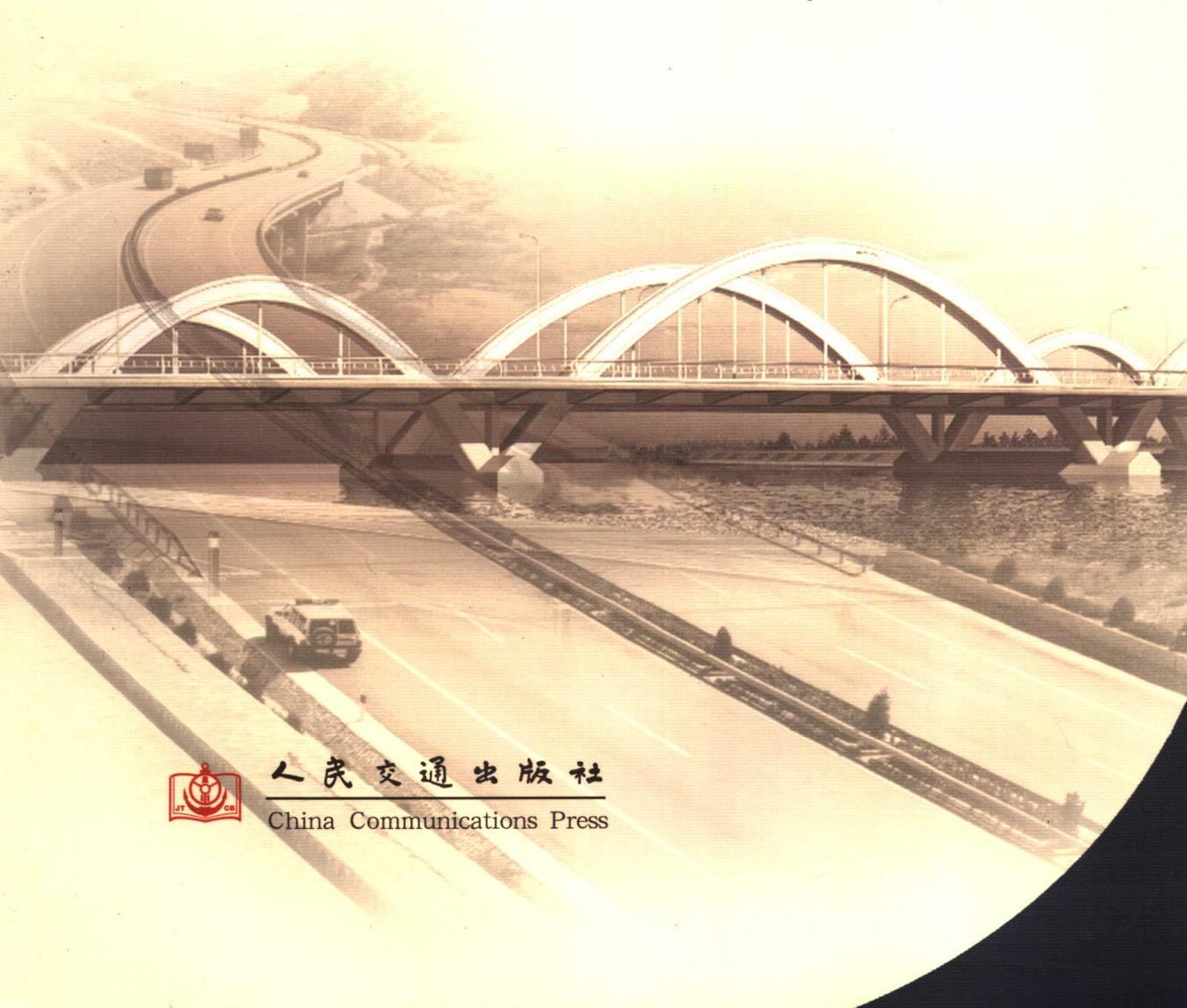




高等学校**应用型本科**规划教材

结构设计原理计算示例

主 编 赵志蒙
主 审 黄平明



人民交通出版社

China Communications Press

高等学校应用型本科规划教材

Jiegou Sheji Yuanli Jisuan Shili
结构设计原理计算示例

主编 赵志蒙

主审 黄平明

人民交通出版社

内 容 提 要

本书是高等学校应用型本科规划教材之一，配合教材《结构设计原理》编写。本着从加强实际应用的角度出发，本书编写了 114 道例题，并详细阐述了其计算内容、方法和步骤，本书是学生学习结构设计原理、加强应用能力的重要参考书。

本书可作为应用型本科院校学生、继续教育学院本专科学生及高职高专院校专升本学生的教材，也可供工程技术人员参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

