高职高专学习辅导丛书

主　编　朱弘毅
副主编　赵东升　黄玉洁　杨丽英
沈敛华　肖红慧

GAODENG

高等数学 上册

（第二版）

上海科学技术出版社

高等数学

●高职高专学习辅导丛书

高等数学 上册

Advanced Mathematics

(第二版)

主　编　朱弘毅
副主编　赵东升　黄玉洁　杨丽英
沈敛华　肖红慧

上海科学技术出版社

内 容 提 要

《高职高专学习辅导·高等数学》一书是根据上海科学技术出版社出版的《高职高专学校教材·高等数学》(第五版)编写的同步辅导书.本书各章由内容提要、例题分析、习题选解、单元检测题等组成.本书最后提供模拟试题和参考答案.本书通过提示各个知识点,指导各类题的解法,让学生牢固掌握数学基础知识,提高学生分析问题和解决问题的能力.

图书在版编目(CIP)数据

高等数学.上册/朱弘毅主编.—2版.上海:上海科学技术出版社,2007.2
ISBN 978-7-5323-8687-1
(高职高专学习辅导)

Ⅰ.高... Ⅱ.朱... Ⅲ.高等数学-高等学校:技术学校-教学参考资料 Ⅳ.013

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第124842号

责任编辑 周玉刚、王韩欢

上海世纪出版股份有限公司
上海科学技术出版社 出版、发行
(上海钦州南路71号 邮政编码200235)
新华书店上海发行所经销 常熟市兴达印刷有限公司印刷
开本890×1240 1/32 印张6.75 字数68 000
2001年6月第1版 2007年2月第2版
2007年2月第7次印刷

ISBN 978-7-5323-8687-1
定价:11.10元

前　言

《高职高专学习辅导·高等数学》分上、中、下三册，是与《高职高专学校教材·高等数学》(上海科学技术出版社 2007 年第五版)配套的学习辅导书. 上册涉及函数、极限与连续，导数与微分，导数的应用，不定积分，定积分及其应用，微分方程等内容；中册涉及多元函数微积分、级数、Matlab 软件简介及其在微积分中的应用、拉普拉斯变换等内容；下册涉及行列式与矩阵、线性方程组、随机事件与概率、随机变量及其分布、数字特征、统计分析、Matlab 的应用等内容.

高等数学是高职高专工程类各专业的一门基础课，该课程有一定的难度，例如，某些基本概念理解不透，运算技巧不易掌握，理论性比中学数学强. 针对这门课程的难度和特点，编者希望借助辅导书做好难度的转化工作，有利于学生掌握知识. 另一方面，高等数学是刚跨进高等学府大门的大学生首遇的一门课程，高等数学任课教师讲授格调又不同于中学教师，学习方法上学生正处于从中学类型向大学类型转变，在这种情况下，学生迫切需要一位辅导老师帮助他们解决学习中的疑难问题，这也就是我们编写这套书的目的. 总之，编者希望这套与教材配套的学习辅导书，有助于学生正确理解有关的概念和理论，更好地掌握解决问题的方法和技巧，有利于学生做好考试前的复习工作.

本书每章由内容提要、例题分析、习题选解、单元检测题四部分组成. 例题分析及习题选解中题目都是较典型或较难的习题；单

元检测题中，我们既考虑到知识的覆盖面，又注意突出重点内容来命题，分 A、B 两卷，其内容和要求基本相同. 上册、中册附有高等数学试卷，下册附有线性代数、概率论试卷.

全书由朱弘毅主编，赵东升、黄玉洁、杨丽英、沈敛华、肖红慧为上册副主编. 参加辅导书编写的有(以姓氏笔画为序)：孙劼、孙福兴、朱弘毅、朱鸿德、沈敛华、吴伟计、肖红慧、杨丽英、张峰、赵东升、杨臻、黄玉洁、黄明、楼永明、诸建平、冯巧玲等.

限于编者水平，书中不妥之处在所难免，恳请读者批评指正.

