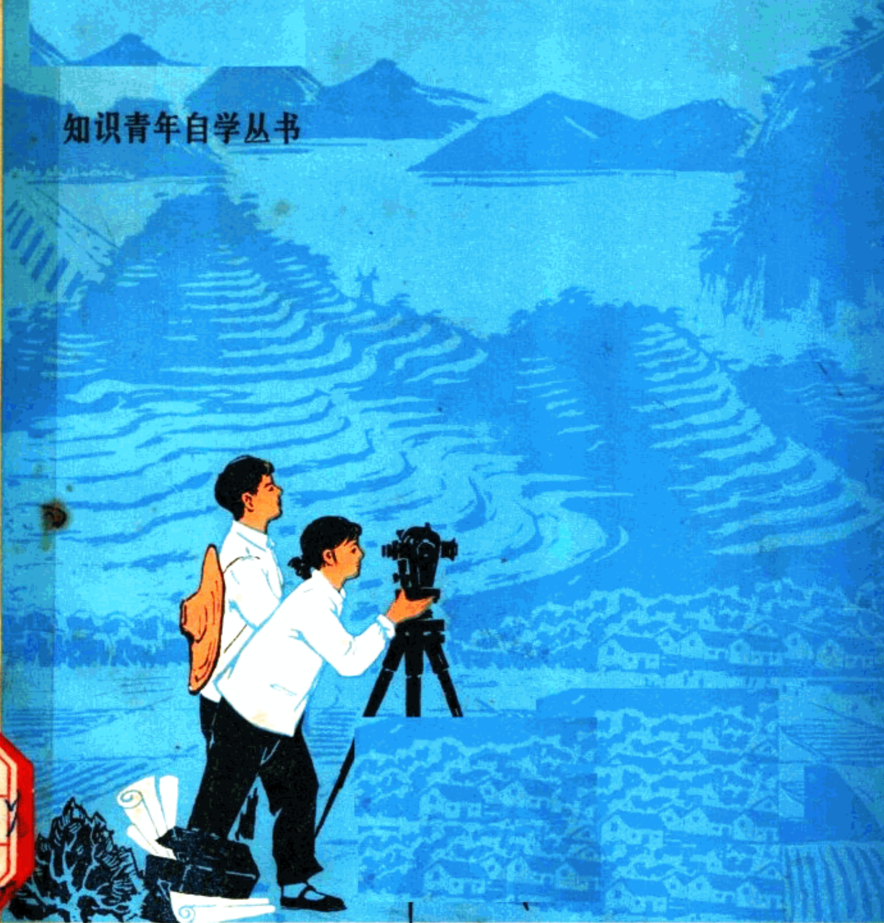
知识青年自学丛书



农用数学基础知识

目　录

一、方程及其应用

二、长度、面积、体积计算

三、小型渠道测设及土地平整

四、画图、看图基本知识

五、线性规划

六、优 选 法

七、正交试验法

八、常用计算工具

一、方程及其应用

第一章　一次方程

第一节　一元一次方程

（一）基本概念

我们先看一个实际问题。

某生产队的知识青年给棉花喷洒农药，两天共喷洒33亩。由于他们在劳动中虚心向贫下中农学习，提高了劳动效率，第二天喷洒的面积是第一天的 2 倍。问第一天喷洒了多少亩？

在这个问题中，两天共喷洒 33 亩与第二天是第一天的 2 倍，这些都是已知数。第一天喷洒的亩数是要求出的数，即未知数。用 x 表示这个未知数，单位是亩。那么，第二天喷洒的就是 $2x$ 亩。两天共喷洒 33 亩，根据它们之间的等量关系可以写成下面的等式：

