名师导学 全程培优

数学

初中 二年级

(八年级)

- 名师导学
- 优化设计
- 全程培优
- 目标重高

ZJJ&C

编者的话

考上心目中理想的重点高中，这是每一个初中学生的迫切愿望，也是每一位家长对自己孩子的殷切期盼。

怎样才能使这一美好的愿望成为现实呢？我们这一套《名师导学·全程培优》丛书，就是为帮助同学们在三年的初中学习中，不断解决疑难问题，优化学习方法，提高学习效率，掌握扎实的学科基础知识，并顺利实现考上理想重高这一美好愿望而编写的。整套书分语文、数学、英语和科学，每科每学年一册。每册联系教学进程，配合单元学习。

参加本书编写的作者是一些有着丰富教学经验的特级教师和优秀骨干教师。他们在编写中针对新时期、新课标和中考新要求，结合教学实际，讲求实用，追求实效，围绕中考，突出培优。在每个单元的编写中精心设计了以下栏目：

一、问题聚焦、疑难点拨：根据同学们在中考知识点的学习中碰到的疑难(包括知识上和方法上)问题，给予分析、解疑和点拨，帮助同学们理清学习上的思路，扫除学习上的障碍。特点是针对性强，要言不烦。

二、案例探究、思维拓展：选择与中考知识点相关的典型例题，进行分析探究，拓展同学们的思维，目的是把碰到的问题具体化、实际化，在实际应用中得到解决。在分析和解答例题时，还适度延伸问题，拓展问题，从而培养同学们从多角度思考问题。

三、提高训练、备考创新：配置两组中考针对性训练题。前一组为A组题，后一组为B组题，并收入了部分全国各地的历年中考题。

相信同学们会喜欢这套丛书，也相信该丛书能为同学们顺利考上心目中的理想重点高中助一臂之力。如果同学们对本书内容有疑问或建议，可通过电子信箱直接与本书作者联系。E-mail：whq701@126.com。

本书由丁沛华、王红权主编，参加编写的有丁沛华、王红权、徐小路、沈一峰、张钟浩、张维娟、王业奇、周宗格、陈辛刚、严国元、谢丙秋、李馨、王明月、倪善松、傅国阳、孔兰香、姚琪翔、占红鹰、詹红歌、沈卫平、段春炳、李毅中。

2007年3月

目录

上 册

第一章　平行线 …… 1
　第一单元　平行线(§1.1～§1.4) …… 1
第二章　特殊三角形 …… 11
　第一单元　等腰三角形(§2.1～§2.4) …… 11
　第二单元　直角三角形(§2.5～§2.7) …… 20
第三章　直棱柱 …… 28
　第一单元　直棱柱(§3.1～§3.4) …… 28
第四章　样本与数据分析初步 …… 36
　第一单元　样本与数据分析初步(§4.1～§4.5) …… 36
第五章　一元一次不等式 …… 46
　第一单元　一元一次不等式的解法(§5.1～§5.3) …… 46
　第二单元　一元一次不等式组的解法及应用(§5.4) …… 53
第六章　图形与坐标 …… 62
　第一单元　图形与坐标(§6.1～§6.3) …… 62
第七章　一次函数 …… 72
　第一单元　函数基础(§7.1～§7.2) …… 72
　第二单元　一次函数图象及应用(§7.3～§7.5) …… 82
　第三单元　函数、方程、不等式 …… 93
　第四单元　生活中的数学 …… 102
初二年级(上)期中评估试卷 …… 115

初二年级(上)期末评估试卷 …… 120

下 册

第一章 二次根式 …… 127
第一单元 二次根式(§1.1～§1.3) …… 127
第二章 一元二次方程 …… 134
第一单元 一元二次方程的解法(§2.1～§2.2) …… 134
第二单元 一元二次方程的应用(§2.3) …… 141
第三章 频数及其分布 …… 149
第一单元 频数及其分布(§3.1～§3.3) …… 149
第四章 命题与证明 …… 161
第一单元 命题与证明(§4.1～§4.2) …… 161
第二单元 证法研究(§4.3～§4.5) …… 168
第五章 平行四边形 …… 176
第一单元 平行四边形(§5.1～§5.5) …… 176
第二单元 三角形的中位线及综合(§5.6～§5.7) …… 185
第六章 特殊平行四边形与梯形 …… 195
第一单元 特殊平行四边形(§6.1～§6.3) …… 195
第二单元 梯形(§6.4) …… 205
第三单元 生活中的数学 …… 215
初二年级(下)期中评估试卷 …… 226
初二年级(下)期末评估试卷 …… 230
部分参考答案 …… 235

第一章　平行线

第一单元　平行线(§1.1～§1.4)

问题聚焦 疑难点拨

你玩过冲浪吗？

如图 1，平行线 AB 和 CD 代表一条笔直的河流的两岸，王明的冲浪风帆由 CD 边的 P 点出发，沿直线 PQ 滑至河中间的 Q 点，然后顺流再滑到 R 点，再沿直线 RS 滑到河对岸的 S 点．已知 QR 与河岸平行，$PQ /\!/ RS$，且 $\angle RSA=66^\circ$．试问：王明开始时的角度（$\angle QPD$）为多少度？

