

○ 策 划 北京弘哲教育研究中心

○ 总主编 滕 纯

弘哲书系  
HONGZHESHUXI

*Dianjin Xunlian*

# 点金训练

适用于新课标人教B版

高中  
数学

选修 2-1

广西教育出版社  
四川教育出版社

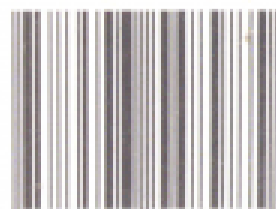
总主编 滕 纯  
责任编辑 黄 曼  
特约编辑 杨 斌

# 第一套梯度训练分层最详细的书

配套科目	适用版本	适用模块
高中语文	人教版\粤教版\江苏教育版 鲁人版\语文版	必修\选修
高中数学	人教A版\人教B版\北师大版 江苏教育版	必修\选修
高中英语	人教版\外研版\译林版 北师大版	必修\选修
高中物理	人教版\粤教版\沪科版\鲁科版	必修\选修
高中化学	人教版\江苏教育版\鲁科版	必修\选修
高中生物	人教版\江苏教育版	必修\选修
高中思想政治	人教版	必修\选修
高中历史	人教版\岳麓版\人民版	必修\选修
高中地理	人教版\中图版\鲁教版\湘教版	必修\选修

装帧设计 / SOAN 威峰兰州K&M机构

ISBN 978-7-5435-4898-5



9 787543 548985 >

定价：13.00元

# 点金训练

适用于新课标人教B版

## 高中数学选修 2-1

策 划 北京弘哲教育研究中心  
总主编 滕 纯 (中央教科所前副所长 研究员)  
主 编 韩继新  
编 者 王兆国 孙致军 孙孟森  
李雪风 张玉娟

广西教育出版社  
四川教育出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

点金训练：人教 B 版·高中数学·2-1：选修/滕纯主编.  
南宁：广西教育出版社，2007.7  
ISBN 978-7-5435-4898-5

I. 点… II. 滕… III. 数学课—高中—习题  
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 090969 号

责任编辑 黄 曼  
特约编辑 杨 斌  
封面设计 魏 晋  
版式设计 李艳青  
责任校对 戴 颖  
责任印制 肖 林  
出 版 广西教育出版社 四川教育出版社  
(南宁市鲤湾路 8 号 邮政编码 530022)  
发 行 四川新华文轩连锁股份有限公司  
印 刷 北京华戈印务有限公司印刷  
版 次 2007 年 7 月第 1 版  
印 次 2007 年 7 月北京第 1 次印刷  
成品规格 210mm×295mm  
印 张 8.5  
字 数 170 千  
印 数 0001—4000  
定 价 13.00 元

ISBN 978-7-5435-4898-5/G·3954

如发现印装质量问题，请与本社调换。电话：(0771) 5865797



为人修福泽 哲慧授业

jianren  
坚韧

水木清华的荷塘

未名湖畔的塔影

『点金』

通向彼岸的力量



# 弘哲书系 伴你成长

## 《点金教练》系列丛书



本系列丛书以新课程标准为设计理念，以学生为主体，以教与学之间的互动为灵魂，从完整的学习过程入手，构建探究型学案式学习方式，达到促进学生高效巩固基础、快速提升能力的目的。

## 《点金训练》系列丛书



本系列丛书注重学生综合能力的升级，并体现快乐学习、有序训练、轻松过关的理念。特色为：梯度分层细，实用价值高；习题编选新，训练效果好；装帧设计巧，一书两形妙。

## 《麻辣阅读》系列丛书



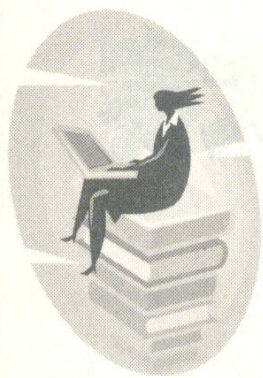
本系列丛书是第一套文学趣味性阅读读本。运用“阅读兴趣”和“阅读刺激”交替循环的方式来达到阅读生理功能的平衡，在佳篇美文后加入讽刺、幽默、哲理、寓言、奇文等带有麻辣元素的文章来刺激阅读，逐步实现快乐阅读和激情阅读。

## 《地道英语》系列丛书



本系列丛书为学生创设了与英美生活、文化亲密接触的语言环境和仿真的考试场景，使学生在地道的英语环境下，提高英语素养及应试能力。





**随**着课改的不断深入,为了充分阐释课程标准的要求,鼓励、引导学生在共同发展中富有个性、自主地学习,我们特约北京、山东、江苏、广东等课改省份及教育发达地区百余位特、高级教师精心打造、倾力编写了这套《点金训练》丛书。它将优化训练与答案详解融为一体,针对课堂作业、课后自测、阶段评估的学习过程设置梯级习题,能让你练得巧妙、学得扎实!本丛书具有如下特色:

☆**梯度、分级** 丛书特有的“梯级集训”模式,极大地优化了思维的发散性和学习的层次感。丛书课节训练按AB卷编写。A卷为课堂针对训练,按“双基再现”“变式活学”和“实践演练”分类优化;B卷为课外提升训练,按“理解整合”“拓展创新”“综合探究”和“高考模拟”梯度编排。着重体现了课堂作业和课后练习的功能。在题目编排难度上由易到难,用“★”(1~5个)标识;在课堂同步性上设置课节训练、单元训练、模块训练三部分,让学生在学习的每个阶段都可获得能力提升。这些匠心独运的设计让你仿佛置身于一个广阔而奇妙的演练场。这里处处充满乐趣和挑战,让你大展拳脚,练就一身绝世“武功”。

☆**科学、质优** 丛书集训练过程的“学、练、测”于一体,化方法、能力、创新于一炉,融山东、江苏、广东等地优质教育资源于一书,汇百余名特、高级教师智慧于一身,将会带给你全程的学习指导,点亮你学海航行的明灯。

☆**轻负、稳健** 丛书题量适中,题型丰富,题目经典,各梯度间循序渐进,层次性和难易度适当,使你能有选择地做题,练得充分、精当。同时,丛书大力引入原创题、变式题、探究题,增强题目的独创性、新颖性和时代感,使你训练得心应手、扎实有效。答案中点拨到位,警示思维误区,点击解题关键,令人有茅塞顿开之感。

☆**高能、高分** 在同步训练中链接高考,引入最新高考真题和模拟题,引导你走进高考、感受高考,帮助你适应高考、决胜高考。

《点金训练》是一艘带领师生畅游蔚蓝学海的旗舰。通过亲切的指导、耐心的训练、愉快的测试、精当的评价,相信《点金训练》会让每一位“航海员”都获得属于自己闪光耀眼的奖牌!那么还等什么呢,现在就和《点金训练》一起开始你激动人心,充满意趣和挑战的“点金”之旅吧!



中央教科所前副所长 研究员

# 第二届全国“点金之星”创新学习大赛

## ——改变学习方法 体验学习乐趣

全国初、高中师生朋友们：

北京弘哲教育研究中心与多家省市级教研中心、教育出版社继去年成功举办首届全国寻找“点金·创意之星”活动之后，于今年4月隆重推出第二届全国“点金之星”创新学习大赛。现在，只需你转动脑筋拿起纸笔参与本次大赛，就有机会成为全国“点金之星”，获得星级证书并赢取精美奖品。

### 活动介绍

参赛者需围绕《点金教练》或《点金训练》丛书的使用心得，以“改变学习方法，体验学习乐趣”为主题，向全国的朋友们介绍和分享自己最拿手的学习方法。参赛者介绍的学习方法或针对全学科，或针对某学科，或针对某学科的某一部分，或针对某一类问题等均可。参赛作品请注明作品名称、作者姓名、年龄、所在学校或单位、通讯地址、邮政编码和联系电话。同时，我们也诚恳地期望各界朋友能借此机会对我们图书的不足之处提出批评和建议。届时，我们将组织创新教育专家对所有作品进行评审，最终评出725位具有示范意义、拥有优异创新学习能力的获奖者，颁发“点金之星”荣誉证书和精美奖品。欢迎全国在校初、高中学生和教师踊跃报名参加。

### 奖项设置

钻石星：5名——价值2000元高级电子辞典一部

铂金星：20名——价值800元时尚MP4一部

白银星：200名——《点金教练》丛书一套

青铜星：500名——精美礼品一件

### 投稿事宜

投稿日期：当年6~12月

结果公布：次年3月（电话和邮件通知获奖者，并向社会公布。）

投稿地址：北京市朝阳区胜古中路2号金基业大厦10层1002

第二届全国“点金之星”创新学习大赛组委会收

邮政编码：100029

E-mail: hongzhe2008@gmail.com

咨询电话：(010)64411197 64411172

**郑重声明：**作品投稿后，即表明原作者授权北京弘哲文化发展有限公司无偿在各类活动中宣传、展示、使用和出版该作品。

本活动法律顾问：鼎立律师事务所 沈春林



# 目 录

## 第一章 常用逻辑用语

1.1 命题与量词	1
A卷(课堂针对训练)	1
B卷(课外提升训练)	2
1.2 基本逻辑联结词	4
A卷(课堂针对训练)	4
B卷(课外提升训练)	5
1.3 充分条件、必要条件与命题的四种形式	7
1.3.1 推出与充分条件、必要条件	7
A卷(课堂针对训练)	7
B卷(课外提升训练)	8
1.3.2 命题的四种形式	10
A卷(课堂针对训练)	10
B卷(课外提升训练)	11