$$x+2x=33 \qquad (1)$$

（1）是个含有未知数的等式，我们把象这样含有未知数的等式叫做方程。

方程（1）给我们提出的问题是 x 取什么值时，$x+2x=33$成立。

很明显，合并同类项后（1）可以变为

$$3x = 33 \qquad (2)$$

（2）也是一个方程。它说明：未知数 x 的 3 倍必须等于33。因此

$$x = 11$$

这就求出了 x 的值，即第一天喷洒的亩数。

这个数对不对呢？我们来检验一下：

第一天喷洒的是 x 亩，即11亩；

第二天喷洒的是 $2x$ 亩，即 22 亩；

两天共喷洒了 $11 + 22 = 33$ 亩。

可见，所求的值 $x = 11$ 是对的。

方程中的未知数也叫做元。含有几个不同的未知数的方程就叫做几元方程。

方程中含有未知数的项的最高次数，就叫做这个方程的次数。

例如方程（1）只含有一个未知数 x，且 x 的次数是1，象这样只含一个未知数，且含未知数的项的最高次数是 1 的方程叫做一元一次方程。

能使方程两边相等的未知数的值，叫做方程的解（一元方程的解，也叫做方程的根）。

求方程解的过程叫做解方程。

根据实际问题中已知量和未知量之间的数量关系组成方程，叫做列方程。

（二）解　法

“一切矛盾着的东西，互相联系着，不但在一定条件之下共处于一个统一体中，而且在一定条件之下互相转化，……。”解方程也就是在一定条件之下将“未知数”转化成

“已知数”的过程。转化的主要方法就是将方程变形，直至最后变成 $x=c$ 的形式（x 等于一个已知数 c），这个已知数就是方程的解。

要将方程变形，我们首先要研究方程的性质。我们知道方程是含有未知数的等式，既然是一个等式，那么，一个方程就好比一个平衡着的天平，一个数就好比一个法码，从天平的两边同时拿走或加上相同重量的法码，或者同时把天平两边的法码扩大或缩小同样倍数，天平还是平衡的。根据这个道理，我们可以得到方程的两个性质。

性质 1　方程两边加上（或减去）同一个数或同一个整式，方程的解不变。

例 1　解方程　$x-5=2$.

解　方程两边都加上 5，

$$x-5+5=2+5,$$

$$x=7.$$

根据性质 1　我们可以将方程中的任何一项，改变符号后，从方程的一边移到另一边。这叫做移项。

在例 1 中，“方程两边都加上 5”可看成将方程左边的一项“-5”改变符号后，变成“$+5$”移到方程的右边。可见经过移项，可以把未知数和已知数分别集中在方程左边或右边。

性质 2　方程两边乘以（或除以）同一个不等于零的数，方程的解不变。

例 2　解方程　$\dfrac{2x+8}{3}=\dfrac{3x-6}{2}-1$.

解　两边同乘以 6，

$$2(2x+8)=3(3x-6)-6,$$

去括号，

$$4x+16=9x-18-6,$$

移项，

$$4x-9x=-18-6-16,$$

合并同类项，

$$-5x=-40,$$

两边同除以（－5），

$$x=8.$$

运用性质2，通过用未知数的系数除（或用未知数的系数的倒数乘）方程的两边，可以化未知数的系数为1。以达到最后变形成 $x=c$ 的形式（c 是已知数）。

以上所讲方程的两个性质是我们解方程的依据。

通过以上各例，我们可以总结出解一元一次方程的一般步骤如下：

1.去分母，用最简公分母乘方程两边所有各项，使方程的各项系数化成整数。

2.去括号，展开式子。

3.移项，将所有含未知数的项移到等号一边，常数项移到另一边。

4.合并同类项。

5.用未知数的系数除方程的两边，化未知数的系数为1，变方程为：

$x=c$　　（c为已知数）的形式。

例3　解方程　$\frac{2}{3}(x-2)-\frac{3}{5}(2x-1)=\frac{7}{15}(1-x)$

$$-\frac{1}{3}(x+2).$$

解 去分母，

$$10(x-2)-9(2x-1)=7(1-x)-5(x+2),$$

去括号，

$$10x-20-18x+9=7-7x-5x-10,$$

移项，

$$10x-18x+7x+5x=7-10+20-9,$$

合并同类项，

$$4x=8,$$

两边同除以 4，

$$x=2.$$

（三）应用举例

我们已经学习了一元一次方程的解法。但是，怎样根据实际问题中的数量关系列出方程呢？我们应抓住“已知”和“未知”这一对矛盾，根据它们之间的相互关系，找出等量关系，列出方程。其一般步骤是：

1.分析题意，找出未知数，用一个字母表示其中的一个未知数，用这个字母的代数式表示其它的未知量。

2.利用等量关系列出方程。

3.解方程。

4.检验求出的结果是否正确、合理，作出结论。

例 4 朝阳大队的知识青年为防治蔬菜病虫害，要给蔬菜喷洒浓度为 0.03% 的敌敌畏药水。现有浓度 50% 的敌敌畏 0.5 斤，问需加多少水方能使用？

分析：加水前后都有三种重量：药水重量，药水中所含

纯敌敌畏重量，水的重量。其中纯敌敌畏的重量在加水前后是不变的。

解 设需加水 x 斤。我们将未知数和已知数的关系列表如下：

基本关系 \ 加水前后	加水前	加水后
药水重＝纯敌敌畏＋水	0.5	$0.5+x$
浓度＝$\dfrac{纯敌敌畏重}{药水重}$	50%	0.03%
纯敌敌畏＝药水量×浓度	$0.5\times50\%$	$(0.5+x)\times0.03\%$