结构设计原理计算示例 / 赵志蒙主编. —北京 : 人民交通出版社, 2007.3

ISBN 978 - 7 - 114 - 06446 - 3

I . 结… II . 赵… III . 建筑结构 - 结构设计 - 工程计算
IV . TU318

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 033819 号

高等学校应用型本科规划教材

书 名：结构设计原理计算示例

著 作 者：赵志蒙

责 编：毛 鹏

出版发行：人民交通出版社

地 址：(100011)北京市朝阳区安定门外馆斜街 3 号

网 址：<http://www.cypress.com.cn>

销售电话：(010)85285838, 85285995

总 经 销：北京中交盛世书刊有限公司

经 销：各地新华书店

印 刷：北京凯通印刷厂

开 本：787 × 1092 1/16

印 张：23.5

字 数：588 千

版 次：2007 年 5 月 第 1 版

印 次：2007 年 5 月 第 1 次印刷

书 号：ISBN 978 - 7 - 114 - 06446 - 3

印 数：0001 ~ 4000 册

定 价：40.00 元

(如有印刷、装订质量问题的图书由本社负责调换)

21世纪交通版

高等学校应用型本科规划教材

编 委 会

主任委员：张起森

副主任委员：（按姓氏笔画序）

万德臣	马鹤龄	王 彤	刘培文
伍必庆	李香菊	张维全	杨少伟
杨渡军	赵丕友	赵永平	倪宏革
章剑青			

编写委员：（按姓氏笔画序）

于吉太	于少春	王丽荣	王保群
朱 霞	张永清	陈道军	赵志蒙
查旭东	高清莹	曹晓岩	葛建民
韩雪峰	蔡 琨		

主要参编院校：长沙理工大学 长安大学
重庆交通大学 东南大学
华中科技大学 山东交通学院
黑龙江工程学院 内蒙古大学
北京交通管理干部学院 辽宁交通高等专科学校
鲁东大学

秘书组：毛 鹏 岑 瑜（人民交通出版社）

前　　言

《结构设计原理计算示例》是为了配合高等学校应用型本科教材《结构设计原理》而编写的，其所依据的规范是交通部2004年以后最新颁发的《公路桥涵设计通用规范》(JTG D60—2004)、《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范》(JTG D62—2004)和《公路圬工桥涵设计规范》(JTG D61—2005)等国家行业标准，以下统称为《公路桥规》。

本书分为钢筋混凝土结构、预应力混凝土结构、圬工结构、钢结构和钢—混凝土组合构件五篇共十四章，主要内容包括计算图式、基本公式、适用条件(构造要求)和计算示例等部分，此外为了满足读者学习的需要，书后还有计算常用附表。鉴于有关结构的计算原理和方法已在课程教材中讲授，本书仅列出计算图式、基本公式和适用条件(构造要求)。

本书从应用角度出发，编写了114道例题，较全面地介绍了新规范的使用方法和注意事项。学生通过对本书计算实例的学习，可以加深对各类构件设计原理的理解，熟悉其具体的计算内容、方法步骤以及构造要求等。本书不仅可以作为在校学生学习的参考书，也可供有关技术人员参考。

本书第一篇和第三篇由内蒙古大学赵志蒙编写，第二篇由内蒙古大学陈多鳩编写，第四篇和第五篇由内蒙古大学刘润星编写。全书由内蒙古大学赵志蒙担任主编，长安大学黄平明教授担任主审。

在本书的编写过程中得到了人民交通出版社公路图书出版中心及责任编辑的大力支持与帮助，在此表示衷心的感谢。

本书的编写力求理论联系实际，突出应用的特点，做到内容全面、类型具体、方法正确、步骤严谨，但由于编者水平有限，特别是对新颁布的《公路桥规》的理解不够精深，缺点和错误在所难免，恳请广大读者和同行专家批评指正。

作　者

2007年1月于呼和浩特

目 录

第一篇 钢筋混凝土结构

基本符号	1
第一章 受弯构件正截面承载力计算	5
一、单筋矩形截面	5
二、双筋矩形截面	14
三、翼缘位于受压区的单筋 T 形截面	19
四、翼缘位于受压区的双筋 T 形截面	27
第二章 受弯构件斜截面承载力计算	31
一、斜截面抗剪承载力计算	31
二、斜截面抗弯承载力计算	32
三、综合应用示例	33
第三章 受扭构件承载力计算	47
一、矩形截面	47
二、T 形、工字形和箱形截面	53
第四章 受压构件承载力计算	62
一、配有纵向钢筋和普通箍筋的轴心受压构件（普通箍筋柱）	62
二、配有纵向钢筋和螺旋箍筋的轴心受压构件（螺旋箍筋柱）	64
三、矩形截面偏心受压构件	68
四、工字形和 T 形截面偏心受压构件	86
五、圆形截面偏心受压构件	107
六、双向偏心受压构件正截面承载力计算	112
第五章 受拉构件承载力计算	118
一、轴心受拉构件	118
二、小偏心受拉构件	119
三、大偏心受拉构件	123
第六章 受弯构件应力、裂缝和变形计算	133
一、换算截面的几何特性计算	133
二、受弯构件的应力计算	141
三、受弯构件的裂缝宽度验算	146
四、受弯构件的变形验算	149

