

# 动态经济学导论

An Introduction  
to Economic Dynamics

[英]罗纳德·肖恩 著  
国汉芬 译

# 动态经济学导论

[英]罗纳德·肖恩 著  
国汉芬 译

对外经济贸易大学出版社

(京)新登字 182 号

**图书在版编目(CIP)数据**

动态经济学导论/(英)罗纳德·肖恩著;国汉芬译. —北京:对外经济贸易大学出版社, 2005

书名原文:An Introduction to Economic Dynamics

ISBN 7-81078-503-6

I. 动… II. ①肖… ②国… III. 动态经济学 - 高等学校 - 教材 IV. F019.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 081976 号

北京市版权局著作权合同登记号 图字:01-2005-2210 号

© 2005 年 对外经济贸易大学出版社出版发行

版权所有 翻印必究

**动态经济学导论**  
**An Introduction to Economic Dynamics**

(英)罗纳德·肖恩 著 国汉芬 译

责任编辑:王 媛

---

对外经济贸易大学出版社  
北京市朝阳区惠新东街 12 号 邮政编码:100029  
网址:<http://www.uibep.com>

---

唐山市润丰印务有限公司印装 新华书店北京发行所发行  
成品尺寸:185mm × 230mm 15 印张 300 千字  
2005 年 8 月北京第 1 版 2005 年 8 月第 1 次印刷

---

ISBN 7-81078-503-6  
印数:0 001 - 5 000 册 定价:26.00 元

## 序

我非常荣幸能为我的老同事 Ron 写此序。当我于 1995 年来到苏格兰的 Stirling 大学作 Reader 时,就有幸与 Ron 共同教授高级宏观经济学及经济政策两门课程。之后,我与 Ron 又合作撰写了几篇关于日本的海外投资、国际货币及财政政策方面的论文。在我 1998 年离开 Stirling 大学到香港教书后,Ron 又很出色地担当了我的一位博士生的校内考官。借此机会,我向 Ron 表示真诚的谢意。

2005 年我在对外经济贸易大学担任客座教授给博士生上课时,很偶然地得知我的学生国汉芬已把 Ron 的该部教科书翻译出来,并邀请我为此做序。我感到十分高兴和荣幸。

此书既是一本好的教科书,又是一本好的参考书。普通院校的西方经济学讲授的都是理论性很强的模型,学生表面理解了,但很难进行深入研究。原因是太抽象。而这本书囊括了宏、微观经济学的动态模型。该书还是第一个将非线性动态,如奇怪的吸引器、分歧及混沌理论,引入到高级论题中来。

国内目前还没有类似这样内容的一本书。用大家熟悉的 EXCEL 软件和用实例进行实验,比纯粹的理论教学生动形象,简单而且深入。它使经济学老师的教学工作减轻,但会产生比以前更好的效果。

现在关于 EXCEL 在金融、投资、管理等方面应用的书籍很多,但有关在宏微观方面的应用还没有。

这本书使用范围广,适用性强。对已掌握了第一学年的经济学知识和相当于第二、三学年水平的一些基础知识的同学,只要具备了基本的 EXCEL 操作或相应的工作表常识就可以使用这本书。

我还认为通过这本书的学习可以为同学们将来进行学术研究奠定一定的基础,比如在 O1 数据的处理上,如何用图形来表达所研究的问题及如何模拟数据等技巧;在 O2 模型的设计上,如何设计动态模型的数学表达式及模型中变量对所研究问题的影响和敏感性的大小。

最后,我还想借此机会透露关于 Ron 的一个公开的秘密,他还是位注册催眠师!我在此希望该书的读者在阅读 Ron 的精彩章节后能进入甜蜜的梦乡。

马 跃

香港岭南大学经济系教授及对外经济贸易大学国际经贸学院客座教授

2005 年 5 月 10 日

# 动态经济学导论简介

对已经掌握了工作表基本知识的同学来说,可用实例来分析初级动态经济学问题。

罗纳德·肖恩发现学习这门学科的捷径是:只有由同学自己提出问题,并在实验中解决它,才算对该学科的内容得到了真正理解。虽然经济学专业的同学现在都可以接触到工作表,但使用它的机会很少,最多用它来画出经济数据的图形。本书是为了鼓励学生进入更深层的学习,用工作表来建立和研究简单的动态经济学模型。