因为加水前后所含纯敌敌畏的重量不变，所以

$$0.5\times50\%=(0.5+x)\times0.03\%.$$

去分母，

$$0.5\times50=(0.5+x)\times0.03,$$

去括号，

$$25=0.015+0.03x,$$

移项、合并同类项，

$$0.03x=24.985,$$

两边同除以 0.03，

$$x\approx833(斤).$$

答 需加水约 833 斤.

例 5 东方红公社要建一座公路桥，计划将水、水泥、黄沙、碎石按重量比0.65：1：2.21：4.48配制混凝土29190吨，

问需要水、水泥、黄沙、碎石各多少吨？

分析：这里就是将29190吨分成 $0.65+1+2.21+4.48=8.34$份。其中水、水泥、黄沙、碎石分别占0.65，1，2.21，4.48份。这四种物质在混凝土中所占的份数不同，则所需重量也不同。而每种物质的重量等于在混凝土中所占份数乘以每份混凝土的重量。混合后的总量不变。即

各物质分量之和＝总量

解 设每等份混凝土重 x 吨，那么水重是 $0.65x$ 吨，水泥是 x 吨，黄沙是 $2.21x$ 吨，碎石是 $4.48x$ 吨，根据等量关系列方程（全部混凝土为8.34等份）

$$0.65x+x+2.21x+4.48x=29190$$

解方程，

$$x=3500(\text{吨})$$

所以 水：$0.65x=0.65\times3500=2275$(吨)

水泥：$x=3500$(吨)

黄沙：$2.21x=2.21\times3500=7735$(吨)

碎石：$4.48x=4.48\times3500=15680$(吨)

答 需要水2275吨，水泥3500吨，黄沙7735吨，碎石15680吨。

通过上面的例子，可以看出，从一个实际问题中的数量关系列出方程求解，需要分析清楚问题中的两种量和两种关系：

1.明确哪些是已知量，哪些是未知量。

2.问题所涉及的数量之间的基本关系和等量关系是什么。

如例4中，浓度问题的基本关系是：

纯敌敌畏重＝药水重×浓度，

药水重＝纯敌敌畏重＋水重．

等量关系是：

加水前纯敌敌畏重量＝加水后纯敌敌畏重量．

又如例 5 中，配制问题中的基本关系是：

每种物质重量＝在混凝土中所占份数×每份的重量．

等量关系是：

各物质分量之和＝总量．

习　　题

1．某医疗队到农村为贫下中农治病，他们要把浓度为95％的酒精600毫升稀释成杀菌力最强的浓度为 75％ 的消毒酒精，问需要加多少毫升的蒸馏水？

2．东风生产队为了确保晚稻丰收，防治螟虫，用85％的“敌百虫”药液 1 斤，配成含药0.05％的药水，问需加水多少斤？

3．向阳公社在兴修水利中需要黑色火药，他们遵照毛主席“**自力更生**”的伟大教导，自制一种由硫磺、木炭、硝酸钾三种原料的粉末，按 2∶3∶15 的比例混合成的黑色火药。今准备制造黑色火药10，000斤，问三种原料各需多少斤？

4．某农场的知识青年，遵照毛主席关于“**大力发展养猪事业**”的教导，学习先进经验，制作“中曲”发酵饲料。配制“中曲”种所用的原料是：麦麸 3 份，糖 7 份，“中曲” 0.3份，清水9.5份，现在要配制 29.7 斤“中曲”种，四种原料各需多少斤？

5. 生产队抽水站有12马力的柴油机一台，它的皮带轮直径是45厘米，转速为750转/分，要用它来带动一台水泵，水泵的转速为900转/分，问水泵皮带轮直径应为多少厘米？

第二节 可化为一元一次方程的分式方程

（一）分式方程的意义

前边我们应用一元一次方程解决了一些实际问题。但在三大革命实践中，还经常遇到分母中含有未知数的方程。如：

某工厂师傅在技术革新中，把一种旧机床改制成一种自动化的新机床，大大提高了工作效率。已知用一台旧机床和一台新机床同时加工一批零件需 4.5 小时完成，用一台旧机床单独加工这批零件需 18 小时完成。问用一台新机床单独加工这批零件需几小时？

设用一台新机床单独加工这批零件需 x 小时，则每小时完成任务的$\frac{1}{x}$.