第二篇 预应力混凝土结构

第一章 预应力混凝土受弯构件的设计与计算	155
一、截面几何特性计算	155

二、张拉控制应力和预应力损失计算	158
三、施工和使用阶段的应力计算	165
四、正截面和斜截面承载力计算	175
五、局部承压区的计算	185
六、变形验算	187
七、综合应用示例	189
第二章 部分预应力混凝土结构	215
一、预应力钢筋及非预应力钢筋数量的确定	215
二、B类构件的应力、裂缝和变形计算	218
三、综合应用示例	229

第三篇 坎工结构

基本符号	247
第一章 坎工结构构件的承载力计算	249
一、受压构件的承载力计算	249
二、截面局部承压以及受弯、受剪构件的承载力计算	258

第四篇 钢 结 构

基本符号	260
第一章 钢结构的连接	262
一、焊缝连接	262
二、普通螺栓连接	272
三、高强度螺栓连接	281
第二章 钢桁架节点设计	288
一、实腹式轴心受拉构件	288
二、实腹式轴心受压构件	292
三、格构式轴心受压构件	296
四、实腹式拉弯与压弯构件	305
五、钢桁架节点强度计算	311
第三章 钢板梁	318
一、钢板梁的强度计算	318
二、钢板梁的刚度计算	319
三、钢板梁的整体稳定计算	320
四、钢板梁加劲肋的设计与局部稳定计算	320

第五篇 钢—混凝土组合构件

第一章 钢—混凝土组合梁	327
一、截面设计	327

二、温差、混凝土收缩及徐变对组合梁的影响.....	330
三、连接件设计.....	333
第二章 钢管混凝土结构.....	339
一、钢管混凝土轴心受压短柱的极限分析.....	339
二、钢管混凝土构件的承载力计算.....	340
附表.....	346
参考文献.....	363