书中介绍了动态宏观经济学和动态微观经济学一些主要的模型,包括:需求和供给的动态模型、凯恩斯动态模型、IS-LM 动态模型、通货膨胀—失业动态模型、厂商动态模型、合理预期和鞍点解模型、动态财政和《马斯特里赫特条约》及混沌理论。

该书包含 50 多道练习题,在技术支持网站上有 100 道问题。教师网站上还提供了一些教师使用材料。

罗纳德·肖恩 (Ronald Shone) 现任英国 Stirling 大学高级讲师。20 世纪 80 年代早期,就任苏格兰经济协会秘书。他 1975 年全职从事教学工作,教学内容涉及到经济学的各个领域。他主要的研究方向有微观经济学、宏观经济学、国际货币经济学及动态经济学研究中计算机的应用。他编写了许多有关动态经济学的程序,并得到广泛的应用。自 1972 年以来,他已出版了 9 本经济学方面的书。

## 前　　言

本书是一本简要读物。目的在于使读者非常方便地掌握当前本学科研究中所用到的动态学基本原理。需要特别指出的是,这一目的是通过举例达到的。这些例子中,有些纯属代数方程,其余多数都为经济模型:微观经济模型和宏观经济模型。宏观经济中动态模型随处可见——有些简单,而有些相当复杂。但对于微观经济却不是这样,除蜘蛛网模型外,微观经济学中则存在大量的静态模型。本书阐述了供给和需求的动态模型及厂商的动态模型。厂商这一部分仅涉及了广告、扩散模型及寡头动态理论。宏观经济模型中则阐述了以下几种传统模型:首先是凯恩斯固定价格模型,其次是 IS - LM 模型。与此同时也提及到了开放经济下的多恩布什模型,特别是该模型向我们展示了合理预期是如何进入模型结构中的,并解释了动态模型中鞍点解的概念。此外还阐述了其他重要论题,如通货膨胀和失业及《马斯特里赫特条约》的财政标准。第 10 章介绍了分歧和混沌的现代观念。

同学们已具有了工作表的基本知识。在许多大学里,学生都会接受工作表使用方面的培训。然而,他们通常只是为了输入经济数据,然后将这些数据绘制成图形,偶尔也用在回归方程中,却很少用于建立和研究简单动态模型,而这恰是本书的目的所在。笔者采取谨慎的态度对本书所用材料做了限制,使其只包含能在工作表上计算和研究的模型及方程,并不涉及太多的软件技术。而且也不像它最初呈现出的局限那样,认为只可研究离散模型,这实际不正确。通过运用欧拉近似方程,可相当方便地研究连续的动态模型。本书中会频繁使用欧拉近似方程。

我把自己的研究方法限定在工作表上的第二个原因是,像其他许多学科一样,通过提出问题并在实验中加以解答,经济学可以得到更充分的评估。实验是该书的核心,但这些实验只能以读者自己在计算机上已建立的模型为基础。我发现学生在草纸上建立模型出现错误时,他们必定检查与原理相关的模型特性是否出现了问题。于是集中精力阅读原理,力争找出原因以便纠正它。这与已建立好的完美模型完全不同。除了学习模型结构和评估模型性能以外,使用这些完善的模型是很有价值的,用它来代替在草纸上建立的模型是再好不过了。模型一定要相对简单,我认为这是一个很值得付出的代价。复杂模型虽然在研究中可以考虑更多的变量及其更多的相互关系,但有时只知道其结果,而不知道

其来龙去脉,那么意义就变得十分模糊。此外,除非涉及到模型结构,否则模型的假设条件总是不清晰的。列举这些假设条件很乏味且容易走入歧途,这样的模型还是让研究生和科研人员去深思熟虑吧。本书只针对本科生,假定读者事实上在工作表上已建立了模型,然后上机检验它。

自始至终,我们都尽量使事情简单化,甚至对有些高级的概念用简单的例子来说明。在做这些工作时,特别强调了用图形来表达动态。在这里,工作表的运用得到了进一步的扩展。把大量计算出来的数据(有时 2 000 个),在 X-Y 坐标平面上用复杂的轨迹表达出来。适时观察当参数值发生改变或初始条件发生了改变时,这些图是如何改变的。

