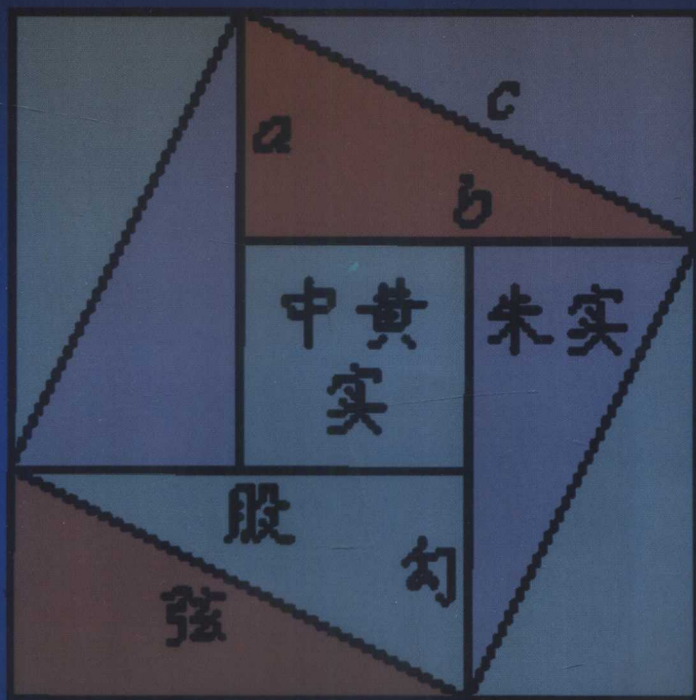


# 中外数学史 概论

傅海伦 编著



科学出版社

www.sciencep.com

# 中外数学史概论

傅海伦 编著

科学出版社

北京

## 内 容 简 介

本书在吸收中外数学史研究最新成果的基础上,通过对丰富的数学史料的分析,全面系统地阐述了中外数学发展过程中重要的数学史实、数学家及其成就、数学名著、数学思想方法以及中外数学文化的特点比较等,并结合新课程改革背景下现行数学课程与教材的内容,注重体现数学史在数学教育中的价值和作用,提升科学的科学价值和文化价值。该书是作者多年致力于数学史与数学教育相结合研究的成果和教学实践的总结。对本书所论及的中外数学史的每一个专题内容,都力争做到从内史与外史相结合的角度,选材典型,内容丰富,论述深刻,并对当前的数学教学有实际指导意义。

本书可作为高等师范院校本、专科《数学史》课程的教材,可作为数学课程与教学论专业、教育硕士专业学位(学科:数学)研究生的学习用书,还可作为从事数学史、数学教育研究专业人员的参考用书和中小学数学教师培训的教材。

### 图书在版编目(CIP)数据

中外数学史概论/傅海伦编著. - 北京:科学出版社,2007  
ISBN 978-7-03-018177-1

I. 中... II. 傅... III. 数学史—世界 IV. 011

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第009004号

责任编辑:陈露 谭宏宇/责任校对:连秉亮  
责任印制:刘学 /封面设计:一明

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

南京展望文化发展有限公司排版

江苏省句容市排印厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2007年2月第 一 版 开本:135(720×1000)  
2007年2月第一次印刷 印张:19 3/4  
印数:1 3 200 字数:383 000

定价:32.00元

# 前 言

简单来说,数学史是研究数学的产生、发展过程及其发展规律的学科。学习和研究数学史,不仅要追溯数学内容、思想和方法的演变、发展过程,而且还要探索影响这种过程的各种因素,以及历史上数学科学的发展对人类文明所带来的重要影响。因此,数学史的研究对象不仅包括具体的数学内容,而且还涉及历史学、哲学、文化学、宗教等社会科学与人文科学的内容。从这个意义上说,数学史又是一门综合性的交叉性学科。

