



岩土工程丛书
SERIES BOOK

-7-

张 锋 著
叶冠林 校

Computational Soil Mechanics

计算土力学



人民交通出版社
China Communications Press

TU43/43

2007



计算土力学

Computational Soil Mechanics

张 锋 著
叶冠林 校



人民交通出版社

China Communications Press

内 容 提 要

由于土具有多相性、各向异性以及其初始状态的不确定性等特性，造成在实际工程应用中严格意义上的计算土力学还没有得到广泛的应用。本书的主要目的，就是想通过对计算土力学中的本构方程以及有限元计算方法的发展及现状作一些介绍，使读者能够理解现代计算土力学的应用范围及其应用方法。并且希望读者通过本书能够理解到土力学是一门科学，而不仅仅是一种用经验公式来解决问题的技术。

本书的第一、第二章中对张量分析及有限变形理论作了简单的介绍。第三章则详细介绍了近年来在土的本构模型的研究中取得突出进展的五个方面的研究成果，即土的超固结、土的结构性、土的中间主应力的影响、土的时间依存性及土的应力诱导各向异性，以及相应的本构关系。第四章则侧重于介绍基于这些本构关系所进行的各种有限元边界值的静态动态分析计算及相应的理论基础。最后附有各个本构模型的计算源程序。

本书既可作为土木工程专业及力学专业的研究生教材，也可作为对数值计算感兴趣的工程师的参考书。

图书在版编目（CIP）数据

计算土力学/张锋著. —北京:人民交通出版社,2007.9

(岩土工程丛书)

ISBN 978 - 7 - 114 - 06713 - 6

I . 计… II . 张… III . 土力学 - 计算 IV . TU43

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 113463 号

岩土工程丛书

—7—

书 名：计算土力学

著 作 者：张 锋

责 任 编 辑：曲 乐

出 版 发 行：人民交通出版社

地 址：(100011)北京市朝阳区安定门外馆斜街 3 号

网 址：<http://www.ccpress.com.cn>

销 售 电 话：(010)85285838,85285995

总 经 销：北京中交盛世书刊有限公司

经 销：各地新华书店

印 刷：北京凯通印刷厂

开 本：787×960 1/16

印 张：23.75

字 数：370 千

版 次：2007 年 10 月第 1 版

印 次：2007 年 10 月第 1 次印刷

书 号：ISBN 978 - 7 - 114 - 06713 - 6

印 数：0001 ~ 2500 册

定 价：39.00 元

(如有印刷、装订质量问题的图书由本社负责调换)

《岩土工程丛书》编审出版委员会

名誉主任委员 许溶烈 孙 钧 刘建航 沈珠江 郑颖人

主任委员 史佩栋

副主任委员 高大钊(常务) 朱合华 张建民 陈云敏

韩 敏 岳中琦(港)

委员 (按姓氏汉语拼音为序)

包承纲	白 云	陈云敏	陈正汉
崔玉军	冯夏庭	傅德明	高大钊
龚晓南	顾宝和	桂业琨	郭蔚东(澳)
韩 杰(美)	韩 敏	何满潮	李广信
李建中(台)	李永盛	李焯芬(港)	廖红建
凌天清	刘建航	刘金砾	刘松玉

莫若楫(台)	秦中天(台)	沈珠江	史佩栋
--------	--------	---	-----

施建勇	孙 钧	王钟琦	谢永利
许溶烈	杨林德	殷建华(港)	岳中琦(港)
杨志法	宰金珉	张建民	张苏民
赵锡宏	郑 刚	郑颖人	周申一

朱合华

秘书 曲 乐 艾智勇

总序

2002年3月23日,对于《岩土工程丛书》(以下简称《丛书》)而言,是一个值得纪念的日子,因为在那一天,我们萌生了组织出版这套《丛书》的构想。

经过两岸三地部分专家学者数度聚首商讨,又以函电形式广泛征求各方意见,反响热烈,令人鼓舞。大家的观点几近一致,都认为面对我国岩土工程的空前大发展,认真总结半个多世纪,特别是近20余年以来弥足珍贵的工程经验、科研成果和事故教训,实属当务之急。这不仅对于指导当前持续高速发展的工程建设,以确保设计施工质量和工程安全大有裨益,而且对于培养专业人才、提升行业素质、促进学科进步,乃至加强对外交流,都极具重大意义。这也是出版此《丛书》的宗旨和指导思想。

根据各方推举,本《丛书》的编委会承蒙深孚众望的国内20余所高等院校、科研院所和10余家有关企事业单位(含出版社)的41位专家组成,其中含内地36位,香港3位,台湾2位,其名单列于卷首*。在各位编委和同行专家的热情关怀和出版社领导的大力支持下,《丛书》即将陆续问世,我们的内心能不激动?