本书针对选修经济学或攻读经济学学位的本科生而设计,并假定他已掌握了第一学年的经济学知识和相当于第二、三学年水平的一些基础知识。此外,也已掌握了基本的 EXCEL 操作,或相应的工作表常识。它被设定为所有经济学基本课程的同步课程,其中对数量经济学课程尤为有用。

### 网站

正如前面所提及的,本书是简要读物,只提供一些必要的技巧,真正的学习来自于建立模型和图形及/或对它们求解。每一章课后都有 5 道习题,另外可在专供学生使用的网站上找到每章附加的 10 道习题和专为老师准备的 10 道习题——大约总计 250 道。网站上还包括了所有习题的解答。实际上,为了给学生提供一个学习环境,本书的部分内容是可以硬拷贝的,此外网站还利用了一些现代化技术。

### 学生用材料

在每章最后都有 5 道习题,书的最后附有答案。剑桥大学出版社网站上有:

- (1) 所有每章课后习题解答;
- (2) 每章附加 10 道习题并带详解。

该材料可从网站上下载,也可下载生成答案的 Windows Excel 文件。

### 老师用材料

从剑桥网站可得到教师材料有:

- (1) 书中所有问题所用的 Windows Excel 文件;
- (2) 每章课后习题的详解;
- (3) 每章附加题及详解,也提供给学生;
- (4) 另外附加的 10 道习题及详解,仅供教师使用。

所有这些材料都可以从网站上下载下来。

作者欢迎对本书及互联网站上的资料提出意见,可通过 E-MAIL: ron. shone@ stir. ac. uk 与其联系。

Ronald Shone  
2000 年 6 月 22 日

# 目 录

<b>第一章 导论 .....</b>	<b>(1)</b>
1.1 定义和概念 .....	(1)
1.2 动态模型 .....	(3)
1.3 确定的动态模型 .....	(5)
1.4 工作表上的动态系统 .....	(5)
1.5 检验 .....	(8)
1.6 差分方程 .....	(9)
1.7 吸引器和排斥器 .....	(11)
1.8 非线性动态系统 .....	(13)
1.9 连续模型 .....	(19)
1.10 工作表上的连续微分方程 .....	(21)
1.11 结论 .....	(24)
练习 .....	(24)
<b>第二章 动态的供给和需求 .....</b>	<b>(25)</b>
2.1 补充 .....	(25)
2.2 线性蜘蛛网模型 .....	(30)
2.3 实验 .....	(32)
2.4 不同形式的预期 .....	(33)
2.5 Goodwin 预期模型 .....	(35)
2.6 非线性蜘蛛网模型 .....	(36)
2.7 上限和下限 .....	(38)
2.8 相互关联市场的蜘蛛网模型 .....	(41)
练习 .....	(43)

---

<b>第三章 简单的动态凯恩斯模型</b>	.....	(45)
3.1 凯恩斯——截面图	.....	(45)
3.2 一些简单的动态模型	.....	(47)
3.3 实验 1	.....	(50)
3.4 动态乘数	.....	(51)
3.5 含有税收的动态模型	.....	(52)
3.6 实验 2	.....	(55)
3.7 乘数—加速器模型	.....	(57)
3.8 净出口简介	.....	(60)
3.9 实验 3	.....	(63)
练习	.....	(64)
<b>第四章 在相平面上生成轨迹</b>	.....	(65)
4.1 轨迹和固定点	.....	(65)
4.2 等倾斜线和矢量:连续型模型	.....	(68)
4.3 用工作表生成连续的轨迹	.....	(70)
4.4 等倾斜线和矢量:离散型模型	.....	(72)
4.5 在工作表上生成离散轨迹	.....	(73)
4.6 注意事项	.....	(75)
4.7 不同类型的轨迹	.....	(76)
4.8 极限环	.....	(81)
4.9 洛伦兹曲线和奇怪的吸引器	.....	(82)
4.10 结论	.....	(85)
练习	.....	(85)
<b>第五章 IS-LM 的动态模型</b>	.....	(87)
5.1 静态模型	.....	(87)
5.2 瞬时货币市场的调整	.....	(90)
5.3 连续型模型	.....	(94)
5.4 工作表上连续的 IS-LM	.....	(97)
5.5 IS-LM 模型的离散形式	.....	(101)
5.6 利率上限	.....	(103)