数学史研究的地位在于:弄清中外数学发展过程中的基本史实,再现其本来面貌,对数学成就、理论体系与发展模式作出客观、公正、合理的解释说明与评价,进而探究数学科学发展的规律与文化本质。作为数学史研究的基本方法与手段,常用的有历史考证、数理分析、比较研究等方法。从数学史的研究材料上说,考古资料、历史档案材料、数学原始文献、社会学、民族学资料、文化史资料,以及对数学家的访问记录,等等,都是重要的可依据或可参考的素材,其中数学原始文献是最常用、最重要的第一手研究资料。从数学史的研究范畴来说,既包括数学本学科理论和概念的演变史、数学思想方法的传播与交流史、数学家传记(包括数学家的生平、数学贡献、重要的思想方法等内容)等内史研究,同时还包括数学产生与发展的社会历史背景、数学与人类社会及历史文化的互动关系的外史研究。

在全面推进和贯彻落实素质教育的当今,我国的教学观念已发生重要的变革。科学与人文教育已成为素质教育中的一个重要组成部分。特别是当前在国家新一轮基础教育课程改革的大背景下,随着数学课程与教学改革不断深入,数学的人文价值更明确地强调出来,已普遍受到重视。2001年教育部制定的《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》给出了未来十年内我国数学教育的基本目标和实施建议,在其基本理念中,强调指出:“数学是一种文化,它的内容、思想、方法和语言是现代文明的重要组成部分。”在2003年教育部制定的《普通高中数学课程标准(实验稿)》中,将“体现数学的人文价值”作为十大基本理念之一,并特别强调指出:“数学是人类文化的重要组成部分。数学课程应适当反映数学的历史、应用和发展趋势,数学对推动社会发展的作用,数学的社会需求,社会发展对数学发展的推动作用,数学科学的思想体系,数学的美学价值,数学家的创新精神。数学课程应帮助学生了解数学在人类文明发展中的作用,逐步形成正确的数学观。”不仅如此,《普通高中数学课程标准(实验稿)》中还设立了数学建模、数学探究、数学文化等,并作出了内容规定和教学要求。同时,在选修课程系列3中又设置了“数学史选讲”、“三等分角与数域扩充”、“欧拉公式与闭曲面分类”等在规定的时间内开设,以体现数学史和数学文化的重要内容。2005年底,依据《普通高中数学课程标准(实

验稿)》所编写的选修课程系列3《数学史选讲》教材已正式出版。

我们认为,研究和学习数学史,在当前形势下具有重要的意义。

1) 了解历史,掌握规律,以史为鉴,继往开来。正如法国大数学家庞加莱(J. H. Poincare, 1854~1912)所说:“如果我们想预见数学的未来,适当的途径就是要研究这门科学的历史和现状。”研究和学习数学史,可以培养和增进学习者的史学观念,有利于全面分析和系统比较人类积累起来的数学知识和数学思想方法的特点,使学习者能够站在历史的高度,全面、客观、辩证地看问题,从而把握数学知识的深刻内涵,全面理解数学思想的本质和精髓。

2) 研究和学习数学史,可以丰富数学文化内涵,提高学习者自身的文化素养,也有利于当前新课程改革形势下数学教学中情感态度与价值观目标的实现。数学史中蕴含着丰富的人文教育素材,探索数学概念和数学命题产生、发展的过程和规律,充分发掘历史材料的科学和人文价值,不仅能够提高数学教育者本身的数学素养,特别是人文素养,增强对数学的感受和情感体验,而且还可作为日后数学研究和教学各方面的启迪和借鉴。

3) 学好数学史,可以帮助我们回归、溯源、思考原始问题,启迪思维。数学史上有大量的中外数学问题的原型、体现民族文化特色和思维特点的数学研究方法和重要结论。大力挖掘数学问题的教育价值,可以使数学研究者获得创造的灵感和智慧,体会数学的精神、思想和方法。将这些方面应用到日常的数学教学中,对于增进学生的数学问题意识,培养学生的数学思考的习惯和独立钻研的能力,启导思维和方法,提高数学创新水平等,都具有重要的不可替代的作用。