编　者

2007 年 1 月

目　录

第一章　函数、极限与连续 …… 1
一、内容提要 …… 1
二、例题分析 …… 7
三、习题选解 …… 14
四、单元检测题 …… 28
A卷 …… 28
B卷 …… 30

第二章　导数与微分 …… 32
一、内容提要 …… 32
二、例题分析 …… 36
三、习题选解 …… 43
四、单元检测题 …… 57
A卷 …… 57
B卷 …… 58

第三章　导数的应用 …… 60
一、内容提要 …… 60
二、例题分析 …… 63
三、习题选解 …… 70
四、单元检测题 …… 84
A卷 …… 84
B卷 …… 86

第四章　不定积分 ………………………………………… 88
一、内容提要 ………………………………………… 88
二、例题分析 ………………………………………… 92
三、习题选解 ………………………………………… 107
四、单元检测题 ……………………………………… 121
　　A 卷 ………………………………………………… 121
　　B 卷 ………………………………………………… 123

第五章　定积分及其应用 ………………………………… 125
一、内容提要 ………………………………………… 125
二、例题分析 ………………………………………… 130
三、习题选解 ………………………………………… 143
四、单元检测题 ……………………………………… 150
　　A 卷 ………………………………………………… 150
　　B 卷 ………………………………………………… 151

第六章　微分方程 ………………………………………… 153
一、内容提要 ………………………………………… 153
二、例题分析 ………………………………………… 155
三、习题选解 ………………………………………… 161
四、单元检测题 ……………………………………… 173
　　A 卷 ………………………………………………… 173
　　B 卷 ………………………………………………… 174

附录 ……………………………………………………… 175
一、模拟试卷 ………………………………………… 175
　　A 卷 ………………………………………………… 175
　　B 卷 ………………………………………………… 179
二、参考答案 ………………………………………… 183

第一章　函数、极限与连续

一、内容提要

1. 区间和邻域

(1) 区间

开区间 $(a, b) = \{x \mid a < x < b\}$.

闭区间 $[a, b] = \{x \mid a \leqslant x \leqslant b\}$.

半开闭区间 $[a, b) = \{x \mid a \leqslant x < b\}$;

$(a, b] = \{x \mid a < x \leqslant b\}$.

无穷区间 $[a, +\infty) = \{x \mid x \geqslant a\}$;

$(a, +\infty) = \{x \mid x > a\}$, $(-\infty, b] = \{x \mid x \leqslant b\}$;

$(-\infty, b) = \{x \mid x < b\}$, $(-\infty, +\infty) = \{x \mid x \in \mathbf{R}\} = \mathbf{R}$.

(2) 邻域

点 a 的 δ 邻域 $U(a, \delta) = \{x \mid |x-a| < \delta\} = \{x \mid a-\delta < x < a+\delta\}$,即,开区间 $(a-\delta, a+\delta)$;

点 a 的去心 δ 邻域 $\overset{0}{U}(a, \delta) = \{x \mid 0 < |x-a| < \delta\}$,即 $(a-\delta, a) \cup (a, a+\delta)$.

点 a 的左 δ 邻域 $(a-\delta, a)$;点 a 的右 δ 邻域 $(a, a+\delta)$.

2. 函数的概念

(1) 函数的定义　设 D 是一个给定的实数集合,如果对于 D 中的每一个数 x,按照某种确定的法则 f,存在唯一的数 y 与之对应,则

称对应法则 f 是定义在数集 D 上的**函数**,记作 $y = f(x)$. D 称为函数的**定义域**,集合 $\{y \mid y = f(x), x \in D\}$ 称为函数 f 的**值域**.

如果 $x_0 \in D$,则称函数 $f(x)$ 在 x_0 处有定义,函数 $f(x)$ 在 x_0 处的函数值记为 $f(x_0)$ 或 $y \mid_{x=x_0}$.

函数的对应法则和定义域是函数的两大要素,两个函数只有定义域与对应法则相同时,它们才是同一函数.

(2) 函数的几种特性　奇偶性、单调性、周期性、有界性.