---

5.7 结论 .....	(104)
练习 .....	(104)
<b>第六章 动态的通货膨胀和失业 .....</b>	<b>(106)</b>
6.1 菲利浦斯曲线 .....	(106)
6.2 简单的通货膨胀宏观经济模型 .....	(107)
6.3 简单的动态模型 .....	(112)
6.4 带有正向通货膨胀的动态模型 .....	(114)
6.5 货币供给的变化 .....	(120)
6.6 自然失业水平的改变 .....	(121)
6.7 连续型模型 .....	(121)
6.8 结论 .....	(125)
练习 .....	(125)
<b>第七章 厂商的动态理论 .....</b>	<b>(127)</b>
7.1 介绍 .....	(127)
7.2 垄断和广告 .....	(127)
7.3 广告模型:离散型 .....	(130)
7.4 扩散模型 .....	(132)
7.5 寡头的静态理论 .....	(135)
7.6 产量瞬时调整的离散型动态模型 .....	(136)
7.7 三个厂商的动态寡头 .....	(138)
7.8 部分调整的两垄断卖方的模型 .....	(141)
练习 .....	(143)
<b>第八章 鞍点和合理预期 .....</b>	<b>(145)</b>
8.1 什么是鞍点 .....	(145)
8.2 两个例子 .....	(146)
8.3 完全预测下的多恩布什模型 .....	(153)
8.4 一个数字例子 .....	(157)
8.5 货币供给的增长 .....	(160)
8.6 公告的效果 .....	(162)
8.7 表现出鞍点解的离散系统 .....	(165)

练习	.....	(167)
<b>第九章 动态财政和马斯特里赫特条约</b>	.....	(170)
9.1 预算的概念	.....	(170)
9.2 无通货膨胀和无货币融资时的动态预算	.....	(172)
9.3 一个算术例子	.....	(176)
9.4 含有通货膨胀和货币及债务融资的动态预算	.....	(177)
9.5 一些算术例子	.....	(182)
9.6 马斯特里赫特条约的预算标准	.....	(184)
9.7 马斯特里赫特的一些最后观察结果	.....	(187)
练习	.....	(188)
<b>第十章 混沌理论初步</b>	.....	(190)
10.1 介绍	.....	(190)
10.2 分歧的定义	.....	(191)
10.3 鞍点的分歧	.....	(195)
10.4 临界点转换的分歧和草叉分歧	.....	(196)
10.5 逻辑斯蒂方程, 双周期分歧和混沌	.....	(198)
10.6 对初始条件的敏感性和不寻常类型	.....	(203)
10.7 Van der Pol 方程和 Hopf 分歧	.....	(205)
10.8 再看洛伦兹方程	.....	(207)
练习	.....	(209)
<b>课后习题简答</b>	.....	(211)
<b>专业词汇中英文对照表</b>	.....	(216)
<b>参考文献</b>	.....	(224)
<b>后记</b>	.....	(226)

---

# 第一章 导论

---

本章将介绍一些动态学的基本概念。为了便于理解这些概念,我们只用一个例子来说明。该例子是一个简单的线性模型。用这样的线性模型来解释其意义所在,我们在此不作讨论。我们的目的之一在于定义和详细讲解贯穿于本书始终的动态学的概念;第二个目的是为了说明如何在工作表上建立模型,并以此来研究变量之间的相互作用。

## 1.1 定义和概念

动态涉及的是事物如何随着时间的变化而发生变化。在动态过程中时间的推移是一个很重要的因素。在两个时间点上,一个变量保持相同的值还是处于不同的值并不是主要问题。问题在于,在第一时间点和第二时间点的变量值之间,时间已经过去,而时光是不能倒流的。

在动态学中必须明确任何给定变量的时间点,如果我们所关心的是国民收入、价格或利润,那么需指明在某一时间点的收入水平、在某一时间点的价格水平及在一些时间点的利润,因为随时间的推移这些变量会发生变化。在本书中我们对时间要指明是某一时期的,如0期,通常指时间起始点,然后是1期、2期等等,以此类推。我们用 $t=0,1,2$ 等来标注。若我们感兴趣的变量是价格,就用 $p$ 表示,则 $p(0)$ 指的是第0期价格, $p(1)$ 表达的是第1期的价格, $p(2)$ 指的是第2期的价格等。不幸的是,使用这种方式表达的价格仅允许我们表示未来的价格,有时,我们还希望讨论前期的价格或前两期的价格。为此,定义 $p(t)$ 是 $t$ 期价格,即当前价格, $p(t+1)$ 是下期价格, $p(t+2)$ 是从当前起两期后的价格。这样就可以定义前一期的价格为 $p(t-1)$ ,前两期的价格为 $p(t-2)$ ,以此类推,依讨论需要而定。但定义的思路一定要清晰。如果模型是连续的,那么 $p(t)$ 就是一个连续的时间函数,每一时刻都有一个价格与之对应。在1.9节中,将讨论连续函数模型。