《中外数学史概论》是我们在对高等师范院校数学史课程进行了广泛的研讨,结合我们主持的全国教育科学“十五”重点青年专项课题——“数学史在数学教育中的应用”的研究成果和多年来本科教学经验的基础上编写的。其指导思想就是从认真系统研究中外数学发展的历史入手,结合新课程改革背景下现行数学课程与教材的内容,深入挖掘数学史中蕴藏的丰富的科学与人文思想教育因素,充分发挥数学史在数学教育中的作用,提升数学的科学价值和文化价值。自2005年,我们承担了山东师范大学“面向基础教育课程改革的数学教育课程体系与教学方法研究”课题和教育硕士专业学位重点课程——《数学教学论》的建设与教学改革研究,其中一项重要的内容就是加强数学史的研究和教学。2006年3月,我们又申报了中国高等教育学会教育科学“十一五”规划重点研究课题——“高师院校数学史教育课程改革与教学方法研究”。该书的出版集中反映了这三项课题的部分研究成果。

本书的特色主要有以下几点:

(1) 发展性与实用性的统一

本书充分体现现行的教学要求,以中外数学史的最新成果为依据,对现代数学

发展中重要而基础的内容,从历史发展的角度全面系统地研究和分析,注重中外中学数学的发展过程和发展动态,关注数学史的最新教学研究成果的运用,从适应未来中学数学教师教学工作的需要出发,介绍具体的与现行教材相关的教学史知识和中外数学思想方法,体现数学史在数学教育中的作用与价值,因而具有很强的实用性和可操作性, also 具有很强的推广价值。

## (2) 数学史与数学教育相结合

数学史与数学教育的结合,既是数学史界一直重视的学术问题,也是一个当前数学教育界研究的重要课题。重视数学史在数学教育中的作用在现阶段也是一种国际趋势,因此,在我国高等院校特别是师范院校开设数学史课程已普遍受到重视。它不仅可以更好地发挥高师院校的教师教育性、示范性,也能大大推动数学史的应用研究,因而具有重要的学术价值和现实教学指导意义。本书的特点正是通过精选中外数学发展过程中的典型的数学史材料,与当今的数学教学活动相结合,系统挖掘数学史在当前中小学数学教育和教学中的应用。从写作方法上,本书的编写与当前的国家《数学课程标准》规定的数学内容体系相结合,尽力为数学教师提供丰富的可以实用的数学史教育素材,深入探索数学史在数学教育中的作用和价值,以体现《数学课程标准》中倡导的数学的文化价值,形成数学史与数学教育研究相结合的教材特色。

本书在写作过程中,参阅了许多科技史、科学哲学与数学史方面的论著和文献资料,也吸收了不少前辈及同仁近些年来的研究成果,在此表示诚挚的感谢。初稿完成后,在笔者的研究生孙晓康、张杰、孙中芳、杨秀梅帮助下查阅并整理了部分有价值的资料,特别是孙晓康和张杰还帮笔者仔细校对了书稿。由于本人学陋识薄,在研究过程中深感一些问题并没有解决,还有一些重要的数学史内容没有在本书中体现,本书中也一定有不少疏漏及错误之处,恳请各位前辈、同仁和广大师生批评指正。

