

内 容 简 介

本书作者结合自己的教学与研究活动,详述了一种新的数学教育方式,即MM方式(数学方法论的数学教育方式)以及它是如何产生的,有什么优越性,怎样操作等。其主要内容有如何运用MM方式组织教学案例精选;MM方式下数学小品雅俗共赏;运用MM方式获得的数学的创造性发现的例子以及在MM方式下针对高考试题的专项训练等。

本书是一部诠释MM方式的著作,内容翔实而丰富,语言平实而近人。书中谈古论今、旁征博引、推陈出新;教学发现的设计伴着数学发现的经历,出人意料,别有洞天,引人入胜,有助于人们领略数学科学的美与真谛。

本书可供各级各类学校的数学教师、数学研究人员和具有高中以上文化程度的数学爱好者阅读,也可作为数学方法论的选修课教材。

图书在版编目(CIP)数据

教学·研究·发现——MM方式演绎/徐沥泉 著.—北京:科学出版社, 2003

ISBN 7-03-011062-5

I. 教… II. 徐… III. 数学方法-方法论-应用-数学教学-教学研究-中小学 IV. G633.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 108728 号

责任编辑:才 磊 王丽平/责任校对:宋玲玲
责任印制:钱玉芬/封面设计:张 放

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

双青印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2003年3月第 一 版 开本:A5(890×1240)

2003年3月第一次印刷 印张:12 1/2

印数:1—3 000 字数:393 000

定价:23.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈环伟〉)

序

世上各行各业都有自己的方法,学习数学与研究数学也不例外.我一直期待着能看到在数学教育方面有一本一而贯之,把初等、高等数学当作一个整体,从学习、教学一直讲到研究和发现的数学教育书籍.当然,写这样的书并非易事.今天我感到欣慰的是,由徐沥泉同志撰写的专著《教学·研究·发现——MM方式演绎》已经向这个方向迈出了一大步.

事实上,“天下本无无为事,世上更有有为人”.著名数学家华罗庚、陈省身、苏步青先生等,他们虽然没有写过这方面的专著,但是在这方面给我们做出了榜样,起了很好的教育作用.美籍匈牙利数学家波利亚是把科学方法论应用于数学教学的第一人,他的名著《怎样解题》、《数学与猜想》和《数学的发现》不仅切实提高了二战之后美国的数学教育水平,而且对国际数学教育界也产生了重要影响.早在1982~1984年间,正是在我国改革开放之初,科学出版社编译出版了波利亚这一经典著作的5本姐妹书.几乎同时,徐利治教授率先倡导用波利亚的数学教育思想指导数学教学,于1983年出版了他的专著《数学方法论选讲》.通过学习,人们越来越认识到科学方法论对数学教学的作用.

“MM方式”正是在这样的大背景下应运而生的.这就是1989年5月在无锡市高中阶段首开的“贯彻数学方法论的教育方式 全面提高学生素质”的数学教育实验.众所周知,如果某一门学科本身被作为研究对象时便产生了该门学科的科学方法论.数学方法论(Mathematical Methodology)就是专门研究数学的发展规律、研究数学的发现、发明和创新机制的一门科学,数学方法论的数学教育方式(简称MM方式)就是运用数学本身的思想方法指导数学教学改革的一种教学方式.

该课题曾被立为全国教育科学“八五”规划项目和江苏省“八五”和“九五”期间教育科学的重点项目.在中国自然辩证法研究会全国数学哲学委员会的指导下,在我国天津市特级教师杨世明先生等人的积极倡导和身体力行下,十多年来边实验边推广,其实验点和实验研究合作单位已

扩展到我国包括台湾地区在内的几乎所有省、市、自治区,实验学校也从原来的普通高中、职业学校扩展到小学、大学和成人教育等各级各类学校.实验结果表明,学生的整体素质明显提高,同时也培养了一批又一批既能胜任教学又能从事科研的数学教师.

MM方式是由徐沥泉同志在认真学习国内外数学科学方法论、总结他人的优秀教学方法,并结合他自己多年来在教学和科研工作经验的基础上设计而成的.MM方式的实施,更是少不了一线的实验教师辛勤的创造性劳动.在此意义上说,MM方式也是我国数学教育界许多人集体智慧的结晶.从MM方式的组织实施到推广应用,至今已有整整13个年头.现在有必要对它进行一番认真的总结,使它能够进一步发扬光大.