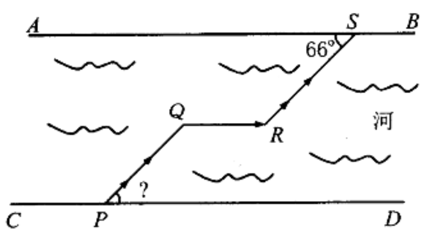


图 1

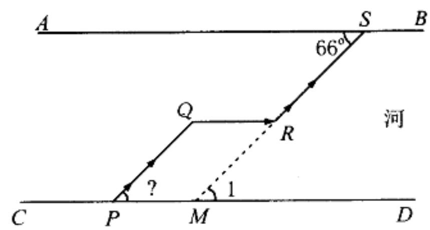


图 2

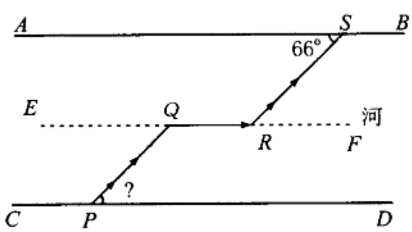


图 3

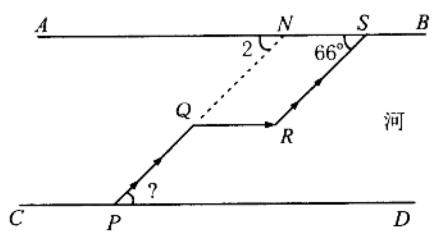


图 4

解题与分析　如图 1，由于 $\angle RSA=66^\circ$，又 $AB /\!/ QR$，所以 $\angle QRS=114^\circ$（两直线平行，同旁内角互补）；又由 $PQ /\!/ RS$ 知 $\angle PQR=114^\circ$（两直线平行，内错角相等）；再由 $QR /\!/ CD$ 知 $\angle QPD=66^\circ$（两直线平行，同旁内角互补）．

如图 2，将已知角 $\angle ASR$ 转移至内错角 $\angle 1$ 的位置．如图 3，将已知角 $\angle ASR$ 及待求角 $\angle QPD$ 分别转移至 $\angle SRF$ 和 $\angle PQE$ 处，然后利用“等角（$\angle PQR=\angle QRS$）的补角相等”得到 $\angle SRF=\angle PQE$，所以 $\angle QPD=66^\circ$．如图 4，采用的方法与图 2 的方法类似，将待

求的角转移至$\angle 2$的位置，再利用“两直线平行，同位角相等”得到.

没有想到吧，原来冲浪运动中还有那么多的数学知识！

案例探究 思维拓展

例1 （“迷宫”）(1) 如图5，已知$AB /\!/ CD$，试探求角x与α、β之间的关系；

(2) 如图6，已知$AB /\!/ CD$，试问：此时$\angle B$、$\angle E$、$\angle D$还存在上述关系吗？如果不存在，请你找出一个你认为正确的关系；

(3) 如图7，已知$AA_1 /\!/ BA_n$，连结A_1与A_n之间的折线段共有n段：A_1B_1、B_1A_2、…、$B_{n-1}A_n$，则等式$\angle A_1+\angle A_2+\cdots+\angle A_n=\angle B_1+\angle B_2+\cdots+\angle B_{n-1}$（即所有向右凸出的角的和等于所有向左凸出的角的和）成立吗？请说明理由；

(4) 请你利用前面已有的结果解决：已知数据如图8所示，且$EF /\!/ GH$，那么$\angle x$的度数是多少？

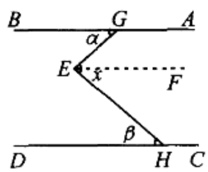


图5

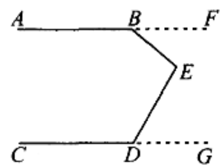


图6

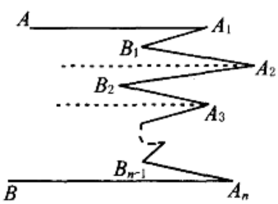


图7

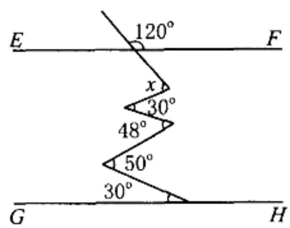


图8

解题与分析 (1) $x=\alpha+\beta$； (2) $\angle D+\angle E+\angle B=360^\circ$；
(3) 等式$\angle A_1+\angle A_2+\cdots+\angle A_n=\angle B_1+\angle B_2+\cdots+\angle B_{n-1}$成立； (4) 62°.

解后反思 如图5，过点E作$EF /\!/ AB$，则$x=\angle GEF+\angle FEH=\alpha+\beta$. 至此我们对这个关系作出一些解释：让我们先定义一些名字，如α、β这样的角我们叫“凹角”，如x这样的角我们叫“凸角”. 我们发现，所有的“凹角”之和等于所有的“凸角”之和. 图5是一个可以看成整体的基本图形.