## 第二章 圆锥曲线与方程

2.1 曲线与方程	13
A卷(课堂针对训练)	13
B卷(课外提升训练)	14
2.2 椭圆	16
2.2.1 椭圆的标准方程	16
A卷(课堂针对训练)	16
B卷(课外提升训练)	17
2.2.2 椭圆的几何性质	19
A卷(课堂针对训练)	19
B卷(课外提升训练)	20
2.3 双曲线	23
2.3.1 双曲线的标准方程	23
A卷(课堂针对训练)	23
B卷(课外提升训练)	24
2.3.2 双曲线的几何性质	26
A卷(课堂针对训练)	26
B卷(课外提升训练)	27
2.4 抛物线	29
2.4.1 抛物线的标准方程	29
A卷(课堂针对训练)	29

B 卷(课外提升训练)	30
2.4.2 抛物线的几何性质	32
A 卷(课堂针对训练)	32
B 卷(课外提升训练)	33
2.5 直线与圆锥曲线	35
A 卷(课堂针对训练)	35
B 卷(课外提升训练)	36

### 第三章 空间向量与立体几何

3.1 空间向量及其运算	38
3.1.1 空间向量的线性运算	38
A 卷(课堂针对训练)	38
B 卷(课外提升训练)	39
3.1.2 空间向量的基本定理	41
A 卷(课堂针对训练)	41
B 卷(课外提升训练)	42
3.1.3 两个向量的数量积	45
A 卷(课堂针对训练)	45
B 卷(课外提升训练)	46
3.1.4 空间向量的直角坐标运算	48
A 卷(课堂针对训练)	48
B 卷(课外提升训练)	49
3.2 空间向量在立体几何中的应用	52
3.2.1 直线的方向向量与直线的向量方程	52
A 卷(课堂针对训练)	52
B 卷(课外提升训练)	53
3.2.2 平面的法向量与平面的向量表示	55
A 卷(课堂针对训练)	55
B 卷(课外提升训练)	56
3.2.3 直线与平面的夹角	58
A 卷(课堂针对训练)	58
B 卷(课外提升训练)	60
3.2.4 二面角及其度量	61
A 卷(课堂针对训练)	61
B 卷(课外提升训练)	62
3.2.5 距离	64
A 卷(课堂针对训练)	64
B 卷(课外提升训练)	65

第一章测试卷

第二章测试卷

第三章测试卷

模块 2-1 评价卷

参考答案



# 第一章 常用逻辑用语



## 1.1 命题与量词



### A 卷(课堂针对训练)



#### 双基再现

- ★下列语句中是命题的个数有 ( )  
 ①空集是任何集合的真子集;  
 ② $2x-1>0$ ;  
 ③把门关上;  
 ④对角线相等的四边形.  
 A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个
- ★下列全称命题中,为真命题的是 ( )  
 A. 所有奇数都是素数  
 B.  $\forall x \in \mathbf{R}, x^2+x+1<0$   
 C. 对每个无理数  $x, x^2$  也是无理数  
 D. 对数函数都是单调函数
- ★下列存在性命题中,为真命题的是 ( )  
 A. 存在一个实数  $x$ , 使  $x^2+2x+3=0$   
 B. 存在一个  $x \in \mathbf{Z}$ , 使  $3x+4=5$   
 C. 有些整数只有两个正因数  
 D. 存在两个相交平面垂直于同一条直线
- ★★记  $S = \{\text{正方形}\}$ ,  $p(x)$ : “平行四边形”, 用简记符号写全称命题正确的是 ( )  
 A.  $\exists x \in S, x$  是平行四边形  
 B.  $\forall x \in S, x$  是平行四边形  
 C. A、B 都不对  
 D. 无法写出
- ★★将  $\forall x \in \mathbf{R}, x^2+4x+7>0$  写成语言表述的形式为 ( )  
 A. 至少有一个实数, 使  $x^2+4x+7>0$   
 B. 存在某些实数, 使  $x^2+4x+7>0$   
 C. 不存在实数  $x$ , 使  $x^2+4x+7>0$   
 D. 对所有实数  $x$ , 都有  $x^2+4x+7>0$

6. ★★用符号“ $\forall$ ”与“ $\exists$ ”表示下面含有量词的命题:

- 自然数的平方大于零;
- 存在一对整数, 使  $2x+4y=3$ .