变量如何随时间而变,主要根据变量的决定因素而定。变量的决定因素来自于定义模型的公式。换句话说,一个模型就是解释一个变量如何变化的:它是怎样取值的,它与

其他变量之间的关系如何,以及它是如何随时间而变化的。一个模型若与时间无关,则该模型称为静态模型。初级经济学中有许多静态模型。比如,用来求解均衡价格的供求模型就是一个典型的静态模型。均衡价格是供给和需求相等时的价格,即它是由供给曲线和需求曲线的交点来决定。如果需求增加,那么需求曲线向右移动,均衡价格也增加。当我们比较一个均衡和另一个均衡时,考虑的是比较静态,仅仅是比较两个或多个均衡点。而新的均衡点是怎样达到的则不加考虑。若考虑,就需要指明一些动态过程。在供求原理中,动态通常指瞬时的。或换句话说,在同一时刻,所有发生变化的量都在同时进行调整,所以没有必要指定时间。另一方面,若我们希望说明一个均衡点与另一个均衡点之间的时间路径,那么就必须建立动态模型,它可以清晰地描述变量随时间移动的情况,也就是说,动态模型必须与时间有关。

在这里要注意,模型来自于学科,来源于我们对这个世界如何运行的认识。世界是复杂的,需要通过模型来简化它。模型只描绘出我们所感兴趣的主要因素之间的关系,它既抽象又简便。经济模型关注的是一个系统的经济方面,而一个社会模型关注的则是同一系统中的社会方面。本书仅涉及经济模型。经济学又可分为两大部分:宏观经济学和微观经济学,微观经济学研究的是个体的经济行为,如个人选择、厂商的利润、不同工资下劳动力供给的确定,等等。宏观经济学研究的是经济水平的总量,如失业、国民收入及总价格水平。大多数经济研究侧重于对微观经济模型和宏观经济模型的理解。在初级经济学课程中,这些模型通常指静态模型,模型中不明确包含时间因素,并且注意力经常放在均衡条件的确定上。

模型的均衡是指使系统处于稳定的地方,一旦到达那里,任何原因都无法使系统移开它。它与数学上常提到的力的平衡一样,如在供求中,需求代表一种力,而供给代表另一种力,当需求等于供给时,力处于平衡,从而系统处于均衡。力平衡时的价格就是均衡价格。在经济学中要特别注意的是:什么决定了一个模型的均衡,以及当系统一些特征发生变化时,均衡将如何变化。大多初级课本只停留在这点上。细想一下,只是为建立一个有均衡的系统而建立,却不管均衡是否真的存在,这就不能保证系统能否真的达到那个所谓的均衡。当研究是否能得到均衡时,我们用稳态或非稳态来定义。将这个简单表述称作均衡的稳定性条件。但为了研究均衡的稳定性,需知道变量是如何随时间变化的。若一个变量随时间推移趋于均衡,则称之为稳态。若一个变量随时间变化远离均衡值,则称之为非稳态(本书后面会更规范地解释此问题)。这便是我们所指的均衡的稳定性。再者,任何稳定性的讨论都离不开时间过程,所以稳定性是模型的动态概念。下面用一个简单的比喻来说明这个问题。拿一只碗,并顺着碗的一侧轻轻滑下一个鸡蛋,鸡蛋沿着碗的这一侧滑下,在另一侧升起,并稳定地停留在碗的底部。围着碗底来回运动的范围随时间逐渐变小,碗的底部代表稳态的均衡,我们认为它是一个均衡系统,是因为鸡蛋最终停止移