在图6中，虽然没有了图5的基本图形，但当我们延长AB、CD至F、G，此时图6中的基本图形便跃入了眼帘，故$\angle E=\angle FBE+\angle GDE$，所以$\angle E=(180^\circ-\angle ABE)+(180^\circ-\angle CDE)$，即$\angle D+\angle E+\angle B=360^\circ$.

如图7，过点A_2、A_3、…、A_{n-1}分别作边AA_1的平行线，则把图7分割成了若干个图5这样的基本图形，利用图5基本图形的性质，知等式$\angle A_1+\angle A_2+\cdots+\angle A_n=\angle B_1+$

$\angle B_2+\cdots+\angle B_{n-1}$（即所有“凸角”的和等于所有“凹角”的和）成立.

在图 8 中，我们由$(180°-120°)+30°+50°=x+48°+30°$，即 $x=62°$.

例 2　已知：如图 9，$AB/\!/CD$，$\angle ABF=\angle DCE$. 求证：$\angle BFE=\angle FEC$.

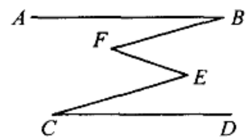


图 9

解题与分析

证法一：如图 10，过点 F 作 $FG/\!/AB$，则$\angle ABF=\angle 1$.

过点 E 作 $EH/\!/CD$，则$\angle DCE=\angle 4$.

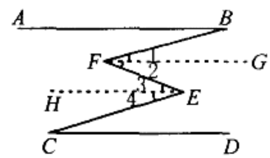


图 10

∴　$FG/\!/CD$，$\angle 1=\angle 4$.

又∵　$EH/\!/CD$，

∴　$FG/\!/EH$.

∴　$\angle 2=\angle 3$.

∴　$\angle 1+\angle 2=\angle 3+\angle 4$，即$\angle BFE=\angle FEC$.

证法二：如图 11，延长 BF、DC 相交于点 G.

∵　$AB/\!/CD$，

∴　$\angle 1=\angle ABF$.

又∵　$\angle ABF=\angle DCE$，

∴　$\angle 1=\angle DCE$.

∴　$BG/\!/EC$.

∴　$\angle BFE=\angle FEC$.

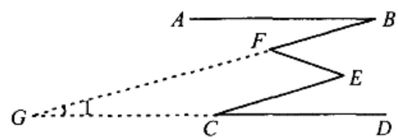


图 11

如果延长 CE、AB 相交于点 H（如图 12），也可用同样的方法证明（过程略）.

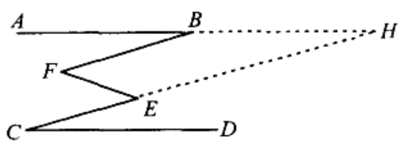


图 12

证法三：如图 13，连结 BC.

∵　$AB/\!/CD$，

∴　$\angle ABC=\angle BCD$.

又∵　$\angle ABF=\angle DCE$，

∴　$\angle ABC-\angle ABF=\angle BCD-\angle DCE$，

即$\angle 1=\angle 2$.

∴　$BF/\!/EC$.

∴　$\angle BFE=\angle FEC$.

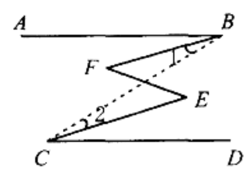


图 13

例 3　（*学用地带*）如图 14，光线 l 照射到平面镜Ⅰ上，然后在平面镜Ⅰ、Ⅱ之间来回反射，已知 $\alpha=55°$，$\gamma=75°$，则 $\beta=$（　　）.

A. 50°　　B. 55°　　C. 60°　　D. 65°

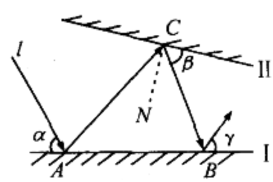


图 14

解题与分析　本题是一道跨学科的综合题，运用物理和数学的知识来解决问题. 根据物理中的平面镜反射原理（反射角等于入射角），知：$\angle BAC=\alpha=55°$，$\angle ABC=\gamma=75°$，故$\angle BCA=180°-(\angle BAC+\angle ABC)=50°$. 由物理中“法线”的知识知$\angle BCN=\frac{1}{2}\angle BCA=25°$，又$\angle NCB+\beta=90°$，所以 $\beta=65°$. 故选 D.

解后反思 这里还可以用$\beta=\frac{180^\circ-50^\circ}{2}=65^\circ$来计算.

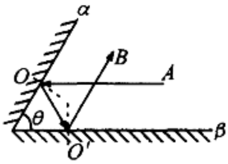


图 15

类似地,如图 15,平面镜α、β的夹角为θ,入射光线AO平行于β入射到α上,经两次反射后的出射光线$O'B$平行于α,则角$\theta=$________度.(答案:60)

例 4 (*探究与实践:"橡皮筋"数学*)如图 16,AB、CD是两根钉在木板上的平行木条,将一根橡皮筋固定在A、C两点,点E是橡皮筋上一点,将橡皮筋拉紧后拉动E点,请你探索$\angle A$、$\angle C$、$\angle AEC$之间具有怎样的关系,并说明理由.