#### 变式活学

- ★★(教材 1.1.2 例 1 的变式)  
 用符号“ $\forall$ ”与“ $\exists$ ”表示下列命题, 并判断真假:  
 (1) 不论  $m$  取什么实数, 方程  $x^2+x-m=0$  必有实根;  
 (2) 存在一个实数  $x$ , 使  $\sin x > \tan x$ .
- ★★(教材 1.1.2 练习 A 第 3 题的变式)  
 设  $p(x)$ :  $2x+1$  是奇数, 试用不同的表述方法写出下列命题.  
 (1) 全称命题: “ $\forall x \in \mathbf{R}, p(x)$ ”;  
 (2) 存在性命题: “ $\exists x \in \mathbf{R}, p(x)$ ”.





## 实践演练

9. ★★判断下列命题是全称命题还是存在性命题,并判断它们的真假:

- (1)任何实数都有算术平方根;
- (2)至少有一个整数,它既能被2整除,又能被5整除;
- (3)正四棱柱都是平行六面体;
- (4)有一个实数 $x$ ,使 $x^2+2x+5=0$ .

## B卷(课外提升训练)



## 理解整合

1. ★下列语句为命题的个数有 ( )

- ①空集是任何集合的子集;
- ②若整数 $a$ 是素数,则 $a$ 是奇数;
- ③对角线相等的四边形;
- ④ $x>15$ ;
- ⑤指数函数是增函数吗?

A. 1个 B. 2个 C. 4个 D. 5个

2. ★已知直线 $l, m$ ,平面 $\alpha, \beta$ ,且 $l \perp \alpha, m \subset \beta$ ,给出下列命题,其中正确命题的个数是 ( )

- ①若 $\alpha \parallel \beta$ ,则 $l \perp \beta$ ;
- ②若 $l \perp \beta$ ,则 $\alpha \parallel \beta$ ;
- ③若 $\alpha \perp \beta$ ,则 $l \parallel \beta$ ;
- ④若 $l \parallel \beta$ ,则 $\alpha \perp \beta$ .

A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

3. ★下列语句是全称命题的是 ( )

- A.  $x>3$
- B. 所有的直线 $l$ 与平面 $\alpha$ 都不能垂直
- C. 如果直线 $l$ 垂直于平面 $\alpha$ 内的两条相交直线,那么直线 $l$ 垂直于平面 $\alpha$
- D.  $2n+1$ 是奇数

4. ★下列语句是存在性命题的是 ( )

- A. 整数 $n$ 是2和5的倍数
- B. 存在整数 $n$ ,使 $n$ 不能被11整除
- C. 若 $3x-7=0$ ,则 $x=\frac{7}{3}$
- D.  $\forall x \in M, p(x)$

5. ★★下列命题中是全称命题并且是真命题的是 ( )

- A.  $\forall x \in \mathbf{R}, x^2+2x+1>0$
- B. 若 $2x$ 为偶数,则 $\forall x \in \mathbf{N}$

10. ★★★已知集合 $A=\{x|x^2-4mx+2m+6=0\}, B=\{x|x<0\}$ .若命题 $A \cap B = \emptyset$ 为假命题,求实数 $m$ 的取值范围.

C. 所有菱形的四条边都相等

D.  $\pi$ 是无理数

6. ★★存在性命题“存在实数 $x$ ,使 $x^2+1<0$ ”可写成 ( )

- A. 若 $x \in \mathbf{R}$ ,则 $x^2+1<0$
- B.  $\forall x \in \mathbf{R}, x^2+1<0$
- C.  $\exists x \in \mathbf{R}, x^2+1<0$
- D. 以上都不正确

7. ★命题“末位是0的整数,可以被5整除”是\_\_\_\_\_命题.(填“全称”或“存在性”)

8. ★★下列命题是存在性命题,并且是真命题的是\_\_\_\_\_.

- ①如果直线 $a$ 在平面 $\alpha$ 内,那么直线 $a$ 上所有点都在 $\alpha$ 内;
- ②如果直线 $a$ 上有两点在 $\alpha$ 内,那么直线上的所有点都在 $\alpha$ 内;
- ③如果直线 $a$ 上有两点到 $\alpha$ 的距离相等,那么直线 $a \parallel \alpha$ .

9. ★★判断以下命题的真假:

- (1)  $\forall x \in \mathbf{R}, x^2+2>0$ ;
- (2)  $\forall x \in \mathbf{N}, x^4 \geq 1$ ;
- (3)  $\exists x \in \mathbf{Z}, x^3 < 1$ ;
- (4)  $\exists x \in \mathbf{Q}, x^2 = 3$ .