第一篇 钢筋混凝土结构

基本符号*

1. 材料性能有关符号

C40——表示立方体强度标准值为 40MPa 的混凝土强度等级；

f_{cu} ——边长为 150mm 的混凝土立方体抗压强度；

f'_{cu} ——边长为 150mm 的施工阶段混凝土立方体抗压强度；

$f_{cu,k}$ ——边长为 150mm 的混凝土立方体抗压强度标准值；

f_{ck}, f_{cd} ——混凝土轴心抗压强度标准值、设计值；

f_{tk}, f_{td} ——混凝土轴心抗拉强度标准值、设计值；

f'_{ck}, f'_{tk} ——短暂状况施工阶段的混凝土轴心抗压、抗拉强度标准值；

f_{sk}, f_{sd} ——普通钢筋抗拉强度标准值、设计值；

f_{pk}, f_{pd} ——预应力钢筋抗拉强度标准值、设计值；

f'_{sd}, f'_{pd} ——普通钢筋、预应力钢筋抗压强度设计值；

E_c ——混凝土弹性模量；

G_c ——混凝土剪变模量；

α_c ——混凝土线膨胀系数；

E_s, E_p ——普通钢筋、预应力钢筋的弹性模量。

2. 作用和作用效应有关符号

M_d ——弯矩组合设计值；

M_{du} ——弯矩承载力设计值；

M_s, M_l ——按作用短期效应组合、长期效应组合计算的弯矩值；

M_0 ——预应力混凝土结构的消压弯矩；

M_k ——弯矩组合标准值；

M_{cr} ——受弯构件正截面的开裂弯矩值；

M_{1Gd} ——组合式受弯构件第一阶段结构自重产生的弯矩设计值；

M_{2Gd} ——组合式受弯构件第二阶段结构自重产生的弯矩设计值；

M_{1Qd} ——组合式受弯构件第一阶段结构自重外的荷载产生的弯矩设计值；

M_{2Qd} ——组合式受弯构件第二阶段结构自重外的可变作用产生的弯矩设计值；

N_d ——轴向力组合设计值；

N_{du} ——构件截面轴心受压承载力设计值；

注：本节所列基本符号同时适用于第一篇和第二篇。

N_{ux} , N_{uy} ——轴向力作用于截面 x 轴、 y 轴的偏心受压承载力设计值；
 N_p ——后张法构件预应力钢筋和普通钢筋的合力；
 N_{po} ——构件混凝土法向应力等于零时预应力钢筋和普通钢筋的合力；
 F_{lk} , F_{ld} ——集中反力或局部压力标准值、设计值；
 H_d ——拱的水平推力设计值；
 T_d ——扭矩组合设计值；
 V_d ——剪力组合设计值；
 V_{cs} ——构件斜截面内混凝土和箍筋共同的抗剪承载力设计值；
 V_{sb} ——与构件斜截面相交的普通弯起钢筋抗剪承载力设计值；
 V_{pd} ——与构件斜截面相交的预应力弯起钢筋抗剪承载力设计值；
 σ_s , σ_p ——正截面承载力计算中纵向普通钢筋、预应力钢筋的应力或应力增量；
 σ_{po} , σ'_{po} ——截面受拉区、受压区纵向预应力钢筋合力点处混凝土法向应力等于零时预应力钢筋的应力；
 σ_{pc} ——由预加力产生的混凝土法向预压应力；
 σ_{pe} , σ'_{pe} ——截面受拉区、受压区纵向预应力钢筋的有效预应力；
 σ_{st} , σ_{lt} ——在作用（或荷载）短期效应组合、长期效应组合下，构件抗裂边缘混凝土的法向拉应力；
 σ_{tp} , σ_{cp} ——构件混凝土中的主拉应力、主压应力；
 σ_{ss} ——由作用短期效应组合产生的开裂截面纵向受拉钢筋的应力；
 σ_{con} , σ'_{con} ——构件受拉区、受压区预应力钢筋张拉控制应力；
 σ_l , σ'_l ——构件受拉区、受压区预应力钢筋相应阶段的预应力损失；
 τ ——构件混凝土的剪应力；
 σ_{pt} ——由预加应力产生的混凝土法向拉应力；
 σ_{kc} , σ_{kt} ——由作用（或荷载）标准值产生的混凝土法向压应力、拉应力；
 σ_{ec} ——构件开裂截面按使用阶段计算的混凝土法向压应力；
 W_{fk} ——计算的受弯构件特征裂缝宽度。

3. 几何参数有关符号

a , a' ——构件受拉区、受压区普通钢筋和预应力钢筋合力点至截面近边缘的距离；
 a_s , a_p ——构件受拉区普通钢筋合力点、预应力钢筋合力点至受拉区边缘的距离；
 a'_s , a'_p ——构件受压区普通钢筋合力点、预应力钢筋合力点至受压区边缘的距离；
 b ——矩形截面宽度，T形或工形截面腹板宽度；
 h ——截面高度；
 h_0 , h'_0 ——截面有效高度；
 b_f , b'_f ——T形或工形截面受拉区、受压区的翼缘宽度；
 h_f , h'_f ——T形或工形截面受拉区、受压区的翼缘高度；
 t_1 ——箱形截面长边壁厚；
 t_2 ——箱形截面短边壁厚；
 d_{cor} ——构件截面的核心直径；
 c ——混凝土净保护层厚度；
 r ——圆形截面半径；

r_s ——圆形截面构件纵向钢筋所在的圆周的半径；
 e_0 ——轴向力对截面重心轴的偏心距；
 e, e' ——轴向力作用点至受拉区纵向钢筋合力点、受压区纵向钢筋合力点的距离；
 e_s, e_p ——轴向力作用点至受拉区纵向普通钢筋合力点、预应力钢筋合力点的距离；
 e'_s, e'_p ——轴向力作用点至受压区纵向普通钢筋合力点、预应力钢筋合力点的距离；
 e_{po}, e_{pn} ——预应力钢筋与普通钢筋的合力对换算截面、净截面重心轴的偏心距；
 i ——截面的回转半径；
 L_0 ——受压构件的计算长度；
 l ——受压构件节点间的长度；
 L ——受弯构件的计算跨径；
 l_n ——受弯构件的净跨径；
 S ——沿构件轴线方向上螺旋形钢筋或焊接环式钢筋的螺距或间距；
 S_v ——箍筋或竖向预应力钢筋的间距；
 x ——截面受压区的高度；
 Z ——内力臂，即纵向受拉钢筋合力点至混凝土受压区合力点之间的距离；
 y_0, y_n ——构件换算截面重心、净截面重心至截面计算纤维处的距离；
 y_p, y'_p ——构件受拉区、受压区预应力钢筋合力点至换算截面重心轴的距离；
 y_{pn}, y'_{pn} ——构件受拉区、受压区预应力钢筋合力点至净截面重心轴的距离；
 y_s, y'_s ——构件受拉区、受压区普通钢筋重心至换算截面重心轴的距离；
 y_{sn}, y'_{sn} ——构件受拉区、受压区普通钢筋重心至净截面重心轴的距离；
 A_o, A_n ——构件换算截面面积、净截面面积；
 A ——构件毛截面面积；
 A_s, A'_s ——构件受拉区、受压区纵向普通钢筋的截面面积；
 A_p, A'_p ——构件受拉区、受压区纵向预应力钢筋的截面面积；
 A_{sb}, A_{pb} ——同一弯起平面内普通弯起钢筋、预应力弯起钢筋的截面面积；
 A_{sv} ——同一截面内箍筋各肢的总截面面积；
 A_{sv1} ——箍筋单肢的截面面积；
 A_{cor} ——钢筋网、螺旋筋或箍筋范围以内的混凝土核心面积；
 A_{so} ——螺旋式或环式间接钢筋的换算截面面积；
 A_{s01} ——单根间接钢筋的截面面积；
 A_{st} ——纯扭计算中沿截面周边对称配置的全部纵向钢筋的截面面积；
 A_l, A_{ln} ——混凝土局部受压面积、局部受压净面积；
 A_{cr} ——开裂截面换算截面面积；
 W ——毛截面受拉边缘的弹性抵抗矩；
 W_o, W_n ——换算截面、净截面受拉边缘的弹性抵抗矩；
 S_o, S_n ——换算截面、净截面计算纤维以上（或以下）部分面积对截面重心轴的面积矩；
 I ——毛截面惯性矩；
 I_o, I_n ——换算截面、净截面的惯性矩；
 I_{cr} ——开裂截面换算截面惯性矩；