本书得到了山东师范大学出版基金的资助。在出版过程中还得到了科学出版社上海办事处的大力支持和帮助,在此一并表示感谢。

傅海伦

2006年12月

于山东师范大学

# 目 录

## 前言

## 上篇 中国数学史概论

第一章 中国传统数学概述 .....	3
第二章 中国早期的数学知识和数学思想 .....	6
§ 2.1 中国早期的数学工具——算筹与规、矩 .....	6
§ 2.2 春秋战国时期的数学知识和数学思想 .....	8
§ 2.3 《周髀算经》与勾股定理 .....	13
第三章 《九章算术》及其突出成就 .....	18
§ 3.1 《九章算术》简介 .....	18
§ 3.2 中国古代分数算法 .....	21
§ 3.3 中国古代的盈不足算法及其方法论意义 .....	25
§ 3.4 “方程”之模型构造及演算程序 .....	29
§ 3.5 《九章算术》的开方算法 .....	33
第四章 中国古代数学泰斗——刘徽及其成就 .....	37
§ 4.1 刘徽简介 .....	37
§ 4.2 刘徽的数学机械化思想 .....	41
§ 4.3 刘徽的“割圆术”——无穷小分割和极限方法 .....	49
§ 4.4 刘徽的出入相补原理 .....	52
第五章 《张丘建算经》和《孙子算经》 .....	59
§ 5.1 《张丘建算经》和百鸡问题 .....	59
§ 5.2 《孙子算经》 .....	60
第六章 祖氏数学世家 .....	67
§ 6.1 祖冲之父子及其数学思想 .....	67
§ 6.2 祖冲之父子对球体积的研究 .....	69
第七章 中国数学专科教育制度的确立 .....	72
§ 7.1 算学馆与《算经十书》 .....	72
§ 7.2 隋唐时期的数学 .....	73
第八章 宋元数学——中国传统数学的高峰 .....	76
§ 8.1 贾宪与增乘开方法 .....	76
§ 8.2 秦九韶与《数书九章》 .....	80

§ 8.3	数学家、数学教育家——杨辉 .....	90
§ 8.4	李冶与天元术 .....	98
§ 8.5	朱世杰与四元术 .....	107
<b>第九章</b>	<b>中国传统数学的衰落与艰难复兴 .....</b>	<b>119</b>
§ 9.1	概述 .....	119
§ 9.2	中国珠算及其教育 .....	122
§ 9.3	徐光启与《几何原本》的翻译 .....	124
§ 9.4	李善兰及其对近现代数学教育的贡献 .....	126
<b>第十章</b>	<b>中国近现代数学的发展 .....</b>	<b>131</b>
§ 10.1	概述 .....	131
§ 10.2	中国现代数学家的杰出代表——华罗庚 .....	139
§ 10.3	中国数学会简介 .....	142
§ 10.4	中国数学会普及工作委员会简介 .....	143

## 下篇 世界数学史概论

<b>第十一章</b>	<b>古希腊数学史 .....</b>	<b>149</b>
§ 11.1	概述 .....	149
§ 11.2	古希腊的数学学派 .....	153
§ 11.3	古希腊数学名家及其成就 .....	161
<b>第十二章</b>	<b>古埃及数学史 .....</b>	<b>175</b>
§ 12.1	概述 .....	175
§ 12.2	古埃及数学的主要成就 .....	176
<b>第十三章</b>	<b>巴比伦数学史 .....</b>	<b>183</b>
§ 13.1	概述 .....	183
§ 13.2	巴比伦数学的主要成就 .....	184
<b>第十四章</b>	<b>印度数学史 .....</b>	<b>189</b>
§ 14.1	概述 .....	189
§ 14.2	印度数学的主要成就 .....	190
§ 14.3	全盛时期的印度数学名家 .....	194
<b>第十五章</b>	<b>阿拉伯数学史 .....</b>	<b>200</b>
§ 15.1	概述 .....	200
§ 15.2	阿拉伯数学的主要成就 .....	201
§ 15.3	阿拉伯数学名家 .....	205
<b>第十六章</b>	<b>欧洲数学史 .....</b>	<b>211</b>



