

已知一台旧机床单独加工这批零件需18小时，则每小时完成任务的 $\frac{1}{18}$ 。

又两台机床同时加工这批零件需4.5小时，则每小时完成任务的 $\frac{1}{4.5} = \frac{2}{9}$ 。

根据题意列出方程，

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{18} = \frac{2}{9}.$$

象这种分母中含有未知数的方程，叫做分式方程。如

$$\frac{10}{x} = 2 + \frac{7}{x^2}, \quad \frac{3}{x} = \frac{5}{x} + 5, \quad \frac{1}{1-x^2} = \frac{5}{1+x} - \frac{4}{1-x} \text{ 等}$$

都是分式方程。

(二) 可化为一元一次方程的分式方程的解法

我们知道，求一元一次方程的解，是抓住已知和未知这对矛盾，根据方程的两个性质进行变形，从而转化未知为已知。现在要解分式方程，由于方程中出现了分式，因此主要矛盾就成了整式与分式的矛盾，通过给分式方程两边同乘以最小公分母，就把分式方程转化成整式方程，所以把分式方程的求解转化成整式方程的求解是个关键。

例 1 现在来解本节开始所列的方程

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{18} = \frac{2}{9}.$$

解 给方程两边同乘以最小公分母 $18x$ ，得

$$18 + x = 4x.$$

解此整式方程，

$$x = 6.$$

将 $x = 6$ 代入原分式方程进行检验，

$$\text{左边} = \frac{1}{6} + \frac{1}{18} = \frac{2}{9} = \text{右边}.$$

$\therefore x = 6$ 是原方程的解。

答 用一台新机床单独加工这批零件需要 6 小时。

例 2 解方程 $\frac{2}{1+x} + \frac{5}{1-x} = \frac{1}{1-x^2}.$

解 给方程两边同乘以最小公分母 $(1-x^2)$ ，使它转化成整式方程

$$2(1-x) + 5(1+x) = 1$$

解此整式方程，

$$x = -2.$$

将 $x = -2$ 代入原方程进行检验，

$$\text{左边} = \frac{2}{1-2} + \frac{5}{1+2} = -\frac{1}{3},$$

$$\text{右边} = \frac{1}{1-(-2)^2} = -\frac{1}{3},$$

$$\text{左边} = \text{右边}.$$

$\therefore x = -2$ 是原分式方程的解。

由上两个例子就可以看出解分式方程的一般步骤是：

1. 给方程两边同乘以最小公分母，使它成为整式方程。
2. 解整式方程。
3. 把所得的根代入原方程进行检验。

例 3 解方程 $\frac{3}{x} + \frac{1}{x-2} = \frac{4-x}{x(x-2)}.$

解 给方程两边同乘以 $x(x-2)$ ，

$$3(x-2) + x = 4 - x.$$

解此方程得 $x = 2$ 。

将 $x = 2$ 代入原方程检验时发现，其分母

$$x-2 = 0, \quad x(x-2) = 0.$$

因为分母不能为零，所以 $x = 2$ 不适合原方程，即原方程无解。

这个例子告诉我们，解分式方程时必须验根。

例4 解方程 $\frac{x}{x+c} - \frac{x}{x-c} = \frac{cx+d}{x^2-c^2} \quad (x \neq \pm c).$

解 给方程两边同乘以 $(x^2 - c^2)$,

$$x(x-c) - x(x+c) = cx + d,$$

整理,

$$3cx = -d.$$

现在我们来讨论解的情况:

1. 若 $c \neq 0$, $x = -\frac{d}{3c}.$

2. 若 $c = 0$ 时:

(1) $d = 0$, 则 x 可为任意数, 原方程有除 0 以外的无数多个解。

(2) $d \neq 0$, 原方程无解。

习 题

1. $\frac{3}{x} = \frac{5}{x} + 5.$

2. $\frac{5}{x(x-4)} = \frac{3}{x-4} - \frac{1}{x}.$

3. $\frac{7}{x+1} - \frac{10}{x-1} = \frac{1}{x^2-1}.$

4. $\frac{x}{a+x} + \frac{x}{a-x} = \frac{b}{x^2-a^2}.$

5. 一个车工加工 1,500 个螺丝以后, 由于改进了操作方法