B ——开裂构件等效截面的抗弯刚度；
 B_0 ——全截面换算截面的抗弯刚度；
 B_{cr} ——开裂截面换算截面的抗弯刚度。

4. 计算系数及其他有关符号

- γ_0 ——桥梁结构的重要性系数；
 α_1 ——连续梁和悬臂梁的抗剪承载力计算时异号弯矩影响系数；
 α_2 ——预应力混凝土受弯构件抗剪承载力计算时预应力提高系数；
 α_3 ——T形或工字形截面构件抗剪承载力计算时受压翼缘影响系数；
 φ ——轴心受压构件稳定系数；
 η ——偏心受压构件轴向力偏心距增大系数；
 A, B ——圆形截面偏心受压构件正截面抗压承载力计算时，有关混凝土承载力计算系数；
 C, D ——圆形截面偏心受压构件正截面抗压承载力计算时，有关纵向钢筋承载力计算系数；
 β_a ——箱形截面抗扭承载力计算时有效壁厚折减系数；
 β_t ——剪扭构件混凝土抗扭承载力降低系数；
 β ——计算构件承载力时，截面受压区矩形应力图高度与实际受压区高度的比值，或混凝土局部承压强度提高系数；
 β_{cor} ——配置间接钢筋时局部承压承载力提高系数；
 C_1 ——计算构件裂缝宽度时钢筋表面形状系数；
 C_2 ——计算构件裂缝宽度时作用（或荷载）长期效应影响系数；
 C_3 ——计算构件裂缝宽度时与构件形式有关的系数；
 γ ——受拉区混凝土塑性影响系数；
 η_b ——构件挠度长期增长系数；
 α_{Es}, α_{Ep} ——普通钢筋弹性模量、预应力钢筋弹性模量与混凝土弹性模量的比值；
 m ——计算斜截面剪跨比或广义剪跨比；
 ρ_{sv} ——箍筋配筋率；
 ρ ——纵向受拉钢筋配筋率；
 ρ_v ——间接钢筋体积配筋率；
 μ ——摩擦系数；
 $\epsilon_{cs}(t, t_0)$ ——预应力钢筋传力锚固龄期为 t_0 时，计算龄期为 t 时的混凝土收缩应变；
 $\phi(t, t_0)$ ——加载龄期为 t_0 时，计算龄期为 t 时的混凝土徐变系数。

第一章 受弯构件正截面承载力计算

一、单筋矩形截面

(一) 计算图式 (如图 1-1-1 所示)