## 拓展创新

10. ★★★小红、小芳、小新三个同学中有一人帮助生病的小青补好了笔记. 当小青问起是谁做的好事时, 小红说:“小芳做的.” 小芳说:“不是我做的.” 小新说“也不是我做的.” 如果知道三个人中有两人说假话, 有一人说真话, 能判断是谁做的吗?

11. ★★★已知  $p: x^2 + mx + 1 = 0$  有两个不等的负根,  $q: 4x^2 + 4(m-2)x + 1 = 0$  无实根, 若  $p, q$  一真一假, 求  $m$  的取值范围.



## 综合探究

12. ★★★有甲、乙、丙、丁四位同学参加数学竞赛, 其中只有一位同学获奖, 有人走访了四位学生, 甲说:“我获奖了.” 乙说:“甲、丙都未获奖.” 丙说:“是甲或乙获奖了.” 丁说:“乙获奖了.” 四位同学的话中, 恰有两句是对的, 则获奖的同学是 ( )  
A. 丁 B. 丙 C. 乙 D. 甲
13. ★★★有下列四个命题: ①  $\{\emptyset\}$  是空集; ②  $\{0\}$  是空集; ③ 若  $a \in \mathbf{R}$ , 则  $-a \notin \mathbf{N}$ ; ④ 集合  $A = \{x | x \in \mathbf{R} \text{ 且 } x^2 + 2x + 1 = 0\}$  是二元素集. 其中正确的命题个数为 ( )  
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

14. ★★★试判断“一次函数  $f(x) = kx + h$  ( $k \neq 0$ ), 若  $m < n, f(m) > 0, f(n) > 0$ , 则对任意  $x \in (m, n)$  都有  $f(x) > 0$ ”是真命题还是假命题, 并说明理由.



## 高考模拟

15. ★★(2006 · 山东青岛) 下列命题中, 既是真命题又是存在性命题的是 ( )  
A. 有一个  $\alpha$ , 使  $\tan(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$   
B. 存在实数  $x$ , 使  $\sin x = \frac{\pi}{2}$   
C. 对一切  $\alpha$ ,  $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$   
D.  $\sin 15^\circ = \sin 60^\circ \cdot \cos 45^\circ - \cos 60^\circ \cdot \sin 45^\circ$
16. ★★(2007 · 山东临沂) 给出以下命题: ①  $\forall x \in \mathbf{R}$ , 有  $x^4 > x^2$ ; ②  $\exists \alpha \in \mathbf{R}$ , 使得  $\sin 3\alpha = 3\sin \alpha$ ; ③  $\exists a \in \mathbf{R}$ , 对  $\forall x \in \mathbf{R}$ , 使  $x^2 + 2x + a < 0$ . 其中真命题的个数是 ( )  
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
17. ★★(2007 · 广东) 若  $l, m, n$  是互不相同的空间直线,  $\alpha, \beta$  是不重合的平面, 则下列命题中为真命题的是 ( )  
A. 若  $\alpha // \beta, l \subset \alpha, n \subset \beta$ , 则  $l // n$   
B. 若  $\alpha \perp \beta, l \subset \alpha$ , 则  $l \perp \beta$   
C. 若  $l \perp n, m \perp n$ , 则  $l // m$   
D. 若  $l \perp \alpha, l // \beta$ , 则  $\alpha \perp \beta$



## 1.2 基本逻辑联结词



### A 卷(课堂针对训练)



#### 双基再现

- ★命题“方程  $x^2=2$  的解是  $x=\pm\sqrt{2}$ ”是 ( )  
 A. 简单命题  
 B. 含“或”的复合命题  
 C. 含“且”的复合命题  
 D. 含“非”的复合命题
- ★对命题  $p$  和  $q$ , 若  $p$  且  $q$  为真命题, 则下列四个命题中, 真命题是 ( )  
 ①  $p$  或  $\neg q$  是真命题; ②  $p$  且  $\neg q$  是真命题;  
 ③  $\neg p$  且  $\neg q$  是假命题; ④  $\neg p$  或  $q$  是假命题.  
 A. ①②                      B. ③④  
 C. ①③                      D. ②④
- ★下列判断正确的是 ( )  
 A. 命题  $p$  为真命题, 命题“ $p$  且  $q$ ”一定是真命题  
 B. 命题“ $p$  且  $q$ ”是真命题时, 命题  $p$  一定是真命题  
 C. 命题“ $p$  且  $q$ ”是假命题, 命题  $p$  一定是假命题  
 D. 命题  $p$  是假命题, 命题“ $p$  且  $q$ ”不一定是假命题
- ★命题“方程  $|x|=1$  的解是  $x=\pm 1$ ”, 使用逻辑联结词的情况是 ( )  
 A. 没有使用逻辑联结词  
 B. 使用了逻辑联结词“或”  
 C. 使用了逻辑联结词“且”  
 D. 使用了逻辑联结词“非”
- ★命题“ $a \notin A$  或  $b \notin B$ ”的否定形式是 ( )  
 A. 若  $a \notin A$ , 则  $b \notin B$   
 B.  $a \in A$  或  $b \in B$   
 C.  $a \in A$  且  $b \in B$   
 D. 若  $b \notin B$ , 则  $a \notin A$
- ★★如果命题“ $\neg p \vee \neg q$ ”是假命题, 则在下列结论中, 正确的为 ( )