由于岩土工程源远流长,而又与时俱进,日新月异,本《丛书》的素材将取之不尽,因此它将是开放性、

* 现已增至45位。

系列性的，成熟一本，出版一本。其稿源将包括编委本人报送的，编委推荐的，以及编委会特约或组织撰写的各类作品。同时，我们热忱欢迎海内外各地同仁多赐佳作，共襄此举。

本《丛书》将分为专题著述、工程案例和手册指南三大类，其选题将围绕岩土工程发展中的热点难点技术问题、理论问题和重大工程的进展研究确定。著述内容力求精炼浓缩、深入浅出，实用性与学术性相结合，文字可读性强；工程案例将侧重于有影响和代表性的项目，可一例一书，也可同类工程数例并写于一书；要使之从实践中来，提到理论的高度进行分析与总结，以期能为日后的工程所用；手册指南将不重复已有的出版物而推陈出新。

本《丛书》稿件的审查，一般可由作者在征求编委会的意见后，自行约请专家审查并提出评语，必要时也可商请编委会指定专家负责。书稿经审定后，将由作者与出版社直接签订合同，履行各自的权力与义务。文责由作者自负。

本《丛书》的读者对象主要是从事岩土工程勘察、设计、施工、检测、监理等方面的专业人士，也可供高等院校、科研院所相关专业的教师、研究人员、研究生和大学高年级学生等参考。

衷心希望本《丛书》能成为岩土工程界广大同仁的良师益友！

史佩栋 高大钊 朱合华
2003年7月

序

受《岩土工程丛书》编委会的委托,由我为张锋教授的新作《计算土力学》写序,有点勉为其难、难以胜任。国内岩土工程界前辈很多,让我来写这个序,可能是我与张锋教授之间多年交情的缘故吧。

张锋教授是我的老友。我们最早相识于同济大学西门子机房,那是1988年的夏天。在紧张而又焦虑地调试学位论文研究程序的闲暇之余,我们偶尔在机房大楼的走廊上休息一会,交流心得。后来他东渡日本,在国际岩土工程界久负盛名的京都大学攻读博士学位,暂时失去联系。我博士毕业后留在同济工作,突然有一天,系里的蔡伟铭老师找我,说有机会去日本学习两年。尽管当时我出国愿望不是十分强烈,但仍欣然接受,到了日本才知晓这是在张锋教授的努力下促成的,这就是缘分。在日本的两年多时间里,得到了张锋教授兄长般的关心与照顾,从学习、工作到生活,他都事无巨细。我一开始日语不通,他做我的翻译,还时常邀我去他家吃他最擅长的手艺——饺子,在异国他乡能吃到非常地道的中国饺子,其浓浓的在家的感觉真好。他毕业后留在日本工作,然后又回到大学里做助手、助教授,直至晋升为教授,这是中国人在日本土木工程专业领域升上国立大学教授的第一人,也是改革开放后大陆留学生跻身国际主流学术界的一个范例。作为他的老朋友,我是由衷的高

兴。这是他在日本多年艰辛奋斗的结果，实在是非常的不容易。作为日本岩土工程协会的主要负责人之一，他积极推进中日岩土工程界同行间的交流与合作，先后于北京、上海举办过两届中日岩土工程交流会，现在又在积极推动“同济大学—名古屋工业大学”的研究生双学位联合培养工作。

张锋教授在日本一直从事计算土力学问题的研究。计算土力学是根据土力学中的理论，利用现代计算机科学和各种数值方法，解决土力学中实际问题的一门重要学科。计算土力学适应性强，应用范围广，不仅精度高、重复性好、通用性强，而且成本低、工期短、工况多，不受场地、设备、施工条件限制。对于处于地下平时难以直接观察的岩土内部力学状态，有时只有采用数值仿真才能予以详尽展现，提出合理而经济的解决方案；对于诸如破坏、倒塌、失稳、灾害之类的特殊分析，也只有采用计算机模拟才能进行大量分析，尽可能地避免直接实验。进入 21 世纪，随着岩土工程建设规模的迅速发展，其复杂程度与日俱增，计算土力学已经逐渐成为岩土工程中的一个重要研究热点。因此，一名优秀的岩土工程师应该熟悉计算土力学的基本概念并掌握其在工程中的应用方法。