(3) 复合函数与分段函数　复合函数　设 $y = f(u)$ 是 u 的函数,而 $u = \varphi(x)$ 是 x 的函数,如果函数 $u = \varphi(x)$ 的值域或值域的一部分包含在函数 $y = f(u)$ 的定义域内,y 通过 u 的联系也是自变量 x 的函数,则称 y 为 x 的**复合函数**,记为 $y = f[\varphi(x)]$,其中 u 为中间变量.

分段函数　如果函数的对应法则是由几个解析式表示的,则称为**分段函数**.

注 1　分段函数表示的是一个函数,不能认为是几个函数.

注 2　一般地,分段函数不是初等函数.

(4) 基本初等函数

常数函数　$y = C$ (C 为常数).

幂函数　$y = x^\alpha$ (α 为常数).

指数函数　$y = a^x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$).

对数函数　$y = \log_a x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$).

三角函数　$y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$,

$y = \sec x$, $y = \csc x$.

反三角函数　$y = \arcsin x$, $y = \arccos x$, $y = \arctan x$,

$y = \operatorname{arccot} x$.

(5) 初等函数　由基本初等函数经过有限次四则运算或有限次复合而成,且能用一个式子表示的函数称为**初等函数**.

3. 极限的概念

(1) 数列 $\{x_n\}$ 的极限　对于数列 $\{x_n\}$,如果当 n 无限增大时,对

应的项 x_n 的值无限接近于一个确定的常数 A，则称 A 为数列 $\{x_n\}$ 当 $n\to\infty$ 时的**极限**，记为

$$\lim_{n\to\infty} x_n = A \quad \text{或} \quad x_n \to A(n\to\infty).$$

(2) 函数 $f(x)$ 在 $x\to\infty$（或 $x\to-\infty$，$x\to+\infty$）时的极限

如果当 $x\to\infty$（$x\to+\infty$ 或 $x\to-\infty$）时，对应的函数 $f(x)$ 的值无限接近于一个确定的常数 A 则称 A 为函数 $f(x)$ 在 $x\to\infty$（$x\to+\infty$ 或 $x\to-\infty$）时的**极限**，记为

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = A\left[\lim_{x\to+\infty} f(x) = A \text{ 或 } \lim_{x\to-\infty} f(x) = A\right].$$

$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = A$ 的充要条件是 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = A$ 且 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = A$.

(3) 函数 $f(x)$ 在 $x\to x_0$ 时（或 $x\to x_0^-$，或 $x\to x_0^+$）的极限

设函数 $f(x)$ 在点 x_0 的某去心邻域内（x_0 的左邻域或 x_0 的右邻域内）有定义，当 $x\to x_0$ 时，对应的函数值 $f(x)$ 无限接近于一个确定的常数 A，则称 A 是当 $x\to x_0$（$x\to x_0^-$ 或 $x\to x_0^+$）时函数 $f(x)$ 的**极限**（**左极限**或**右极限**），记为

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = A\left[\lim_{x\to x_0^-} f(x) = A \text{ 或 } \lim_{x\to x_0^+} f(x) = A\right].$$

考虑当 $x\to x_0$ 时函数 $f(x)$ 的极限时，与 $f(x)$ 在 x_0 是否有定义无关.

$\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = A$ 的充要条件是 $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to x_0^+} f(x) = A$.

4. 无穷小与无穷大

(1) 如果 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = 0\left[\text{或} \lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 0\right]$，则称函数 $f(x)$ 当 $x\to x_0$（或 $x\to\infty$）时为**无穷小**；

(2) 如果当 $x\to x_0$（或 $x\to\infty$）时，$f(x)$ 无限增大，则称函数 $f(x)$ 当 $x\to x_0$（或 $x\to\infty$）时为**无穷大**，记为

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = \infty\left[\text{或} \lim_{x\to\infty} f(x) = \infty\right].$$

注意 $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = \infty$[或 $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = \infty$] 只是无穷大符号，并不表示函数的极限存在.