§ 16.1 概述 .....	211
§ 16.2 斐波那契与《算盘书》 .....	213
§ 16.3 穆勒与《三角全书》 .....	217
§ 16.4 代数方程论及公式解法 .....	218
§ 16.5 韦达与符号代数 .....	223
<b>第十七章 西方近现代数学史 .....</b>	<b>231</b>
§ 17.1 17 世纪数学史概述 .....	231
§ 17.2 迪沙格定理与透视原理 .....	233
§ 17.3 纳皮尔与对数的发明 .....	236
§ 17.4 费马、笛卡儿与解析几何 .....	241
§ 17.5 牛顿、莱布尼兹与微积分 .....	253
§ 17.6 18 世纪数学史概述 .....	266
§ 17.7 大数学家欧拉 .....	269
§ 17.8 19 世纪数学史概述 .....	278
§ 17.9 “数学王子”——高斯及其数学研究 .....	283
§ 17.10 非欧几何及其影响 .....	287
§ 17.11 集合论与现代数学的基础 .....	292
<b>主要参考文献 .....</b>	<b>303</b>

# 上篇 中国数学史概论



# 第一章 中国传统数学概述

人类进入文明时代以来,数学中心已经经过了几次大转移。公元前 19 世纪至公元前 6 世纪的古巴比伦最先进入文明社会,他们的数学知识自然超前其他民族。巴比伦数学以计算为主。公元前 6 世纪,数学中心转移到了古希腊,以研究空间形式为主,形成了严密的公理化体系,十分发达。公元前 2 世纪前后,古希腊数学走向衰落,以探讨数量关系为主的中国传统数学后来居上。在文艺复兴(14~16 世纪)之前,中国传统数学(到 14 世纪初)以及后来发展起来的印度、阿拉伯数学占据了世界数学舞台的中心。文艺复兴之后,世界数学中心转移到了欧美。

中华民族有 5 000 年文字可考的历史,勤劳勇敢的炎黄子孙在各个文化领域都做出了杰出的贡献。中国传统数学正是中国文化宝库的一个重要组成部分,同时也是世界数学之林中最古老挺拔的一枝,它在中国特定的历史条件和社会环境中以自己的方式积累了丰富的知识,有许多杰出的成就。从公元前 2 世纪至公元 14 世纪初的,长达一千六七百年时间内,中国传统数学虽有高潮、低潮,却一直走在世界的前列,在众多的领域内保持世界领先的水平。

中国数学可以分成远古至春秋的萌芽,战国至秦汉框架的确立,三国至唐初理论的奠基,唐中叶至宋元的高潮,明初至清中的衰落,清中至清末中西数学的合流以及中国近现代数学的奠基与发展等几个重要阶段。中国传统数学密切联系社会实际,长于计算,其算法具有程序化、机械化的特点,有的可以直接用于电子计算机,并对现今的数学教育、数学研究有重要的价值和启迪作用。

中国数学与西方数学各自独立发展而又相互影响,风格独特,自成体系,影响深远,在世界数学史上占有极为重要的地位,值得我们认真学习和研究。

## 一、算术、算法、算经、算学和数学

在我国古代,数学称为算术。也就是说,古代的算术,是和英语中 mathematics 相对应,而不是对应于 arithmetic。它包括了今天初等数学中的算术、代数、几何和三角等多方面的内容。算术的名称,反映出中国古代数学以计算为中心的特点。“算”字有一个同音字“筭”,两者的古代含义有些区别。东汉许慎《说文解字》说:“算,长六寸,计历数者。从竹从弄,言常弄乃不误也。”“算,数也。从竹从具,读若筭。”可见二字之本义:筭指中国古代的计算工具算筹,而算则是用算筹摆成的数。从现存资料看,“算术”一词最早见于公元前 1 世纪编成的《周髀算经》卷上:“……此皆算术之所及……算数之术,是用智矣。”算术,就是用以处理实际问题的计算方法,这反映出中国古代数学以研究算法为中心的实际情况。汉唐数学著作原来都