①命题“ $p \wedge q$ ”是真命题; ②命题“ $p \wedge q$ ”是假命题; ③命题“ $p \vee q$ ”是真命题; ④命题“ $p \vee q$ ”是假命题.

- A. ①③                      B. ②④  
 C. ②③                      D. ①④

7. ★★已知命题  $p$ : 方程  $x^2-5x+6=0$  的根是  $x=2$ , 命题  $q$ : 方程  $x^2-5x+6=0$  的根是  $x=3$ , 那么  $p \wedge q$ : \_\_\_\_\_, 其真假是 \_\_\_\_\_;  $p \vee q$ : \_\_\_\_\_, 其真假是 \_\_\_\_\_.

8. ★★若把“ $A \subseteq B$ ”看成一个命题, 那么该命题的形式是 \_\_\_\_\_, 其中构成它的两个命题分别是 \_\_\_\_\_.



#### 变式活学

9. ★★(教材 1.2.1 例 1 的变式)  
 分别写出由下列各组命题构成的“ $p$  或  $q$ ”“ $p$  且  $q$ ”“非  $p$ ”形式的命题, 并判断其真假.  
 (1)  $p$ : 正多边形有一个内切圆;  $q$ : 正多边形有一个外接圆;  
 (2)  $p$ : 角平分线上的点到角两边距离不相等;  $q$ : 线段中垂线上的点到线段的两端点距离相等;  
 (3)  $p$ :  $2 \in \{2, 3, 4\}$ ;  $q$ :  $\{\text{矩形}\} \cap \{\text{菱形}\} = \{\text{正多边形}\}$ ;  
 (4)  $p$ : 正六边形的对角线都相等;  $q$ : 凡偶数都是 4 的倍数.

## 10. ★★(教材 1.2.2 例 2 的变式)

写出下列命题的非,并判断其真假:

(1) $p$ :不论  $m$  取何实数,方程  $x^2+x-m=0$  必有实根.

(2) $q$ :存在一个实数  $x$ ,使得  $x^2+x+1 \leq 0$ .

(3) $r$ :等圆的面积相等,周长相等.

(4) $s$ :对任意角  $\alpha$ ,都有  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ .



## 实践演练

11. ★★对命题  $p$ :“1 是集合  $\{x|x^2 < a\}$  中的元素”, $q$ :“2 是集合  $\{x|x^2 < a\}$  中的元素”,则  $a$  为何值时,“ $p$  或  $q$ ”是真命题? $a$  为何值时,“ $p$  且  $q$ ”是真命题?



## B 卷(课外提升训练)



## 理解整合

1. ★对命题  $p:A \cap \emptyset = \emptyset$ ,命题  $q:A \cup \emptyset = A$ ,下列说法正确的是 ( )
- A.  $p$  且  $q$  为假                      B.  $p$  或  $q$  为假
- C. 非  $p$  为真                            D. 非  $p$  为假
2. ★如果命题“ $p$  或  $q$ ”与命题“非  $p$ ”都是真命题,那么 ( )
- A. 命题  $p$  不一定是假命题
- B. 命题  $q$  一定是真命题
- C. 命题  $q$  不一定是真命题
- D. 命题  $p$  与  $q$  的真值相同
3. ★已知全集  $S = \mathbf{R}$ ,  $A \subseteq S$ ,  $B \subseteq S$ ,若命题  $p$ :  
 $\sqrt{2} \in (A \cup B)$ ,则命题“ $\neg p$ ”是 ( )
- A.  $\sqrt{2} \notin A$
- B.  $\sqrt{2} \in \complement_s B$
- C.  $\sqrt{2} \notin (A \cap B)$
- D.  $\sqrt{2} \in (\complement_s A) \cap (\complement_s B)$
4. ★★已知命题  $p:3 \geq 3$ , $q:3 > 4$ ,则下列选项正确的是 ( )
- A.  $p$  或  $q$  为真, $p$  且  $q$  为真,非  $p$  为假
- B.  $p$  或  $q$  为真, $p$  且  $q$  为假,非  $p$  为真
- C.  $p$  或  $q$  为假, $p$  且  $q$  为假,非  $p$  为假
- D.  $p$  或  $q$  为真, $p$  且  $q$  为假,非  $p$  为假
5. ★★若  $p$ 、 $q$  是两个命题,“ $p$  或  $q$ ”的否定为真命题,则必有 ( )
- A.  $p$  真  $q$  真                            B.  $p$  假  $q$  假
- C.  $p$  真  $q$  假                            D.  $p$  假  $q$  真
6. ★★已知命题  $p$ :方程  $x^2 - mx + 1 = 0$  有两个