(3) 性质

① 在同一极限过程中，无穷大的倒数是无穷小，不等于零的无穷小的倒数是无穷大；

② 有限个无穷小的代数和、乘积仍是无穷小；

③ 有界函数与无穷小的乘积仍是无穷小.

5. 极限的运算法则

设 $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = A$，$\lim\limits_{x \to x_0} g(x) = B$，则

$$\lim_{x \to x_0} [f(x) \pm g(x)] = \lim_{x \to x_0} f(x) \pm \lim_{x \to x_0} g(x) = A \pm B;$$

$$\lim_{x \to x_0} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \to x_0} f(x) \cdot \lim_{x \to x_0} g(x) = A \cdot B;$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim\limits_{x \to x_0} f(x)}{\lim\limits_{x \to x_0} g(x)} = \frac{A}{B}\ (B \neq 0).$$

特别地，$\lim\limits_{x \to x_0} Cf(x) = C \lim\limits_{x \to x_0} f(x) = CA$；

$$\lim_{x \to x_0} [f(x)]^n = [\lim_{x \to x_0} f(x)]^n = A^n.$$

当自变量 x 以其他方式变化时，如 $x \to \infty$，$x \to x_0^+$ 等，上述法则依旧适用.

6. 函数的连续性与间断点

(1) $f(x)$在点 x_0 的某邻域内有定义，且 $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$，或 $f(x)$ 在点 x_0 的某邻域内有定义且 $\lim\limits_{\Delta x \to x_0} \Delta y = \lim\limits_{\Delta x \to 0} [f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)] = 0$，则称函数 $f(x)$在 x_0 处**连续**，并称 x_0 是函数 $f(x)$的**连续点**.

如果 $f(x)$在 x_0 及 x_0 的某个左邻域内有定义且 $\lim\limits_{x \to x_0^-} f(x) =$

$f(x_0)$，则称函数 $f(x)$在 x_0 处**左连续**.

如果 $f(x)$在 x_0 及 x_0 的某个右邻域内有定义且 $\lim\limits_{x \to x_0^+} f(x) = f(x_0)$，则称函数 $f(x)$在 x_0 处**右连续**.

函数 $f(x)$在点 x_0 处连续的充要条件是：函数 $f(x)$在点 x_0 处左、右连续.

由此可见，函数 $f(x)$在 x_0 处连续必须满足三个条件：

① 函数 $y = f(x)$ 在 x_0 的某个邻域内有定义；

② 函数 $y = f(x)$ 在 x_0 处极限存在，即 $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = A$；

③ 函数 $y = f(x)$ 在 x_0 处极限值等于它在该点的函数值 $f(x_0)$，即 $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$.

(2) 如果函数 $f(x)$在 x_0 处不连续，则称函数 $f(x)$在点 x_0 处**间断**，x_0 称为函数 $f(x)$的**间断点**.

间断点分类：x_0 是函数 $f(x)$的间断点.

① 可去间断点　如果 $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$ 存在，但 $f(x)$ 在 x_0 没有定义或虽然 $f(x)$ 在 x_0 有定义但 $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) \neq f(x_0)$，则称 x_0 是函数 $f(x)$的**可去间断点**；

② 跳跃间断点　如果 $\lim\limits_{x \to x_0^-} f(x)$ 及 $\lim\limits_{x \to x_0^+} f(x)$ 都存在，但不相等，则称 x_0 是函数 $f(x)$的**跳跃间断点**；

可去间断点、跳跃间断点统称为第一类间断点.

③ 如果 $\lim\limits_{x \to x_0^-} f(x)$ 或 $\lim\limits_{x \to x_0^+} f(x)$ 至少一个不存在，则称 x_0 是函数 $f(x)$的第二类间断点.

(3) 函数 $f(x)$在区间上连续

① 如果函数 $f(x)$在区间(a, b)上每一点都连续，则称函数$f(x)$在区间(a, b)**上连续**；

② 如果函数 $f(x)$在区间(a, b)上连续，且在 a 处右连续，在 b

处左连续，则称函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上**连续**.