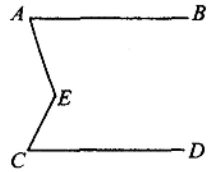


图 16

解题与分析 如图 17 可得出下列关系:

①$\angle AEC=\angle A+\angle C$;

②$\angle AEC+\angle A+\angle C=360^\circ$;

③$\angle AEC=\angle C-\angle A$;

④$\angle AEC=\angle A-\angle C$;

⑤$\angle AEC=\angle A-\angle C$;

⑥$\angle AEC=\angle C-\angle A$;

⑦$\angle B+\angle M+\angle D=\angle E_1+\angle E_2$.

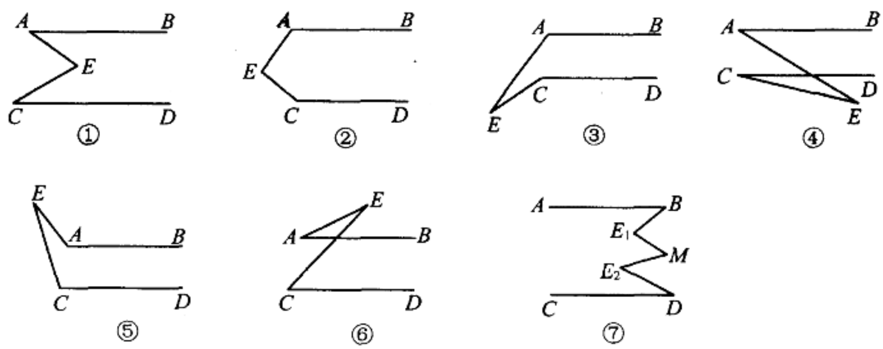


图 17

解后反思 "橡皮筋"数学是一个非常好的课题,有很多的问题都可以由橡皮筋变化而得到.

例 5 (*易错题解析*)一辆汽车在笔直的公路上行驶,两次拐弯后,仍在原来的方向上平行前进,那么两次拐弯的角度分别是( ).

A. 第一次右拐 50°,第二次左拐 130°

B. 第一次左拐 50°,第二次右拐 50°

C. 第一次左拐 50°,第二次右拐 130°

D. 第一次右拐 50°,第二次右拐 50°

解题与分析 通过画图可以得到 B 正确.

解后反思 这道题很多学生通过想象得到 A 或 C 或 D,其实,通过画图可以直观地看出答案.

提高训练 备考创新

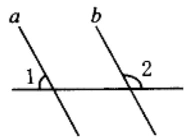
A卷

一、填空题

1. 计算：$12°14'20''+58°26'40''$的结果是________.

2. 学校操场上，跳高的横竿与地面的关系属于________（填“垂直”或“平行”）.

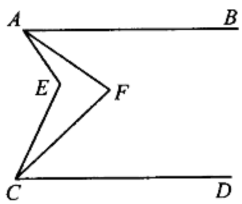
3. 如图所示，$a\parallel b$，$\angle 1=(3x-7)°$，$\angle 2=(5x+11)°$，则 $x=$____________.



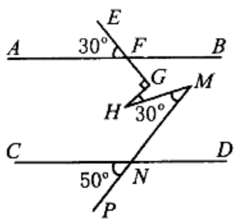
（第 3 题）

4. 如图，$AB\parallel CD$，$\angle EAF=\frac{1}{4}\angle EAB$，$\angle ECF=\frac{1}{4}\angle ECD$，那么$\angle AEC$与$\angle AFC$的大小关系可用等式表示为____________.

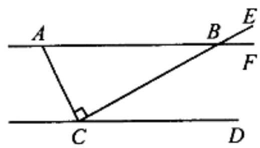
5. 如图，直线 $AB\parallel CD$，$\angle EFA=\angle HMN=30°$，$\angle CNP=50°$，$EG\perp GH$ 于点 G，则$\angle GHM$的大小是____________.



（第 4 题）



（第 5 题）



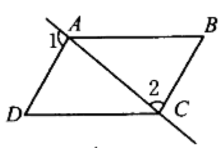
（第 6 题）

二、选择题

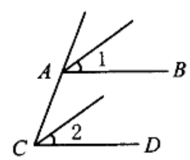
6. 如图，$AB\parallel CD$，$AC\perp BC$，图中与$\angle CAB$互余的角有（　　）.

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

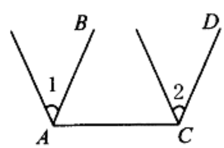
7. 在下列各图中，$\angle 1=\angle 2$，能判断 $AB\parallel CD$ 的是（　　）.



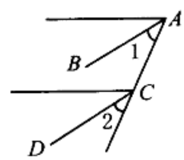
A.



B.



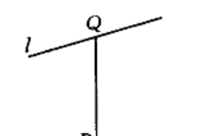
C.