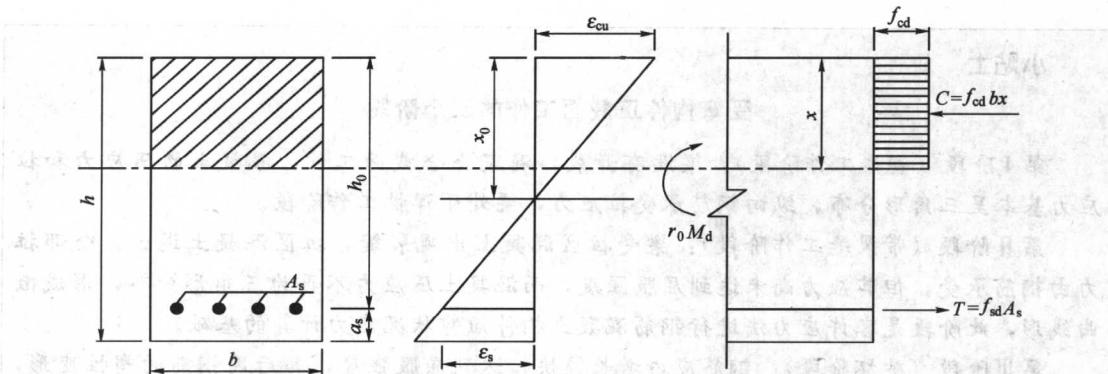


图 1-1-1 单筋矩形截面受弯构件正截面承载力计算图示

小贴士

受弯构件正截面的三种破坏形态

1. 适筋梁塑性破坏：配筋适当的梁 ($\rho_{min} \leq \rho$ 且 $\xi \leq \xi_b$)，其破坏特点是受拉钢筋先达到屈服强度，随后受压区混凝土达到抗压强度极限值，由于破坏时钢筋经历较大的塑性伸长，引起裂缝开展和挠度急剧增加，所以适筋梁是属于具有明显破坏征兆的塑性破坏。
2. 超筋梁脆性破坏：梁内配筋过多 ($\rho > \rho_{max}$ 或 $\xi > \xi_b$)，其破坏特点是受拉钢筋尚未达到屈服强度前，受压区混凝土边缘已达到抗压强度极限值，由于破坏是混凝土局部压碎而导致梁的破坏，所以超筋梁破坏是属于没有明显破坏征兆的、既不经济又不安全的脆性破坏。
3. 少筋梁脆性破坏：梁内配筋过少 ($\rho < \rho_{min}$)，其破坏特点是受拉区混凝土一旦开裂，受拉钢筋立即达到屈服强度，并进入强化阶段，此时裂缝迅速向上延伸开展，宽度很大，即使受压区混凝土尚未压碎，因裂缝宽度过大，破坏突然，而属于没有明显破坏征兆的脆性破坏。

在实际设计中，通常是通过 $\rho_{min} \leq \rho$ 且 $\xi \leq \xi_b$ 来防止梁发生超筋梁脆性破坏和少筋梁脆性破坏，而保证梁发生既经济又安全的适筋梁塑性破坏。

(二) 基本公式

$$f_{cd}bx = f_{sd}A_s \quad (1-1-1)$$

$$\gamma_0 M_d \leq f_{cd} b x \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) \quad (1-1-2)$$

$$\gamma_0 M_d \leq f_{sd} A_s \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) \quad (1-1-3)$$

(三) 适用条件

$$x \leq \xi_b h_0$$

$$\rho = \frac{A_s}{bh_0} \geq \rho_{min} = 0.45 \frac{f_{td}}{f_{sd}}, \text{且不小于 } 0.2\% \quad (1-1-4)$$

小贴士

受弯构件正截面工作的三个阶段

第Ⅰ阶段（整体工作阶段）：梁没有开裂，混凝土全截面工作，混凝土的压应力和拉应力基本呈三角形分布，纵向钢筋承受拉应力，梁处于弹性工作阶段。

第Ⅱ阶段（带裂缝工作阶段）：梁受拉区混凝土出现裂缝，拉区混凝土退出，全部拉力由钢筋承受，但其应力尚未达到屈服强度，而混凝土压应力不再为三角形分布，形成微曲线形，此阶段是容许应力法进行钢筋混凝土构件短暂状况应力计算的基础。

第Ⅲ阶段（破坏阶段）：钢筋应力增长较快，达到屈服强度，其后因钢筋的塑性变形，裂缝扩展，中性轴上移，混凝土的应力随之达到极限抗压强度，上缘混凝土压碎，导致全梁破坏，此阶段是承载能力极限状态法的计算基础。

(四) 计算示例

【例 1-1-1】 已知矩形截面梁的尺寸为 $b=250\text{mm}$, $h=500\text{mm}$, 承受弯矩组合设计值 $M_d=115\text{kN}\cdot\text{m}$, 结构重要性系数 $\gamma_0=1.0$, 采用 C20 混凝土和 HRB335 钢筋, 相关的设计参数为 $f_{cd}=9.2\text{MPa}$, $f_{td}=1.06\text{MPa}$, $f_{sd}=280\text{MPa}$, $\xi_b=0.56$ 。求受拉钢筋截面面积。

解：采用绑扎钢筋骨架，受拉钢筋按一层布置，设 $a_s=45\text{mm}$ ，则有效高度为 $h_0=h-a_s=500-45=455\text{(mm)}$ 。

1. 计算混凝土受压区高度

将各已知值代入公式 (1-1-2) 可得：

$$1.0 \times 115 \times 10^6 = 9.2 \times 250x \left(455 - \frac{x}{2} \right)$$

化简整理后为：

$$x^2 - 910x + 100000 = 0$$

解得：

$$x = 128\text{mm} < \xi_b h_0 = 0.56 \times 455 = 255\text{(mm)}$$

2. 计算受拉钢筋截面面积

由公式 (1-1-1) 可得：

$$A_s = \frac{f_{cd}bx}{f_{sd}} = \frac{9.2 \times 250 \times 128}{280} = 1051(\text{mm}^2)$$

3. 选择并布置钢筋

选用 2 Φ 20 + 2 Φ 18 (外径分别为 22.7mm 和 20.5mm) 的钢筋, 实际供给钢筋截面面积为 $A_s = 1137 \text{ mm}^2$, 按一排布置钢筋, 如图 1-1-2 所示, 矩形截面梁所需截面最小宽度为: $b_{\min} = 2 \times 30 + 3 \times 30 + 2 \times 22.7 + 2 \times 20.5 = 236 \text{ (mm)} < b = 250 \text{ mm}$; 取 $a_s = 45$, 净保护层厚度为: $C = 45 - 22.7/2 = 33.7$, $h_0 = 500 - 45 = 455 \text{ mm}$, 实际配筋率: $\rho = \frac{A_s}{bh_0} = \frac{1137}{250 \times 455} = 1.0\% \geq \rho_{\min} = 0.45 \frac{f_{td}}{f_{sd}} = 0.45 \times \frac{1.06}{280} = 0.17\%$, 即配筋率应不小于 0.17%, 且不应小于 0.2%, 故取 $\rho_{\min} = 0.2\%$, 满足要求。