动并保持不变,直到有人来破坏这个均衡。另外若将它从底部轻轻移动一点,它一会儿就又回到那里。现将鸡蛋小心放置在向上倾斜的碗上,若放置得十分小心,鸡蛋也会保持在那个位置,它是均衡的,有一个平衡力。但将鸡蛋移动一些并让鸡蛋顺着这只碗的侧面向下移动。不管移动的方向如何,一旦鸡蛋脱离了碗的上沿,它的移动方向就不确定了。换句话说,碗的顶部是非稳态均衡。在本书中,我们将详细讨论均衡点的稳态。在本例中,鸡蛋或向均衡移动或偏离它。但有些系统变量既不朝均衡移动也不偏离它。而是围绕它运动,这样的系统称为**震荡运动**。

在此介绍给读者的仅是一些我们将涉及的概念,很有必要再进行更规范详尽的解释。下面用将要讨论的经济模型来说明。

## 1.2 动态模型

我们姑且假设下列方程来自经济学原理,用来解释变量  $x$ 。

$$x(t+1) = 3 + \frac{1}{2}x(t) \quad (1.1)$$

因  $t+1$  时刻的变量  $x$  与该变量的前一期有关,这种模型称为**迭代方程**。在这类模型中,甚至会涉及更多的过去时期。因方程本身是线性方程,所以这个迭代模型也是线性的。在更复杂的模型中可能会出现非线性方程,但只要它们与该变量的前期值相关就是迭代的。若只与其前一期相关,称之为**一阶迭代方程**;若它与前两期相关,则称之为**二阶迭代方程**,以此类推。

目前仅由变量  $x$  本身不足以说明变量  $x$  的时间路径,需要知道其初始值。此时,设  $x(0) = 10$ 。显然,这种情况下,  $x(1) = 3 + (1/2) \times 10 = 8$ , 并且  $x(2) = 3 + (1/2) \times 8 = 7$ , 那么  $x(t)$  随时间产生的序列为  $10, 8, 7, 6.5, 6.25, \dots$ 。从这个方程中可以看到:首先,结果序列的变化是越来越小,并逐渐趋于某个数值。若序列扩展到更多期,该序列将越来越接近 6。这是一个巧合吗? 不是的,因为 6 是该系统的均衡点,我们可以求解该均衡点吗? 是的。若该系统处于均衡状态,那么它是在静止状态,并且变量  $x$  的值在每一时期都是相同的,假设为  $x^*$ , 它将满足  $x(t-1) = x(t) = x^*$ , 所以  $x^* = 3 + (1/2)x^*$  或  $x^* = 6$ 。数学家经常将均衡点称作固定点,我们会交叉使用这两个术语。但使用的固定点会更多些。从推导出的结果得知:该系统只有一个固定点,即均衡点。这是不言而喻的。

用图形表达该一阶迭代系统的模型,对刻画将要讨论的许多线性模型是很有用处的。用水平轴表示  $x(t)$ ,纵轴表示  $x(t+1)$ 。接下来再画一条  $45^\circ$  线,沿着这条线满足条件  $x(t) = x(t+1)$ ,这就意味着该系统的任何均衡点,即任何固定点都在这条线上。随后,画方程  $3 - (1/2)x(t)$ ,它的截距为 3,斜率为  $1/2$ 。本例假设是连续的,见图 1.1。从图中很

清楚地看到,直线  $3 - (1/2)x(t)$  与  $45^\circ$  相交于 6 这一点,并满足条件:

$$x(t+1) = x(t) = x^* = 6$$

同时从图 1.1 中也可以观察到,该直线与  $45^\circ$  直线只相交于一点,这说明系统的均衡点,即固定点,是惟一的。

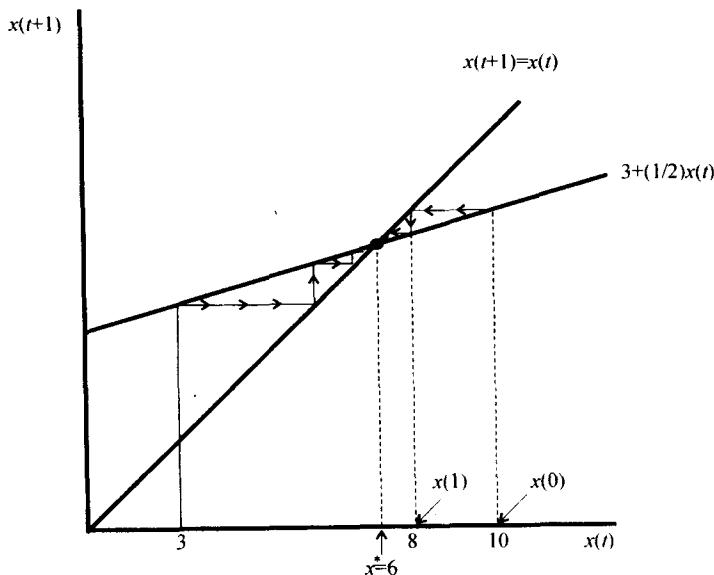


图 1.1

已知初始值为  $x(0) = 10$ , 在直线上从该点出发可找到下一个点的值, 即  $x(1) = 3 + 1/2x(0) = 3 + 1/2(10) = 8$ , 从纵轴上可以读到此值。如果画一条水平线与  $45^\circ$  线相交, 则在横轴上得到相同的值。在横轴上, 将该值记作  $x(1)$ 。同理, 从方程中, 可再得到  $x(2)$  的值, 即  $x(2) = 3 + 1/2x(1) = 3 + 1/2(8) = 7$ 。这样连续做下去, 直到系统达到均衡点  $x^* = 6$ 。在此, 生成的线的形状被看作是蜘蛛网。在第二章, 将就此作详细介绍。

从表面上就可以看出固定点  $x^* = 6$  是稳定的, 即从初始点  $x(0) = 10$  生成的序列收敛到该点上。但我们必须证明从其他初始点也能收敛到这一点上, 否则它也许只是一个特例。假设初始点在均衡点之下, 如  $x(0) = 3$ 。这样得到的序列是上升的: 3, 4, 5, 5.25, 5, 6, 25, …… 所以再一次观察到, 序列逐渐收敛到系统的固定点。在图 1.1 中也清楚表示出, 无论变量  $x$  的初始值在哪里, 系统最终将随时间推移收敛在固定点  $x^* = 6$  上。求解这样的模型是非常容易的。该固定点不仅是稳态的而且是全局稳态的。“全局”表示的是不管  $x$  为何值都可被看作起始点, 无论在固定点附近, 还是离固定点很远, 系统都将收

敛在固定点上。

综上所述,我们已求解了有且只有一个均衡点(固定点)的系统,并且该固定点是全局稳定的。

### 1.3 确定的动态模型

可以利用已建立好的模型来进一步解释所谓的“动态模型”。但无论怎样,都要先给定一个初始点,记作  $x(0) = x_0$ 。然后,将系统写成如下形式:

$$x(t+1) = 3 + \frac{1}{2}x(t) \quad x(0) = x_0 \quad (1.2)$$

这是一个确定的动态模型(或确定的动态系统)。之所以称它为动态系统,是因为它研究的是变量  $x$  随时间变化而变化的情况。当给定  $x(0) = x_0$  时,就可以画出从 0 期开始到  $t$  期结束的  $x(t)$  的整个时间序列。可看到序列值主要依赖于初始条件。正如上例所述,虽然它们都收敛在相同的固定点上,但不同的初始条件产生的序列值有相当大的差别。为什么把它看作是“确定”的?因为只要给定相同的初始值,得到的数值序列是相同的。可以由初始值和迭代方程的特性一起决定序列结果,没有随机因素进入序列中。即便是用计算机计算序列,相同的初始值必然产生相同的数值,这与所用的软件或计算机的芯片无关,整个系统都是确定的。

下面给出该模型的一般形式。假设

$$x(t+1) = a + bx(t) \quad x(0) = x_0 \quad (1.3)$$

这仍是一个确定的动态系统。然而,要计算  $x(t)$  随时间变化的序列,需知道  $a, b$  的值,把它们称之为系统参数。参数包含在系统中,并影响所研究问题的结构,因此有时也称它们为结构参数。在这里,确定的动态系统取决于三个必要条件,它们分别是:

- (1) 初始条件,即  $x(0) = x_0$ ;
- (2) 参数的值,在此指  $a, b$  的值;
- (3) 变量  $x$  随时间变化的序列。

正如在后面的讲述中可以看到的,这个系统是确定的但这并不意味着它不可能像随机序列那样。它只是说明在给定初始条件和相同参数值的情况下所计算的序列,无论表面上看起来如何,实际上它们都是相同的。

### 1.4 工作表上的动态系统

因我们会频繁地用工作表来显示动态系统,所以可先用当前的模型来看一看如何使