称为“××算术”，如《九章算术》、《五经算术》等。后来为提高这些著作的地位，将“××算术”改称“××算经”，如《五曹算经》、《孙子算经》、《缉古算经》等。“算术”后来又称为“算学”、“算法”或“数学”。隋唐国子监设有算学馆，元代朱世杰著有《算学启蒙》，“算学”就是计算之学问。宋元时期及明代的数学著作又常冠以“算法”之名，如《详解九章算法》、《九章算法比类大全》、《算法全能集》、《丁巨算法》、《详明算法》、《算法统宗》等。同时，“数学”一词也开始使用，例如南宋数学大家秦九韶说他“尝从隐君子受数学”，他的著作《数书九章》曾名《数学大略》或《数学九章》，而朱世杰被莫若称作“数学名家”。宋元以后，“算学”、“数学”一直通用。1935年，中国数学名词审查委员会仍主张二词并用。1939年6月才正式确定用“数学”一词，而不用“算学”。

## 二、中国传统数学的突出成就

“数学是中国人民擅长的学科”(华罗庚语)。数学在中国古代是最发达的基础学科之一，出现了《九章算术》及其刘徽注、《缀术》、《数书九章》、《测圆海镜》、《四元玉鉴》等一系列辉煌杰作，造就了刘徽、祖冲之、贾宪、秦九韶、李冶、杨辉、朱世杰等一批堪与欧几里得、阿基米德、丢番图、阿尔·卡西等相媲美的数学家，取得了具有世界意义的重大成就。十进位置值制记数法被马克思誉为“人类最奇妙的发明之一”；当西方19世纪还在为负数的合法性争论时，我国早在公元前1世纪就把负数毫不迟疑地用于求解线性方程组的算法中了。从公元前1世纪到14世纪初的1500年间，我国数学家在很多方面取得了令世人惊叹的重大成果，主要有：① 算筹、筹算与十进位置值制记数法；② 分数理论；③ 率的理论；④ 正负数及其运算法则；⑤ 线性方程组及其解法；⑥ 设未知数列方程及一般高次方程数值解法；⑦ 多元高次方程组及其解法；⑧ 一般高阶等差级数求和；⑨ 一次同余式解法；⑩ 割圆术及其对圆周率的科学推算；⑪ 勾股、重差理论及其应用；⑫ 无穷小分割和极限思想；⑬ 多边形面积和多面体体积公式的推导与证明；⑭ 珠算技术等。

中国数学家以自己的聪明才智在世界数学史上树起了一座座丰碑。从希腊文明走向衰落到文艺复兴前的一千四五百年间，中国古代数学长期繁荣发达，占据着世界数学舞台的中心，在人类文明史上写下了光辉的篇章。

## 三、中国数学史的分期

中国数学史分期是一个有争议的问题。要进行恰当的分期，既应注意历史的沿革，又要重视数学本身的发展。中国数学史的分期应依据中国社会历史条件和数学自身的特征，坚持以数学本身的特征为主要依据，要把时期划在有代表性的成

果形成之前或之后,同时要兼顾中国传统数学的含义。为此我们对中国数学史分为以下几个阶段:

- 第一时期:中国数学的萌芽——远古至春秋;
- 第二时期:中国传统数学框架的形成——战国至两汉;
- 第三时期:中国传统数学理论的奠基——魏晋至南北朝;
- 第四时期:中国数学专科教育的诞生——隋唐;
- 第五时期:中国传统数学的高潮——唐中叶至宋元时期;
- 第六时期:中国数学的衰落——明初至清中(1840年);
- 第七时期:中西数学的合流——清中至清末(1911年);
- 第八时期:中国近现代数学的奠基与发展——清末至今。

## 第二章 中国早期的数学知识和数学思想

### § 2.1 中国早期的数学工具——算筹与规、矩

中国传统数学以计算为中心,在算法的构造性和机械化方面取得了十分辉煌的成就。其中,十进位置值制记数法、筹算和珠算在数学发展中所起的作用及其显示出来的优越性,在世界数学史上占有重要的地位。