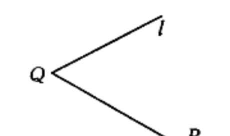
D.

8. 在下列各图中，线段 PQ 表示点 P 到直线 l 的距离的是（　　）.

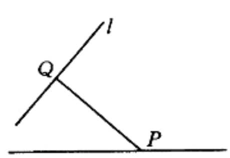
A.



B.

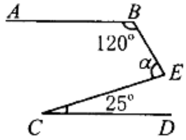


C.



D.

9. 如图，$AB /\!/ CD$，则 $\alpha=$（　　）.



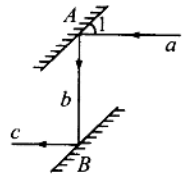
（第 9 题）

A. 75°　　B. 80°

C. 85°　　D. 90°

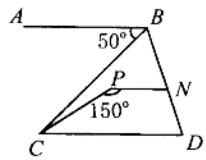
三、解答题

10. 如图，平面镜 A 与 B 互相平行，光线由水平方向射来，传播线路为 $a\to b\to c$，当 $a\perp b$，$b\perp c$，$\angle 1=45°$，求平面镜 B 与竖直方向的夹角的大小.



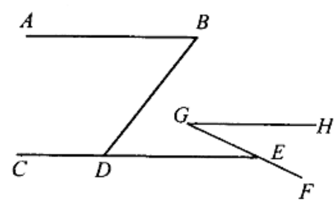
（第 10 题）

11. 如图，$AB /\!/ CD /\!/ PN$，若 $\angle ABC=50°$，$\angle CPN=150°$，求 $\angle BCP$ 的度数.



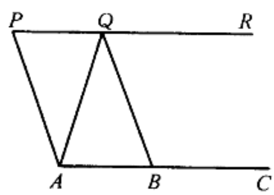
（第 11 题）

12. 如图所示，$AB /\!/ CD /\!/ GH$，$\angle ABD=60°$，$2\angle CDB=5\angle HGF$，设 $\angle DEF=y$，求 y 的值.



（第 12 题）

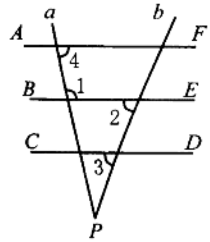
13. 如图所示，PQR 和 ABC 都是直线，$AP /\!/ BQ$，已知 $\angle P=74°$，$\angle QAB=78°$，$\angle AQB=28°$. 问：(1) PR 是否与 AC 平行？(2) 你能求出 $\angle QBA$ 的度数吗？



（第 13 题）

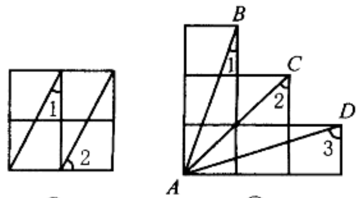
四、提高题

14. 如图，已知直线 a、b 交于点 P，若 $\angle 4+\angle 1=180^\circ$，$\angle 2=\angle 3$.（1）判断直线 AF、BE、CD 有怎样的位置关系；（2）若 $\angle 4=80^\circ$，$\angle P=30^\circ$，求 $\angle 3$ 的度数.



（第 14 题）

15. 如图①，在 2×2 正方形格子中有两个三角形，$\angle 1$ 与 $\angle 2$ 相等吗？如果不相等，那么它们有怎样的关系？用这个结论解决以下实际问题（如图②）：张佳住的阁楼的楼梯截面是正方形的组合，为加固楼梯，沿 AB、AC、AD 方向钉三根木条，所钉木条与竖直方向的夹角的和（$\angle 1+\angle 2+\angle 3$）为多少度？



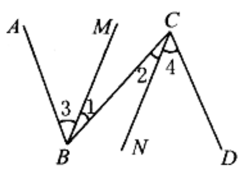
①　②

（第 15 题）

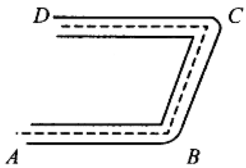
B卷

一、填空题

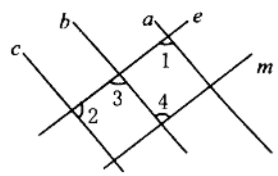
1. 如图，已知 $\angle 3=\angle 4$，要得到 $AB/\!/CD$，需要的条件是________（只需写出一个）.



（第 1 题）



（第 2 题）

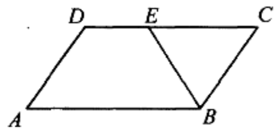


（第 3 题）

2. 如图，一个合格的弯形管道，经两次拐弯后保持平行（即 $AB/\!/DC$）. 如果 $\angle C=60^\circ$，那么 $\angle B$ 的度数是________.

3. 如图：（1）若 $\angle 1+\angle 2=180^\circ$，$\angle 1=\angle 3$，找出图中平行的直线：________；（2）若 $e/\!/m$，$b/\!/c$，判断图中各角之间的关系：________.