本书《教学·研究·发现——MM方式演绎》,是继波利亚的上述3本译著在我国出版之后的又一本诠释数学方法论及其应用的重要著作.本书作者把数学方法论用于数学教学,是数学教育思想上的一个创举.读者从书中不仅可以看到,当人类进入21世纪之际,一种新的数学教育方式即MM方式是如何产生的、有什么优越性、怎样操作、效果如何等等;也可以看到在MM方式下数学创造性工作的一些实例,作者以数学小品的形式把它们展示出来,使不同层次的读者各有所得、雅俗共赏.本书是一部诠释MM方式的学术著作,它的内容翔实而丰富,语言平实而近人.书中谈古论今、旁征博引,有助于人们领略数学的美与真谛.

希望读者在阅读过程中,对MM方式提出宝贵意见,使之不断完善.

王梓坤

2002年10月

前 言

自从 1989 年以来,尤其是近些年,全国各地纷纷来人来函征询有关 MM 方式的资料,建议作者撰写有关专著和书籍.遂使作者乃“以庸庸而得其所著”.一生中能留得几行笔墨被人指摘,“岂非不幸中之幸耶”!

马克思指出,一门科学只有当它在成功地应用了数学(的思想方法)之后才臻于完善,也就是说科学的成熟与否要视其应用数学的程度而定.既然数学教育是一门科学,那么,数学教师为什么就不能应用数学本身的思想方法来组织数学教学呢?所谓“数学方法论的数学教育方式”就是指运用数学本身的思想方法指导数学教学和数学教学改革的一种数学教育方式,简称 MM 方式. MM 是 Mathematical Methodology(即数学方法论或数学方法学)的简称.现代数学教育尽管成功地运用了现代教育学、心理学、生理学、认知科学以及脑科学等研究成果,但它忽略了运用数学本身的思想方法,即数学方法论对其的指导作用.事实上,数学在其自身的发展过程中早就成功地孕育着、包含了上述诸多科学的客观规律.

早在 20 世纪 80 年代初期,我国著名数学家徐利治教授就高瞻远瞩地率先倡导人们用数学方法论和波利亚的数学教育思想指导数学教学,并于 1983 年出版了他的专著《数学方法论选讲》.作者曾于 1987 年赴大连理工大学连续 6 天听完了他的“数学方法论演讲”;又于 1989 年 5 月出席了由周春荔教授和杨世明先生主持召开的“全国首届波利亚数学教育思想学术研讨会”……

MM 方式是作者在认真学习和借鉴了国内外数学方法论研究的理论成果和应用成果的基础上;在认真学习和研究了他人的优秀教学方法和学习方法的基础上;并结合自己教学、教研、科研工作的经历和经验,对我国数学教育的现状和历史进行了独立冷静的反思之后,设计而成的.在无锡市教育行政部门主要负责同志的关心、支持与直接部署下,1989 年 9 月在无锡市高中阶段首开“贯彻数学方法论的教育方式 全面提高学生素质”数学教育实验(简称 MM 实验),并由我国著名特级教师杨世明

先生等人积极倡导,逐步推向全国.

本书通过对 MM 方式的演绎,初步展示了数学方法论和波利亚数学教育思想在数学教学中应用的威力,有助于人们领略数学的美与真谛.

本书共分 3 个篇章.上篇是 MM 方式的设计与实施要义.论述了作为 MM 方式实践基础的数学方法论数学教育实验,即 MM 实验在各级各类学校中实施的过程、结果与意义.中篇提供和精选了如何运用 MM 方式组织教学的案例.既有教学设计、研究课教案、单元教学计划,也有课堂教学实录.其范畴涉及到从初中到大学的数学教学.下篇列举了 MM 方式下数学创造性工作的一些案例.作者以数学小品的形式把它们展示出来,使不同层次的读者各有所得、雅俗共赏.MM 方式的灵魂就是启发学生的创造性,促进数学教学中的发明和发现.这些案例略见一斑.

最后需要指出的是,本书不仅是作者个人 30 余年来从事数学教学和研究工作的升华;也是我国数学界、数学教育界许多人集体智慧的结晶.由于书中都已注明出处,这里不一一列出.趁此机会谨向他们表示由衷的感谢.并向为 MM 方式的组织实施、推广应用和为此而付出辛勤劳动的所有同志们致以崇高的敬意和谢意!在此,作者还要感谢科学出版社才磊和孙立新先生,他们对本书的出版给予热情的支持、关心和帮助.王丽平编辑为本书付出了辛勤的创造性的劳动.