#### 一、计算工具——算筹


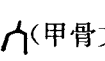
算筹即用于计算的小竹棍,它是中国人创造的计算工具。珠算产生以前,我们的祖先用算筹来计算。算筹又称筹、策、算子等。算筹起源于何时,已难征考。“算”和“筹”二字出现在春秋战国时期的著作(如《仪礼》、《孙子》、《老子》、《法经》、《管子》、《荀子》等)中。因此,最迟在春秋末年,算筹的使用已相当普遍,书中多有记载,如“孟子持筹而算之”(《七发》),《老子》说:“善数不用筹策”,等等。在这以前,算筹已经历了相当长的时间。

算筹常用竹制成,也有用木、骨或石做的,近年来出土的算筹用骨制成。据《汉书·律历志》记载,“算法用竹,径一分,长六寸”,分别合今 0.23 cm、13.8 cm,这与 1971 年陕西省千阳县出土的西汉骨质算筹基本吻合。1954 年在长沙的一座战国楚墓中挖出一个竹筒,内装竹棍 40 根,是为算筹之实物。这种算筹是当时世界上最灵巧的计算工具,简便、灵活,可进行复杂的计算。但是,用算筹计算也有三个缺点:一是算筹较长,用筹计算时占用的地方大;二是截面呈圆形,容易滚动造成错乱。为克服这些缺点,人们不断改进算筹,把算筹由长改短,由圆变方(石家庄出土的东汉算筹截面呈方形,长度也缩短到 7.8~8.9 厘米,后来的算筹又有缩短);三是中间步骤不能保留,因此不便于检验。此外,从现代观点看,过分依赖于算具,也不利于数学的符号化和抽象化。算筹自产生以来,一直是中国最主要的计算工具,直到元明时代才逐渐被珠算所代替。

#### 二、算筹记数依据十进位置值制

先秦典籍中有“隶首作数”、“结绳记事”、“刻木记事”的记载,说明我们的先民在生产和生活的实践活动中,从判别事物的多寡中逐渐认识了数。中国古代的记

数据《易·系辞》记载：“上古结绳而治，后世圣人易之以书契。”三国时吴人虞翻在《易九家义》中也说：“事大，大结其绳；事小，小结其绳，结之多少，随物众寡。”这些记载说明在文字产生之前，曾用绳结的多少表示事物数量的多少，这是原始社会普遍使用的记数法。此外还有刻画记数，这是比结绳记数更进步的一种记数法。

从有文字记载开始，我国的记数法就遵循十进制。殷代的甲骨文(公元前14~公元前11世纪)和西周的钟鼎文都有一、二、三、四、五、六、七、八、九、十、百、千、万等13个记数单字，在殷墟出土的甲骨文卜辞中出现最大的数字为“三万”，十万以内自然数的记数用合文书写，其中已经蕴含着十进位置值制的萌芽。例如二千六百五十六写作 (甲骨文)，六百五十九写作 (钟鼎文)。这种记数法含有明显的位置值制意义，“又”字表示隔开多值数字。实际上，只要把“千”、“百”、“十”和“又”的字样取消，便和位置值制记数法基本一样了。

春秋战国时期是我国从奴隶制转变到封建制的时期，生产的迅速发展和科学技术的进步提出了大量比较复杂的数字计算问题。为了适应这种需要，劳动人民创造了一种十分重要的用算筹计算的方法。中国最晚在春秋末年人们已经掌握了完备的十进位置值制记数法，普遍使用了算筹这种先进的计算工具。人们已谙熟九九乘法表、整数四则运算，并使用了分数。

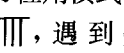
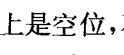
算筹计数的具体方法见于公元400年左右的《孙子算经》：

“凡算之法，先识其位。一纵十横，百立千僵，千、十相望，万、百相当。”