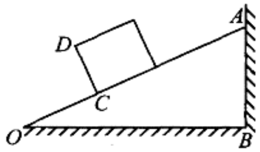
4. 如图，$AB//DC$，$AD//CB$，BE 平分 $\angle ABC$，$\angle A=70°$，那么 $\angle BED=$________.



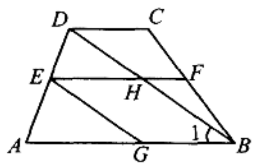
（第 4 题）

5. 在同一平面内的条件下，有以下四个命题：①经过直线外一点，有且只有一条直线与已知直线平行；②经过直线外或直线上一点，有且只有一条直线与已知直线垂直；③两直线被第三条直线所截，同旁内角互补；④两平行直线被第三条直线所截，内错角相等. 其中正确的命题是__________(把你认为正确的命题的序号都填上).

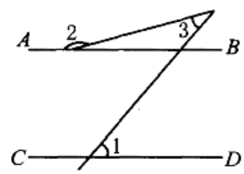
二、选择题



（第 6 题）



（第 7 题）



（第 8 题）

6. 如图所示，在一块斜放的木板上放着一个长方体木块，那么这个木块的一条棱 CD(　　).

A. 与斜板的一边 OA 垂直　　B. 与地面水平线 OB 垂直

C. 与 OA、OB 都垂直　　D. 以上都不对

7. 如图，$AB//EF//DC$，$EG//DB$，则图中与 $\angle 1$ 相等的角（$\angle 1$ 除外）共有(　　).

A. 6 个　　B. 5 个　　C. 4 个　　D. 3 个

8. 如图，$AB//CD$，$\angle 1$、$\angle 2$、$\angle 3$ 的度数分别为 a、b、c，那么下列四个等式中正确的是(　　).

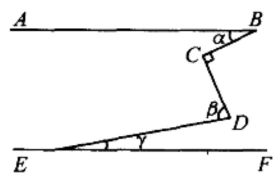
A. $a+b+c=180°$　　B. $a+b-c=180°$

C. $b+c-a=180°$　　D. $a-b+c=180°$

9. 如图，$AB//EF$，$BC\perp CD$ 于点 C，则下列结论正确的是(　　).

A. $\beta=\alpha+\gamma$　　B. $\alpha+\beta+\gamma=180°$

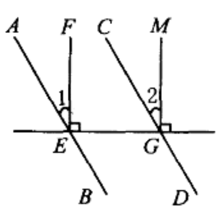
C. $\alpha+\beta-\gamma=90°$　　D. $\beta+\gamma-\alpha=90°$



（第 9 题）

三、解答题

10. 如图所示，已知 $EF\perp EG$，$GM\perp EG$，$\angle 1=35°$，$\angle 2=35°$，EF 与 GM 平行吗？AB 与 CD 平行吗？为什么？

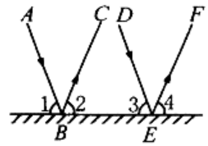


（第 10 题）

11. 如图所示，平行光线 AB 与 DE 射向一平面镜后被反射，此时 $\angle 1=\angle 2$，$\angle 3=\angle 4$，那么：

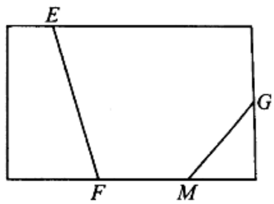
(1) $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 的大小有什么关系？$\angle 2$ 与 $\angle 4$ 呢？

(2) 反射光线 BC 与 EF 平行吗？说说你的理由.



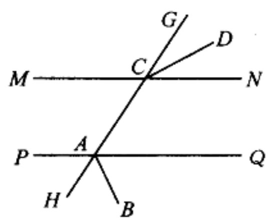
（第 11 题）

12. 如图所示，$\angle A$ 的两边有部分落在长方形纸片上，即图中的 EF、GM，请你设计出可以量出 $\angle A$ 度数的方案（至少两种）.



（第 12 题）

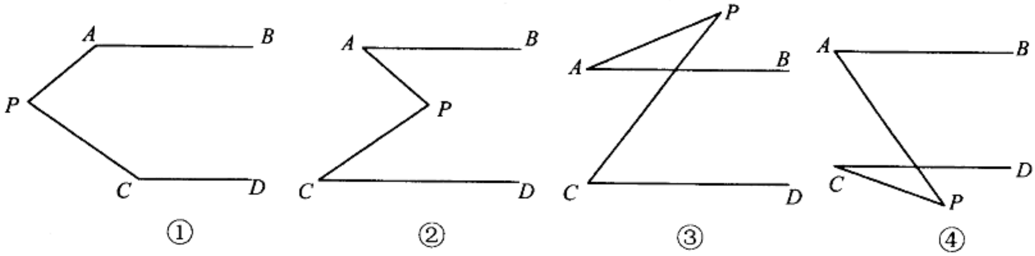
13. 如图，直线 $MN \parallel PQ$，直线 GH 交 MN、PQ 于点 C、A，CD、AB 分别平分 $\angle GCN$、$\angle QAH$. 请你说出直线 CD 与直线 AB 的位置关系，并说明理由.