初等函数在其定义区间内连续.

7. 闭区间上连续函数的性质

(1) 函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上连续，则函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上必存在最大值和最小值；

(2) 函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上连续，M, m 分别是函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上的最大值和最小值，则对任意 $c \in [m, M]$，至少存在一点 $x_0 \in (a, b)$ 使得 $f(x_0) = c$；

(3) 函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上连续，且 $f(a) \cdot f(b) < 0$，则至少存在一点 $x_0 \in (a, b)$ 使得 $f(x_0) = 0$.

8. 求极限的几种方法

(1) 利用极限运算法则；

(2) 利用函数的连续性求极限. 若 x_0 在初等函数 $f(x)$ 定义区间内，则 $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$；

(3) 求分式极限时：

① $\dfrac{A}{0}$ 型　若分母极限为 0，而分子极限不为 0，利用无穷小与无穷大的关系知所述分式极限为 ∞；

② $\dfrac{0}{0}$ 型　可以用因式分解或有理化等方法，消去分子、分母的零因子.

③ $$\lim_{x \to \infty} \frac{a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_n}{b_0 x^m + b_1 x^{m-1} + \cdots + b_m} = \begin{cases} \dfrac{a_0}{b_0}, & \text{当 } m = n \text{ 时；} \\ 0, & \text{当 } m > n \text{ 时；} \\ \infty, & \text{当 } m < n \text{ 时.} \end{cases}$$

(4) $\infty - \infty$ 型　通分或有理化后，再求极限.

(5) 利用两个重要极限求极限

$$\lim_{u \to 0} \frac{\sin u}{u} = 1, \ \lim_{u \to \infty} \left(1 + \frac{1}{u}\right)^u = \mathrm{e}, \ \lim_{u \to 0} (1 + u)^{\frac{1}{u}} = \mathrm{e},$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = \mathrm{e} \quad (u\text{ 可以是 }x\text{ 的函数}).$$

(6) 利用无穷小的性质求函数的极限　无穷小与有界函数之积为无穷小量;无穷大的倒数为无穷小、等价无穷小.

$x\to 0$ 时,常用的等价无穷小代换有:

$$\sin x \sim x;\ \tan x \sim x;\ \arcsin x \sim x;\ 1-\cos x \sim \frac{x^2}{2};$$

$$\ln(1+x)\sim x;\ \mathrm{e}^x - 1 \sim x.$$

注　极限运算过程中常用等价无穷小代换,但它们只能在乘除运算时使用,不能在加减运算中使用.

二、例题分析

例 1　判断下列函数是否相同?为什么?

(1) $f(x)=\dfrac{x\ln(x-1)}{|x|}$ 与 $g(x)=\ln(x-1)$;

(2) $f(x)=\cos x$ 与 $g(x)=\sqrt{1-\sin^2 x}$.

分析　两个函数相同的充要条件是两函数的定义域及对应法则分别相同,与变量使用字母无关.

解　(1) 因为它们的定义域均为 $\{x \mid x>1\}$,且 $x>1$ 时,有 $f(x)=\dfrac{x\ln(x-1)}{|x|}=\dfrac{x\ln(x-1)}{x}=\ln(x-1)=g(x)$,即对应法则相同.

所以两个函数相同.

(2) 虽然 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的定义域相同,均为 $\mathbf{R}$,但

$$g(x)=\sqrt{1-\sin^2 x}=|\cos x| = \begin{cases} \cos x, & x\in\left[2k\pi-\dfrac{\pi}{2},\ 2k\pi+\dfrac{\pi}{2}\right]; \\ -\cos x, & x\in\left(2k\pi+\dfrac{\pi}{2},\ 2k\pi+\dfrac{3}{2}\pi\right), \end{cases} \quad k\in\mathbf{Z}.$$

即 $f(x)$ 与 $g(x)$ 对应法则不相同，所以两个函数不相同.

例 2 下列函数是由哪些简单函数复合而成：

(1) $y=\ln\sin x$； (2) $y=e^{\sqrt{x^2-1}}$.