本书以张锋教授的研究成果为基础，是作者自 1989 年赴日本京都大学留学后十多年奋斗工作的结晶。全书共分为 4 章。第 1 章简要介绍了张量分析的基本概念；第 2 章论述了有限变形理论框架下的变形·应变·应力等计算土力学的基本原理，涵盖了连续介质的运动及表述、连续介质的变形及变形梯度张量、应变张量、变形速率、应力张量等；第 3 章较为系统地介绍了土的本构模型研究的最新成果，包括剑桥

模型、下负荷面剑桥模型、上下负荷面剑桥模型、下负荷面 t_{ij} 模型、软岩的弹黏塑性模型,以及交变荷载下土的应力诱导各向异性弹塑性模型等;第4章论述了水·土·结构共同作用的静·动态有限元分析及其工程应用,包括水·土二相混合体理论的场方程式及离散化、混凝土的非线性模型及其在地基·基础·上部结构共同作用分析中的应用、砂土液化状态下土·基础·上部结构整体系统的动态响应数值计算、斜坡的渐进性破坏的有限元分析、非扰动原状土的取样技术及室内试验对数值计算的影响等。本书还给出了相应的有限元分析源程序,以帮助读者理解有关数值模型的程序实现过程。因此,本书不仅总结了作者近年来的研究成果,而且从岩土工程师的实际应用角度出发,阐述了计算土力学的最新发展状况及其工程实例,具有“循序渐进、内容丰富、重点突出、强调应用”的鲜明特点,其研究成果无疑已达到了国际先进水平。

张锋教授始终眷恋着祖国,一直想将他在日本的最新研究成果介绍给国内同行,以表达一个海外游子对祖国的热爱之心,本书的出版也了结了他长久以来的一大心愿。

我相信本书的出版一定能够推动我国计算土力学的进一步发展,藉此谨表最衷心的祝贺!

朱合华

2007年6月21日于同济园

前 言

在工程实际应用中,土力学的计算问题直到今天还是以太沙基(Terzaghi)的土力学理论为主。即使土力学的弹塑性理论及计算数学有了飞跃的发展,但在实际应用中,严格意义上的计算土力学还没有得到广泛的应用。造成这一现象的根本原因有以下几点。

一是土的多相性。土与钢材或混凝土等结构材料不同,首先它不是单相材料,而是由土的颗粒、水及空气组成的。因此一般状态下的土有三相,即固相、液相和气相。太沙基的全应力土力学理论就是把土视为一相来进行处理。这种理论非常简单,便于掌握,但不能描述土的真实性。撇开非饱和土不谈,即使是对二相饱和土,如果不使用有效应力的概念,要建立一个严密的应力—应变关系也是不可能的。举一个最简单的例子,在相同的地基条件下,用不同的速度筑一堤坝,快速施工与慢速施工的力学特性就完全不同;快速施工时地基受到的载荷处于一种非排水剪切状态,而慢速施工时(时间足够长)地基受到的载荷就处于准排水状态,由此而产生的地基承载力就完全不同。用全应力理论来解释时,就必须分别用非排水剪切强度及排水剪切强度来估算地基的承载力。有人甚至把这种效应称之为时间效应(time dependency)。但如果使用有效应力的概念,则

可以统一地用一个参量,即有效应力的临界状态应力比来描述。饱和土的基于有效应力的土的本构关系在最近十多年来得到了飞跃发展,为严密地描述饱和土的力学特性提供了令人信服的可能性。至于非饱和土,本构关系的建立还处于发展阶段,不论其理论体系还是试验手段都存在许多争议。理论的发展离不开应用的需求,在现场施工中,如果使用有效应力来计算强度及变形,则必须测量孔隙水压,这比测量位移要困难得多,所需费用也大。因此绝大多数情况下都被敬而远之。这就是为什么基于有效应力的计算方法不能得到广泛应用的最主要的原因之一。

二是土的各向异性。严格意义上讲,土是各向异性的。各向异性有两种情况:一种是土在自然堆积中形成的各向异性,通常被称为内在各向异性(*intrinsic anisotropic*);另一种是由应力历史引起的,即经历了一定的外部应力后形成的各向异性,被称为应力诱导各向异性(*stress-induced anisotropic*)。这些各向异性为土的本构关系的建立带来了一定的困难。但是理论上讲,只要本构关系能准确地描述一般应力状态下交变载荷的力学特性,则应力诱导各向异性问题也能迎刃而解。困难就在于对自然堆积土而言,其应力历史无法追寻。因而即使建立了各向异性的本构模型,其初始状态的各向异性也很难确定。