（第 13 题）

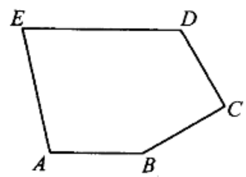
四、提高题

14. 如图所示,已知 $AB // CD$,分别猜想出下列四个图形中$\angle A$、$\angle C$、$\angle P$之间的关系,并尝试说明你的理由.



(第 14 题)

15. 如图,已知 $AB // ED$,$\alpha = \angle A + \angle E$,$\beta = \angle B + \angle C + \angle D$,试寻找角 α 与 β 之间的关系.



(第 15 题)

第二章　特殊三角形

第一单元　等腰三角形(§2.1～§2.4)

问题聚焦 疑难点拨

你能找到所有满足要求的点吗?

(1) 在等边三角形 ABC 所在的平面上找这样的一点 P,使得$\triangle PAB$、$\triangle PBC$、$\triangle PCA$ 都是等腰三角形. 问:具有这样性质的点 P 共有几个?

(2) 把上题中的等边三角形换成正方形,结果是怎样?

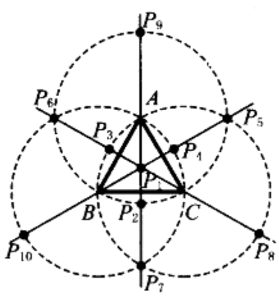


图 1

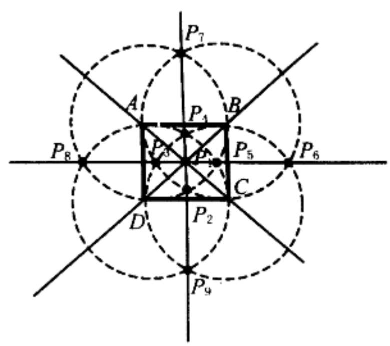


图 2

解题与分析　由等腰三角形的定义知,$\triangle PAB$ 一定有两边相等,当 AB 为底边时,点 P 在 AB 的中垂线上;当 AB 为三角形的腰时,点 P 在以$\triangle ABC$ 的顶点为圆心、腰长为半径的圆周上. 所以 3 条中垂线与 3 个圆共得出 10 个点,如图 1 所示. 这 10 个点可以分成两类:第一类为 3 条中垂线的交点(P_1);第二类为圆与中垂线的交点($P_2 \sim P_{10}$). 当我们把$\triangle ABC$ 改为正方形 $ABCD$ 时,这样的点 P 有 9 个,如图 2 所示.

解后反思　这样的问题比较多,如:A、B 是平面上的两个定点,在平面上找一点 C,使$\triangle ABC$ 构成等腰直角三角形. 这样的点 C 共有几个?(第四届"祖冲之"杯初中数学邀请赛)

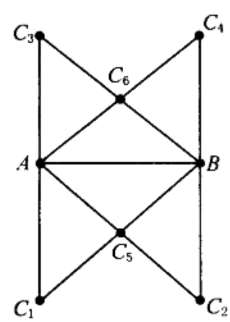


图 3

解　(1) 当 AB 为所求三角形的腰(直角边)时,可得图 3 中的四个点 C_1、C_2、C_3、C_4;

(2) 当 AB 为所求三角形的斜边时，可得图 3 中的两个点 C_5、C_6.

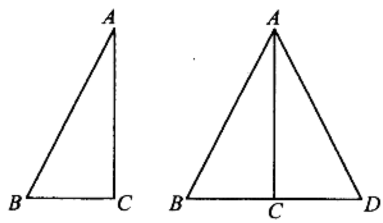
综上可知，满足题设要求的点共有 6 个. 当然本题也可按 $\angle A=45°$ 或 $90°$ 分为两类进行讨论.（请你自己试一试！）

案例探究 思维拓展

例 1 如图 4(1)所示，已知直角$\triangle ABC$.

(1) 请以直线 AC 为对称轴，作与$\triangle ABC$ 轴对称的图形；

(2) 所得图形与原图形组成的是等腰三角形吗？请说明理由.



(1) (2)

图 4

解题与分析 (1) 如图 4(2)，作点 B 关于直线 AC 的对称点 D（即作 $BC=CD$），连结 AD，所得的$\triangle ADC$ 就是所求的三角形.

(2) 所得的图形与原图形组成的是等腰三角形. 由于 $AC\perp BC$，$BC=CD$，所以点 D 是点 B 关于直线 AC 的对称点，而点 A 的对称点是点 A，所以线段 AB 与 AD 关于直线 AC 成轴对称，故 $AB=AD$，所以$\triangle ABD$ 是等腰三角形.

解后反思 轴对称图形的对应线段相等是轴对称的一个十分重要的性质.

例 2 图 5 中有两个大小形状完全相同的直角三角形，请你在平面上用这两个三角形拼出不同形状的平行四边形，并画出所有拼出的四边形的示意图（标出图中的直角）.