古代算筹的功用大致和后来的算盘珠相仿，五以下数用几根筹表示几，6, 7, 8, 9四个数目，用一根筹放在上边表示五，余下来每一根筹表示一，放在下边。用算筹表示数时有纵、横两种方式(图2-1)：



图2-1

这是九个基数，零则以空位显示。我国的算筹采用位置佐制记数法，即将万，千，百，十等意义，通过数码所在位置加以表示，若要表示一个多位数，可像现在用阿拉伯数码记数一样，把各位的数目从左到右横排。个位数用纵式表示，十位数用横式，百位、万位用纵式，千位、十万位用横式，以此类推，交替使用纵横两式。如4728用算筹表示出来是，遇到数字有空位，如39057则用算筹表示为，这时百位上是空位，不放算筹，由于每位数字记法需纵横相间，中间有没有空位是容易辨别的。显然这种位置值制记数法，比同时代的罗马记数法要先



进多了。

算筹以 18 种筹式符号,再加上空格,可以表示任意的自然数,是典型的十进制位置制记数法。在古代文明中,古巴比伦采用六十进制位置制记数法;古希腊(以及后来的古罗马)虽使用十进制记数法,但不是位置制,十、百、千用不同的符号表示,使用起来远不及中国的十进制位置制记数法方便。我国的这种记数法,对世界文明的发展具有重大意义,著名科技史家李约瑟博士认为:“如果没有这种十进制制,就几乎不可能出现我们现在这个统一化的世界了。”

中国古代用算筹进行计算,称作筹算。中国古代数学的光辉成就,大都得益于筹算的便利。依据位置制,整数四则运算需要熟练掌握。古时乘法口诀从“九九八十一”开始,故称“九九乘法表”或简称“九九”。《管子》等书中便记载着“九九”歌诀,顺序与今正好相反。春秋战国时代,“九九”歌已是家喻户晓的常识了。《吕氏春秋》记载,齐桓公(公元前 685~公元前 643 年在位)求贤纳士,有一个人以懂得“九九”之术自荐,齐桓公让人戏弄他说:“九九足以见乎?”那人答道:“九九薄能耳,而君礼之,况贤于九九者乎?”桓公听了以后觉得很有道理,于是以礼待之。一月之间,四方有能之士竞相投奔桓公,为他所用,终于成就了桓公的霸业,对此,《韩诗外传》和《战国策》等也有记载。从这个故事可知,春秋时代做乘法已是一件很容易的事,加减法自然不在话下。作乘除运算必须先会加减法。《孙子算经》、《夏侯阳算经》记载了古代用算筹进行乘除运算的方法,已与现在的方法和步骤基本一致。

### 三、中国古代的测绘工具——规、矩

在中国出土的新石器时代的陶器大多为圆形或其他规则形状,陶器上有各种几何图案,通常还有三个着地点,这些都是早期几何知识的萌芽。传说伏羲创造了画圆的“规”、画方的“矩”。规、矩是我国十分优越的两种测绘工具。中国的测量术长期发达,得益于此。规即用来画圆的规,矩是直角拐尺,用来画直线形,其形状为一等腰直角三角形。商代甲骨文中已有“规”和“矩”的象形字,所以它们最迟在商代已经出现。春秋战国时期,这两种工具被普遍用于测量和几何作图,并延续后代。在汉代出土的砖石画中,例如汉武梁祠的石室造像中,通常可见伏羲执矩,女娲执规的形象。

#### § 2.2 春秋战国时期的数学知识和数学思想

相传西周初年,周公(公元前 11 世纪)制礼,数学成为贵族子弟教育中六门必修课程——“六艺”之一。《周礼·地官司徒》说:“保氏掌谏王恶而养国子以道,乃教之六艺:一曰五礼,二曰六乐,三曰五射,四曰五驭,五曰六书,六曰九数。”艺者,