三是土的初始状态的不确定性。本书中描述的各个模型,它们都有一个特性,即初始状态,如孔隙比、超固结比或结构状态(敏锐比)等,都必须作为已知条件。但实际上要掌握这些初始值非常困难,很多情况下只能

推算。因此本构关系精确度也会由此而受到影响。如果考虑结构与土的共同作用问题,如桩—土共同作用、基坑开挖与支护、软土地基中隧道的盾构施工等工程问题,由于结构架设过程中对土的扰动是绝对不能忽视的,这些因素怎样通过数值模拟来描述也是一个很困难的问题。举一个简单的例子,在预制桩的施工中,非排土施工与排土施工造成的对周围土的影响是完全不同的。由此而引起的土的状态的差别,将对桩—土的共同作用评价带来很多不确定因素。

以上罗列了许多土力学问题的严密计算方法所受到的限制,这是客观存在的问题,无法绕过它们,但这并不意味着土力学的计算方法因此就不用发展了。由于影响土的力学特性的因素太多,致使许多土力学的本构方程变得越来越复杂,使用的参量也越来越多,但还是不能正确地描述土的力学特性。从而使一部分学者产生了一种错觉,土力学不需要本构关系,也不可能建立一个令人满意的本构关系。另外还有一部分学者认为,土的力学特性太复杂、太特殊化,因而主张应避开土的实际物理量的变化,用一些抽象的变量或变量函数来进行粗略的描述,这样便能得到令人满意的本构方程。作者认为以上两种观点都存在片面性。本书的主要目的,就是想通过对土力学的本构方程的发展及现状作一些介绍,使读者能够理解在现代土力学数值计算理论范畴内,能解决土力学中哪些问题,哪些问题需要做进一步的努力。

作为一种工具,在本书的第一、第二章中对张量分析及有限变形理论作了简单的介绍。第三章则详细介绍

绍了近年来在土的本构模型的研究中取得突出进展的五个方面的研究成果,即土的超固结、土的结构性、土的中间主应力的影响、土的时间依存性或蠕变特性(time dependency)及土的应力诱导各向异性(stress-induced anisotropy)。对于超固结,在本章中将介绍下负荷面模型(subloading yield surface model);对于结构性,将介绍上负荷面模型(superloading yield surface model);对于中间主应力的影响问题,将介绍 ϵ_{ij} 模型;对于时间依存性,将介绍作者提出的时间依存性模型;对于应力诱导各向异性的问题,将介绍作者及作者的博士研究生叶斌提出的应力诱导各向异性模型。作者认为这些本构模型代表了土力学数值计算理论的发展方向。本章主要描述了它们的理论背景,试验验证及适用的范围。第四章则侧重于介绍基于这些本构关系所进行的各种有限元边界值的静·动态分析计算及相应的理论基础。

计算土力学中有许多方法,作者只介绍了有限元分析,并不是说其他方法不重要,只是因为有限元法应用最广泛,易于被工程师们所接受。本书最后附有各个模型的计算源程序,不同于弹性理论教科书:即理论计算都存在封闭的解,本书中所涉及的本构关系均需通过计算机的计算才能得到它所描述的各种力学特性。故通过使用这些源程序及相应的输入算例,读者可以加深对这些本构关系的理解。并且各个本构关系的源程序都已模块化,只需要一个正确的弹性有限元计算程序,通过加入这些模块,则可以轻而易举地进行相应的弹塑性计算。另外,为了方便读者的使用,可以在相关的网址上下载这些源程序。最后还要强调的是,土力学绝非有

些人所误解的，即土力学很“土”，不是科学(Science)，而只是一种用经验公式来解决问题的技术(Technology)。就弹塑性理论而言，本构关系在土力学方面的发展决比机械、结构等其他学科慢，且它的重要性越来越受到重视，可以说它是一种真正意义上的科学。

为了读懂本书，读者需要有一定的弹性力学、塑性力学的基础知识及相应的土力学知识。另外，有限单元理论基础知识也是必不可少的。因此，作为教材它既适用于土木工程专业及力学专业的研究生，也可供对数值计算有兴趣的工程师们参考。