不等的正实数根;命题  $q$ :方程  $4x^2 + 4 \cdot (m-2)x + m^2 = 0$  无实根.若“ $p$  或  $q$ ”为真,“ $p$  且  $q$ ”为假,则下列结论:①  $p$ 、 $q$  都为真;②  $p$ 、 $q$  都为假;③  $p$ 、 $q$  一真一假;④  $p$ 、 $q$  中至少有一个为真;⑤  $p$ 、 $q$  中至少有一个为假.

其中正确结论的序号是 \_\_\_\_\_,  $m$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

7. ★★命题“方程  $\frac{x-3}{x-3} = 1$  没有实根”是 \_\_\_\_\_ 形式的命题,它是 \_\_\_\_\_ 命题.

8. ★★写出下列命题的否定形式:

- (1)李强英语口语及格;
- (2)点  $M$  或点  $N$  在直线  $AB$  上;
- (3)对  $\forall x$ ,都有  $x^2 \geq 0$ .

9. ★★设命题  $p:x \in \mathbf{R}$ , $q:|x^2 - 2x + 1| \leq 0$ ,若命题“ $p$  或  $q$ ”与命题“ $\neg p$ ”同为真命题,求  $x$  的值.



## 拓展创新

10. ★★在一次模拟打飞机的游戏中,小李接连射击了两次,设命题  $p_1$  是“第一次射击击中飞机”,命题  $p_2$  是“第二次射击击中



飞机”，试用  $p_1, p_2$  以及联结词“或”“且”“非”表示下列命题：

- (1)命题  $m$ : 两次都击中飞机, \_\_\_\_\_;
- (2)命题  $n$ : 两次都未击中飞机, \_\_\_\_\_;
- (3)命题  $k$ : 恰有一次击中了飞机, \_\_\_\_\_;
- (4)命题  $t$ : 至少有一次击中飞机, \_\_\_\_\_.

11. ★★同住一间寝室的四名女生, 她们当中有一人在修指甲, 一人在看书, 一人在梳头发, 一人在听音乐.

- ①A 不在修指甲, 也不在看书; ②B 不在听音乐, 也不在修指甲; ③如果 A 不在听音乐, 那么 C 不在修指甲; ④D 既不在看书, 也不在修指甲; ⑤C 不在看书, 也不在听音乐. 若以上命题都是真命题, 问她们各在做什么?

A 在 \_\_\_\_\_; B 在 \_\_\_\_\_;  
C 在 \_\_\_\_\_; D 在 \_\_\_\_\_.

12. ★★★设  $p$ : 关于  $x$  的不等式  $a^x > 1$  的解集是  $\{x | x < 0\}$ ,  $q$ : 函数  $y = \lg(ax^2 - x + a)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ . 如果  $p$  和  $q$  有且只有一个正确, 求  $a$  的取值范围.



### 综合探究

13. ★★★是否存在同时满足下列三个条件的命题  $p$  和命题  $q$ ? 若存在, 试构造出这样的一组命题; 若不存在, 说明理由.

- ①“ $p \vee q$ ”为真; ②“ $p \wedge q$ ”为假; ③“ $\neg p$ ”为假.

14. ★★★★★已知  $c > 0$ , 设  $p$ : 函数  $y = c^x$  在  $\mathbf{R}$  上递减;  $q$ : 不等式  $x + |x - 2c| > 1$  的解集为  $\mathbf{R}$ , 如果“ $p$  或  $q$ ”为真, 且“ $p$  且  $q$ ”为假, 求  $c$  的范围.

15. ★★★已知  $a > 0, a \neq 1$ , 设  $p$ : 函数  $y = \log_a(x+1)$  在  $x \in (0, +\infty)$  内单调递减;  $q$ : 曲线  $y = x^2 + (2a-3)x + 1$  与  $x$  轴交于不同的两点. 如果  $p$  和  $q$  有且只有一个正确, 求  $a$  的取值范围.