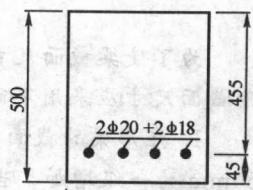


图 1-1-2 钢筋布置图
(尺寸单位: mm)

小贴士

混凝土最小净保护层厚度要求

- 为了防止钢筋外露锈蚀, 钢筋边缘到构件边缘的混凝土净保护层厚度, 应符合《公路桥规》规定的最小混凝土净保护层厚度 (mm) 要求, 具体内容详见附表 1-8;
- 确定最小混凝土净保护层厚度, 关系到结构耐久性设计问题, 本书的计算示例均按 I 类环境条件取值, 在实际设计中, 应根据实际环境条件和构件类型按规定取值。

【例 1-1-2】 已知矩形截面梁承受的弯矩组合设计值 $M_d = 215 \text{ kN} \cdot \text{m}$, 结构重要性系数 $\gamma_0 = 1.0$, 采用 C25 混凝土和 HRB335 级钢筋, 相关的设计参数为 $f_{cd} = 11.5 \text{ MPa}$, $f_{td} = 1.23 \text{ MPa}$, $f_{sd} = 280 \text{ MPa}$, $\xi_b = 0.56$ 。求梁的截面尺寸和受拉钢筋截面面积。

解: 对矩形截面尺寸和受拉钢筋截面面积未知的梁必须预先假定两个未知数才能求解, 考虑到截面尺寸模数化和经济配筋率, 首先假定梁宽 $b = 250 \text{ mm}$, 配筋率 $\rho = 0.01$ (或直接选取一个 ξ 值)。

1. 计算梁高

将 $x = \xi h_0$, $A_s = \rho b h_0$ 代入公式 (1-1-1) 得:

$$\xi = \rho \frac{f_{sd}}{f_{cd}} = 0.01 \times \frac{280}{11.5} = 0.2435 < \xi_b = 0.56$$

代入公式 (1-1-2) 求梁的有效高度:

$$\gamma_0 M_d \leq f_{cd} b h_0^2 \xi \left(1 - \frac{\xi}{2}\right)$$

$$h_0 \geq \sqrt{\frac{\gamma_0 M_d}{f_{cd} b \xi \left(1 - 0.5 \xi\right)}} = \sqrt{\frac{1.0 \times 215 \times 10^6}{11.5 \times 250 \times 0.2435 \times (1 - 0.5 \times 0.2435)}} = 591.4 \text{ (mm)}$$

采用绑扎钢筋骨架, 受拉钢筋按一层布置, 设 $a_s = 45 \text{ mm}$, 则梁的高度为 $h = h_0 + a_s = 591.4 + 45 = 636.4 \text{ mm}$ 。考虑截面尺寸模数化, $h = 650 \text{ mm}$, $b = 250 \text{ mm}$ 高宽比 $h/b = 650/250 = 2.6$, 则梁的实际有效高度为:

$$h_0 = h - a_s = 650 - 45 = 605 \text{ (mm)}$$

小贴士

截面尺寸模数化要求

为了使梁截面尺寸有统一的标准，同时考虑施工制模的方便，对常见的矩形截面和T形截面尺寸应采用下面模数化的尺寸要求：

1. 矩形梁的截面宽度，一般取150mm、180mm、200mm、220mm、250mm，以后按50mm为一级增加，当梁高超过800mm时，以100mm为一级；矩形梁的高宽比一般为2.5~3；

2. T形截面梁的高度与梁的跨度、间距和荷载大小有关；公路桥梁中大量采用的T形简支梁桥，其梁高与跨径之比约为1/10~1/20；T形梁的上翼缘尺寸，应根据行车道板的受力和构造要求确定；T形梁的腹板（梁肋）宽度与配筋形式有关：当采用焊接骨架配筋时，腹板宽度不应小于140mm，一般取160~220mm；当采用单根钢筋配筋时，腹板宽度较大，具体尺寸应根据布置钢筋的要求确定。

2. 计算混凝土受压区高度

将各已知值代入公式(1-1-2)可得：

$$1.0 \times 215 \times 10^6 = 11.5 \times 250x \left(605 - \frac{x}{2} \right)$$

化简整理后为：

$$x^2 - 1210x + 149565 = 0$$

解得：

$$x = 139.8 \text{ mm} < \xi_b h_0 = 0.56 \times 605 = 338.8 \text{ (mm)}$$

3. 计算受拉钢筋截面面积

由公式(1-1-1)可得：

$$A_s = \frac{f_{cd}bx}{f_{sd}} = \frac{11.5 \times 250 \times 139.8}{280} = 1435.5 \text{ (mm}^2\text{)}$$