萌生写一本中文教材的念头在4~5年前就有，但由于工作、研究任务的繁忙，一直下不了决心。后来受托于同济大学高大钊教授和朱合华教授，这才下决心写一本属于《岩土工程丛书》的教材，希望它能为祖国作一些微薄的贡献。在书写本书时，得到了许多同仁的帮助。在此，首先要感谢朱合华教授对本书写作的大力支持，没有他的鼓励和支持，很难想像会下决心写成此书。另外，同济大学黄雨副教授在岐阜大学作两年博士后研究工作时，对本书提出了许多宝贵的意见。我的两位博士生：叶斌和 Hla Aung (缅甸留日学生) 对本书中的某些试验及计算作出了重要的贡献。最后我还要感谢我的妻子茅英，她帮我把全书的手写书稿输入到了计算机中。

作 者

2007年3月

目 录

第一章 张量分析	1
第一节 矢量.....	1
第二节 张量.....	3
第二章 有限变形理论框架下的变形·应变·应力	12
第一节 连续介质的运动及表述	12
第二节 连续介质的变形及变形梯度张量	14
第三节 应变张量	16
第四节 变形速率	17
第五节 应力张量	19
第三章 土的本构模型	25
第一节 概述	25
第二节 正常固结重塑黏土的力学特性及剑桥模型 (Cam-Clay Model)	31
第三节 超固结重塑黏土的力学特性及下负荷面剑桥模型 (subloading Cam-Clay model)	43
第四节 超固结自然黏土的力学特性及上下负荷面剑桥模型 (superloading Cam-Clay model)	55
第五节 中间主应力对土的力学特性的影响及下负荷面 t_i 模型	74
第六节 软岩的力学特性及弹黏塑性模型	95
第七节 交变荷载下土的力学特性及应力诱导各向异性弹塑性模型	119
第四章 水·土·结构共同作用的静·动态有限元分析	142
第一节 水·土二相混合体理论的场方程式及离散化.....	144



第二节 钢筋混凝土的非线性模型及其在地基·基础· 上部结构共同作用分析中的应用.....	161
第三节 砂土液化状态下土·基础·上部结构整体系统的动态 响应数值计算.....	181
第四节 斜坡渐进性破坏的有限元分析.....	200
第五节 非扰动原状土的取样技术及室内试验对数值计算的影响	219
附录 I 空间滑动面 SMP, Matsuoka-Nakai 破坏准则, t_{ij} 概念	231
附录 II t_{ij} 张量空间中的若干有用的导数诱导公式	235
附录 III 所有土的模型的计算程序	242
附录 IV 软岩的弹黏塑性模型的计算程序	317
附录 V 辅助子程序	335
参考文献.....	353



第一章 张量分析

本书的主要目的是在连续介质力学范围内,阐述土的本构关系及其在土木工程数值分析中的应用,因此掌握一定的张量分析数学基础有助于更好地理解本构方程的数学推导及程序编写。本章主要介绍张量分析的理论基础。为了便于理解,本章的数学计算都基于直交笛卡尔坐标系,如分量表示等。

许多物理量,如力和位移,不仅有大小还有方向。在三维空间中,力和位移各有三个分量。在连续介质力学中,应力和应变是两个非常重要的力学量,它们各有九个分量。所有这些物理量都是客观存在的,但随着所在坐标系的不同,各个分量也随之变化。这些分量之间相互关联,可以由坐标变换来表达它们之间的相互联系。

第一节 矢量

只有大小的物理量称为标量。不仅有大小,还有方向性的物理量称为矢量。两个矢量 u, v 完全相同,则意味着这两个矢量不仅大小相等,而且方向也完全一致。任意一个矢量 u ,在给定的一个正规直角坐标系 (x_1, x_2, x_3) 中可以表达为:

$$u = u_1 e_1 + u_2 e_2 + u_3 e_3 \quad (1-1)$$

式中, e_1, e_2, e_3 为正规直角坐标系的基底矢量。即 e_i ($i=1, 2, 3$) 的大小为 1 且相互垂直,如图 1-1 所示。本书中,细体符号代表标量,如 u_i, v_i ,而粗体符号代表矢量和张量(一阶以上),如 \mathbf{T}, \mathbf{e}_i 。 u_i ($i=1, 2, 3$) 称为 u 的分量。矢量的加减法满足平行四边形原理,而矢量与标量的乘积则为另一

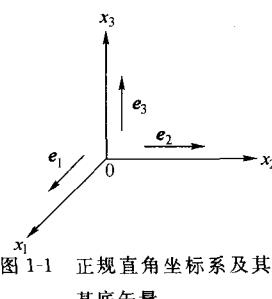


图 1-1 正规直角坐标系及其基底矢量