分析 函数 $y=\ln\sin x$ 的最后运算是对数运算，所以 $y=\ln u$, $u=\sin x$. 函数 $y=e^{\sqrt{x^2-1}}$ 的最后运算是指数运算，所以 $y=e^u$, $u=\sqrt{x^2-1}$，而 $u=\sqrt{x^2-1}$ 的最后运算是开方运算，故 $u=\sqrt{v}$, $v=x^2-1$.

解 (1) 函数 $y=\ln\sin x$ 由函数 $y=\ln u$, $u=\sin x$ 复合而成；

(2) 函数 $y=e^{\sqrt{x^2-1}}$ 由函数 $y=e^u$, $u=\sqrt{v}$, $v=x^2-1$ 复合而成.

例 3 求下列极限：

(1) $\lim\limits_{x\to 2}[2x^2-\ln(x+1)]$； (2) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(\sin x+\cos 2x)$；

(3) $\lim\limits_{x\to 1}e^x\sqrt{x^2+3}$； (4) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2-\cos x}{3x^2+1}$.

分析 首先应用极限的四则运算法则，然后考虑 x^a, $\ln(x+1)$, $\sin x$, $\cos 2x$, e^x，在 $x\to x_0$ 时的极限，由函数的连续性知：若 x_0 在初等函数 $f(x)$ 定义区间内，则 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=f(x_0)$. 我们也可以这样考虑：这四个函数均是初等函数，而 2, $\dfrac{\pi}{2}$, 1, 0 都在相应函数的定义域内，则 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=f(x_0)$.

解 (1) $\lim\limits_{x\to 2}[2x^2-\ln(x+1)]=2\times 2^2-\ln(2+1)=8-\ln 3$；

(2) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(\sin x+\cos 2x)=\sin\dfrac{\pi}{2}+\cos\pi=1-1=0$；

(3) $\lim\limits_{x\to 1}e^x\sqrt{x^2+3}=e^1\sqrt{1^2+3}=2e$；

(4) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2-\cos x}{3x^2+1}=\dfrac{2-\cos 0}{3\times 0^2+1}=1$.

例 4 求下列极限：

(1) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+x-2}{4x-3-x^2}$； (2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}{x^2+2x}$.

分析 这两个极限均属$\frac{0}{0}$型，分别可通过因式分解及有理化的方法消去分子、分母的零因式，然后再应用极限四则运算法则来计算.

解 (1) $\lim\limits_{x\to1}\frac{x^2+x-2}{4x-3-x^2}=\lim\limits_{x\to1}\frac{(x-1)(x+2)}{(x-1)(3-x)}$

$$=\lim_{x\to1}\frac{x+2}{3-x}$$

$$=\frac{1+2}{3-1}=\frac{3}{2};$$

(2) $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}{x^2+2x}=\lim\limits_{x\to0}\frac{(1-x)-(1+x)}{x(x+2)(\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x})}$

$$=\lim_{x\to0}\frac{-2}{(x+2)(\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x})}$$

$$=-\frac{1}{2}.$$

例 5 求下列极限：

(1) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^2+x+3}{x^3-x+8}$；　　(2) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{4x^2+1}+x}{\sqrt{9x^2-x}+1}$.

分析 对第(1)题可应用公式：

$$\lim_{x\to\infty}\frac{a_0x^n+a_1x^{n-1}+\cdots+a_n}{b_0x^m+b_1x^{m-1}+\cdots+b_m}=\begin{cases}\frac{a_0}{b_0}, & \text{当 } m=n \text{ 时；}\\ 0, & \text{当 } m>n \text{ 时；}\\ \infty, & \text{当 } m<n \text{ 时.}\end{cases}$$

或第(1)、(2)题均将分子分母同除以 x 的最高次幂，再应用极限的四则运算法则来计算.

解 (1) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^2+x+3}{x^3-x+8}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}+\frac{3}{x^3}}{1-\frac{1}{x^2}+\frac{8}{x^3}}$