4. 选择并布置钢筋

选用3Φ25（外径为28.4mm）的钢筋，钢筋实际供给截面面积为 $A_s=1473 \text{ mm}^2$ ，按一排布置钢筋，矩形截面梁所需最小宽度为：

$$b_{min} = 2 \times 30 + 2 \times 30 + 3 \times 28.4 = 205.2 \text{ (mm)} < b = 250 \text{ mm}$$

设梁的净保护层厚度 $C=30 \text{ mm}$ ，则 $a_s=30+28.4/2=44.2 \text{ (mm)}$ ，

取 $a_s=45 \text{ mm}$ ， $h_0=650-45=605 \text{ (mm)}$ ，实际配筋率 $\rho=\frac{A_s}{bh_0}=\frac{1473}{250 \times 605}=0.97\% \geqslant \rho_{min}=0.45 \frac{f_{td}}{f_{sd}}=0.45 \times \frac{1.23}{280}=0.198\%$ ，即配筋

$\frac{1473}{250 \times 605}=0.97\% \geqslant \rho_{min}=0.45 \frac{f_{td}}{f_{sd}}=0.45 \times \frac{1.23}{280}=0.198\%$ ，即配筋

率应不小于0.198%，且不应小于0.2%，故取 $\rho_{min}=0.2\%$ ，满足要求（如图1-1-3所示）。

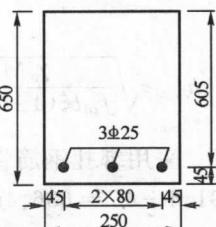


图 1-1-3 钢筋布置图
(尺寸单位: mm)

【例 1-1-3】 已知矩形截面受弯构件，截面尺寸为 $b=200\text{mm}$, $h=500\text{mm}$, 承受弯矩组合设计值为 $M_d=210\text{kN}\cdot\text{m}$, 结构重要性系数 $\gamma_0=1.1$, 采用 C25 混凝土和 R235 钢筋, 相关的设计参数为 $f_{cd}=11.5\text{MPa}$, $f_{yd}=1.23\text{MPa}$, $f_{sd}=195\text{MPa}$, $\xi_b=0.62$ 。求受拉钢筋截面面积。

解：采用绑扎钢筋骨架，受拉钢筋按一层布置，设 $a_s=45\text{mm}$, 则有效高度为 $h_0=h-a_s=500-45=455\text{ (mm)}$ 。

将各已知值代入公式 (1-1-2) 可得：

$$1.1 \times 210 \times 10^6 = 11.5 \times 200x \left(455 - \frac{x}{2}\right)$$

化简整理后为：

$$x^2 - 910x + 200870 = 0$$

解得：

$$x = 376.5\text{mm} > \xi_b h_0 = 0.62 \times 455 = 282.1\text{(mm)}$$

不满足要求。

显然，该受弯构件为一超筋梁，将发生既不经济又不安全的脆性破坏，在工程设计中应予以避免。这说明本题在给定的条件下，不能设计成单筋矩形截面的适筋梁，但可以通过采取增加截面尺寸或提高混凝土强度等级或改为双筋截面设计等措施，转化为既经济又安全的塑性破坏的适筋梁。

若仍采用单筋矩形截面设计，可通过重新确定单筋矩形截面尺寸（在此忽略梁高变化带来的自重弯矩的变化）或提高混凝土强度等级的方法予以解决。

取 $\xi=0.6\xi_b=0.6 \times 0.62=0.372 < \xi_b=0.62$ 。

解法一：采用只增加梁高的方法

1. 计算梁高

由公式 $\gamma_0 M_d \leq f_{cd} b x \left(h_0 - \frac{x}{2}\right)$ 整理变化为： $\gamma_0 M_d \leq f_{cd} b h_0^2 \xi \left(1 - \frac{\xi}{2}\right)$, 并得：

$$h_0 \geq \sqrt{\frac{\gamma_0 M_d}{f_{cd} b \xi (1 - 0.5 \xi)}} = \sqrt{\frac{1.1 \times 210 \times 10^6}{11.5 \times 200 \times 0.372 \times (1 - 0.5 \times 0.372)}} = 575.9\text{mm}$$

所以 $h=h_0+a_s=575.9+45=620.9\text{ (mm)}$ 。考虑到截面尺寸模数化取整，新选定的截面尺寸为 $h=650\text{mm}$, $b=200\text{mm}$, 高宽比 $h/b=650/200=3.25$ (略偏大)，有效高度为 $h_0=h-a_s=650-45=605\text{ (mm)}$ 。

2. 计算混凝土受压区高度

将各已知值代入公式 (1-1-2) 可得：

$$1.1 \times 210 \times 10^6 = 11.5 \times 200x \left(605 - \frac{x}{2}\right)$$

化简整理后为：

$$x^2 - 1210x + 200870 = 0$$

解得：

$$x = 198.6\text{mm} < \xi_b h_0 = 0.62 \times 605 = 375.1\text{(mm)}$$

符合要求。