已知一台旧机床单独加工这批零件需18小时，则每小时完成任务的$\frac{1}{18}$.

又两台机床同时加工这批零件需 4.5 小时，则每小时完成任务的$\frac{1}{4.5}=\frac{2}{9}$.

根据题意列出方程，

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{18}=\frac{2}{9}.$$

象这种分母中含有未知数的方程，叫做分式方程。如 $\frac{10}{x}=2+\frac{7}{x^2}$，$\frac{3}{x}=\frac{5}{x}+5$，$\frac{1}{1-x^2}=\frac{5}{1+x}-\frac{4}{1-x}$ 等都是分式方程。

（二）可化为一元一次方程的分式方程的解法

我们知道，求一元一次方程的解，是抓住已知和未知这对矛盾，根据方程的两个性质进行变形，从而转化未知为已知。现在要解分式方程，由于方程中出现了分式，因此主要矛盾就成了整式与分式的矛盾，通过给分式方程两边同乘以最小公分母，就把分式方程转化成整式方程，所以把分式方程的求解转化成整式方程的求解是个关键。

例 1　现在来解本节开始所列的方程

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{18}=\frac{2}{9}.$$

解　给方程两边同乘以最小公分母 $18x$，得

$$18+x=4x.$$

解此整式方程，

$$x=6.$$

将 $x=6$ 代入原分式方程进行检验，

$$左边=\frac{1}{6}+\frac{1}{18}=\frac{2}{9}=右边.$$

$\therefore$　$x=6$ 是原方程的解.

答　用一台新机床单独加工这批零件需要 6 小时。

例 2　解方程　$\frac{2}{1+x}+\frac{5}{1-x}=\frac{1}{1-x^2}$.

解 给方程两边同乘以最小公分母（$1-x^2$），使它转化成整式方程

$$2(1-x)+5(1+x)=1$$

解此整式方程，

$$x=-2。$$

将 $x=-2$ 代入原方程进行检验，

$$左边=\frac{2}{1-2}+\frac{5}{1+2}=-\frac{1}{3},$$

$$右边=\frac{1}{1-(-2)^2}=-\frac{1}{3},$$

$$左边=右边.$$

$\therefore$ $x=-2$ 是原分式方程的解。

由上两个例子就可以看出解分式方程的一般步骤是：

1.给方程两边同乘以最小公分母，使它成为整式方程。

2.解整式方程。

3.把所得的根代入原方程进行检验。

例 3 解方程 $\frac{3}{x}+\frac{1}{x-2}=\frac{4-x}{x(x-2)}$.

解 给方程两边同乘以 $x(x-2)$，

$$3(x-2)+x=4-x.$$

解此方程得 $x=2$。

将 $x=2$ 代入原方程检验时发现，其分母

$$x-2=0,\ x(x-2)=0。$$

因为分母不能为零，所以 $x=2$ 不适合原方程，即原方程无解。

这个例子告诉我们，解分式方程时必须验根。

例 4 解方程 $\frac{x}{x+c}-\frac{x}{x-c}=\frac{cx+d}{x^2-c^2}$ $(x\neq\pm c)$.

解 给方程两边同乘以(x^2-c^2)，

$$x(x-c)-x(x+c)=cx+d,$$

整理，

$$3cx=-d.$$

现在我们来讨论解的情况：

1.若$c\neq 0$，$x=-\frac{d}{3c}$.

2.若$c=0$时：

(1)$d=0$，则x可为任意数，原方程有除0以外的无数多个解。

(2)$d\neq 0$，原方程无解。

习 题

1. $\frac{3}{x}=\frac{5}{x}+5$.

2. $\frac{5}{x(x-4)}=\frac{3}{x-4}-\frac{1}{x}$.

3. $\frac{7}{x+1}-\frac{10}{x-1}=\frac{1}{x^2-1}$.

4. $\frac{x}{a+x}+\frac{x}{a-x}=\frac{b}{x^2-a^2}$.

5. 一个车工加工1,500个螺丝以后，由于改进了操作方法