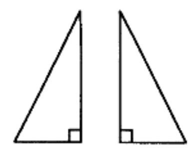
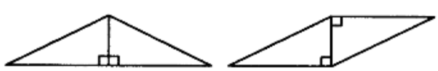
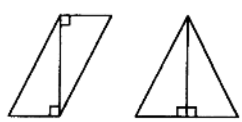


图 5



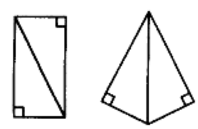
(1) (2)

图 6



(1) (2)

图 7



(1) (2)

图 8

解题与分析 这是一个组合拼图问题，解决这类问题的关键是要分清哪条边与哪条边重合，这需要我们对问题进行分类讨论：

第一类：短的直角边与短的直角边重合，有如图 6 所示的两种，但只有图 6(2)符合要求；

第二类：长的直角边与长的直角边重合，有如图 7 所示的两种，但只有图 7(1)符合要求；

第三类：斜边与斜边重合，有如图 8 所示的两种，但只有图 8(1)符合要求.

解后反思 分清重合的所有可能性是解决这类问题的首要条件，这里我们采用边的分类作为突破口. 分类讨论依旧是今后学习的难点和重点.

例 3 （*学用地带："祖冲之圈"*）在平面上有四个点，这四个点有一个独特的性质：每

两点之间的距离只有两种长度，例如正方形 $ABCD$ 有 $AB=BC=CD=DA\neq AC=BD$. 请你画出具有这种独特性质的另外五种不同的图形，并标明相等的线段.

解题与分析　符合条件的图形有以下五种(如图 9)：

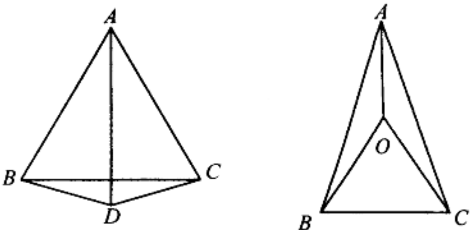
(1) $AB=AC=AD=BC$，$BD=CD$；

(2) $AB=AC$，$OA=OB=OC=BC$；

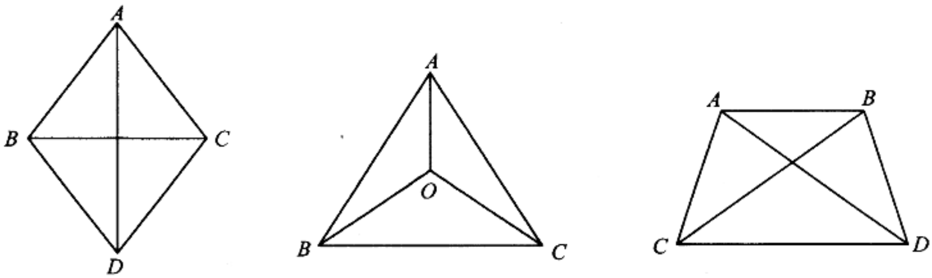
(3) $AB=AC=DB=DC=BC\neq AD$；

(4) $AB=BC=CA$，$OA=OB=OC$；

(5) $AB=AC=BD$，$AD=BC=CD$.



(1)　(2)



(3)　(4)　(5)

图 9

解后反思　本题先给出一个新的性质定义，读懂这个性质是作图的前提. 能全面考虑是解题的基础. 解题时可从图形的对称轴出发，在对称轴上寻找. 这道题新颖、有趣，最早出现在“祖冲之”杯数学竞赛中，后来有人研究了这个问题的一般情形，并把这类问题称为“祖冲之图”.

例 4　(**探究与实践**)如图 10，有一钢架 AOB，$\angle AOB=10°$，为了加固这一钢架，现有长度与 OC 相等的钢管若干根，焊接在钢架 AOB 的内部，则最多用去钢管(　　)根.

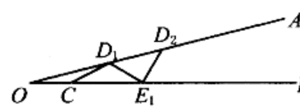


图 10

A. 6　　B. 7　　C. 8　　D. 9

解题与分析　答案为 C. 通过画图和计算可以发现 $\angle E_nD_nD_{n+1}=(2n+1)\times 10°$，且当 $\angle E_nD_nD_{n+1}=90°$ 时，无法再加钢管，因此 $n=4$；再画图可以得到最多用去 8 根钢管.

解后反思　通过画图计算角度之间的变化规律，猜测角度变化的一般规律. 从研究特殊，到猜测一般规律，再验证，是科学研究的一般途径.

例 5　(**易错题辨析**)已知 AD 为等腰 $\triangle ABC$ 腰上的高线，$\angle DAB=60°$，求这个三角形各内角的度数.

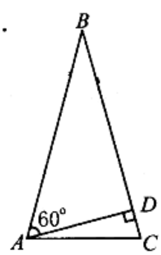


图 11

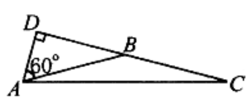


图 12

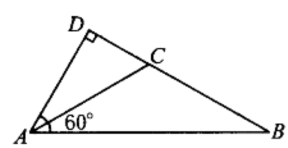


图 13