### 高考模拟

16. ★★(2007·广东)命题  $p$ : 若  $a, b \in \mathbf{R}, |a| + |b| > 1$ , 则  $|a+b| > 1$ ; 命题  $q$ : 函数  $y = \sqrt{|x-1|-2}$  的定义域是  $(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$ , 则 ( )

- A.  $p$  或  $q$  为假
- B.  $q$  且  $p$  为真
- C.  $p$  真  $q$  假
- D.  $p$  假  $q$  真

17. ★★(2006·山东潍坊)已知命题  $p$ :  $\lg(x^2 - 2x - 2) \geq 0$ ;  $q$ :  $0 < x < 4$ . 若  $p$  是真命题,  $q$  是假命题, 求实数  $x$  的取值范围.

18. ★★★★★(2006·东北三省联考)给出下列命题:

甲: 关于  $x$  的不等式  $x^2 + (a-1)x + a^2 \leq 0$  的解集为空集; 乙: 函数  $y = (2a^2 - a)^x$  为增函数.

分别求出符合下列条件的实数  $a$  的取值范围:

- (1)甲、乙至少有一个是真命题;
- (2)甲、乙中有且只有一个是真命题.



## 1.3 充分条件、必要条件与命题的四种形式

## 1.3.1 推出与充分条件、必要条件

## A 卷(课堂针对训练)



## 双基再现

- ★设原命题“若  $p$  则  $q$ ”假而逆命题真,则  $p$  是  $q$  的 ( )  
A. 充分不必要条件  
B. 必要不充分条件  
C. 充要条件  
D. 既不充分又不必要条件
- ★设命题甲:  $0 < x < 5$ ; 命题乙:  $|x-2| < 3$ , 那么 ( )  
A. 甲是乙的充分条件,但不是乙的必要条件  
B. 甲是乙的必要条件,但不是乙的充分条件  
C. 甲是乙的充要条件  
D. 甲不是乙的充分条件,也不是乙的必要条件
- ★使不等式  $2x^2 - 5x - 3 \geq 0$  成立的一个充分不必要条件是 ( )  
A.  $x < 0$   
B.  $x \geq 0$   
C.  $x \in \{-1, 3, 5\}$   
D.  $x \leq -\frac{1}{2}$  或  $x \leq 3$
- ★“ $m = \frac{1}{2}$ ”是直线  $(m+2)x + 3my + 1 = 0$  与直线  $(m-2)x + (m+2)y - 3 = 0$  相互垂直的 ( )  
A. 充要条件  
B. 充分不必要条件  
C. 必要不充分条件  
D. 既不充分也不必要条件
- ★★已知  $p$  是  $r$  的充分不必要条件,  $s$  是  $r$  的必要不充分条件,  $q$  是  $s$  的必要条件,那么  $p$  是  $q$  成立的 ( )  
A. 充分不必要条件

- 必要不充分条件
- 充要条件
- 既不充分也不必要条件

- ★★用充分条件、必要条件或充要条件填空:  
(1)“ $a + b < 0$ ”是“ $a < 0$  且  $b < 0$ ”的 \_\_\_\_\_;  
(2)“ $x > 1$ ”是“ $\frac{1}{x} < 1$ ”的 \_\_\_\_\_;  
(3)“ $(x-4)(x+1) \geq 0$ ”是“ $\frac{x-4}{x+1} \geq 0$ ”的 \_\_\_\_\_;  
(4)“ $x = 2$ ”是“ $x^2 - 7x + 10 = 0$ ”的 \_\_\_\_\_.



## 变式活学

- ★★★(教材 1.3.1 例 1 的变式)  
在下列四个结论中,正确的有 ( )  
(1)  $x^2 > 4$  是  $x^3 < -8$  的必要不充分条件;  
(2) 在  $\triangle ABC$  中,“ $AB^2 + AC^2 = BC^2$ ”是“ $\triangle ABC$  为直角三角形”的充要条件;  
(3)  $a, b \in \mathbf{R}$ , 则“ $a^2 + b^2 = 0$ ”是“ $a, b$  全不为 0”的充要条件;  
(4) 若  $a, b \in \mathbf{R}$ , 则“ $a^2 + b^2 \neq 0$ ”是“ $a, b$  不全为 0”的充要条件.  
A. (1)(2)                      B. (3)(4)  
C. (1)(4)                      D. (2)(3)
- ★★(教材 1.3.1 例 2 的变式)  
设  $A$  是  $B$  的充分不必要条件,  $C$  是  $B$  的必要不充分条件,  $D$  是  $C$  的充要条件,则  $D$  是  $A$  的 ( )  
A. 充分不必要条件  
B. 必要不充分条件  
C. 充要条件  
D. 既不充分也不必要条件