由于作者的学识水平和能力所限,书中定有不妥与错漏之处,望读者不吝珠玉、予以指正.作者将表示由衷的感谢!

作者

2002 年 10 月于无锡

上 篇

MM 数学教育方式的设计与实施要义

1 数学方法论与数学教育实验*

1.1 数学观与数学方法论

1.1.1 数学观

近年来,我国的一些著名数学家都致力于对数学哲学的研究,认为数学是“研究广义的量(即模式结构形式)的科学”.他们从数学哲学的本体论与认识论的角度提出了“数学模式是一种模式真理”的真理观.按照唯物论的反映论观点,数学模式在本体上具有两重性,就其内容而言,具有明确的客观意义,是思维对于客观实在的能动反映,任何数学模型都有它的现实原型,就其形式结构而言,数学并非客观世界中的真实存在,而只是创造性思维,亦即理性的创造物,从前者而论,数学是人们所发现的,从后者而论,数学是人们所发明的.而数学的每一次重大的发现或发明,都是以决定数学向本质上的崭新状态过渡的杰出的科学成就为标志的,这中间伴随着认识论与方法论上的突破,伴随着数学思想方法的革命性的变革,有一门学问就是专门以数学的思想方法作为研究对象的数学分支,这就是数学方法论.

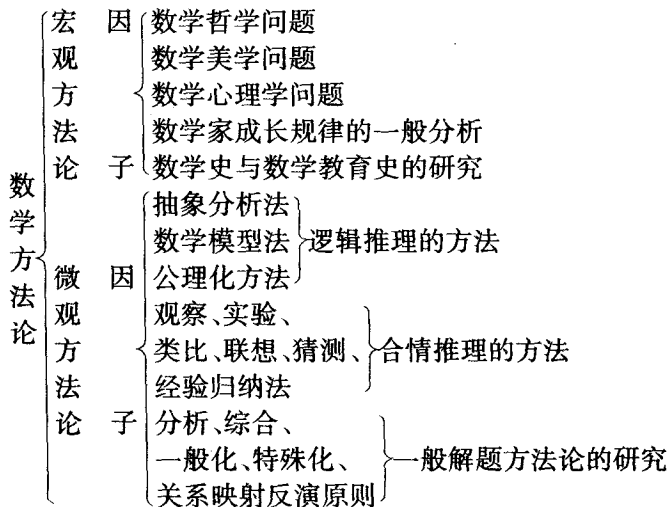
1.1.2 数学方法论和它的研究对象

到底什么是数学方法论的研究对象,说得具体一点就是“数学方法论主要是研究和讨论数学的发展规律、数学的思想方法以及数学中的发现、发明与创新等法则的一门学问”.它是辩证法的反映论观点在数学上的表现与运用.

就数学发展的内外因素而言,数学方法论又可分划为宏观与微观的

* 本文为“八五”期间国家教委规划课题,江苏省教育科研重点课题“贯彻数学方法论的教育方式 全面提高学生素质”的专题论文.MM是Mathematical Methodology的缩写,发表于《数学教育学报》Vol.1, No.1, 1992年12月.

两个范畴,如果抛开数学发展规律的社会因素,数学方法论的研究对象和内容大体可划分如下:



1.1.3 数学方法论的研究方法

数学方法论的研究尤其是一般解题方法论的研究,既离不开那些特殊的数学方法,例如,极限法(微积分赖以建立的基础)、坐标法(沟通数形结合的笛卡儿模式)、随机试验的方法(揭示频率稳定性理论的随机数学模型)或数学归纳法(可以解决一大类与自然数有关的命题,实现了从有穷到实无穷过渡的思维的创造)等等;也离不开那些在某一数学分支中用于处理某一些问题的个别的数学方法,例如,用于解决线性方程组的克莱姆法则,求解高次方程的牛顿迭代法和哈雷迭代法等等,这些特殊的数学方法和个别具体的数学方法既蕴含了一般的数学思想方法,又是建立某个数学分支或处理某一类数学问题的特别有效的数学方法,它们既是解决数学问题的某种法则,又是某一数学体系的重要组成部分,即既是数学方法又是数学内容,数学方法论的研究如果离开了它们,就将成为无源之水,无本之木。

从数学方法论的观点讲数学方法,就要着重讲清楚这些数学方法是怎样历史地产生的,它们是怎样发展和完善起来的,它们是怎样十分奏效

地解决某些数学问题的,即它们在数学科学中的地位和作用是什么,它们有哪些方法论的意义和特点.

比如极限理论作为一种数学内容而言,它一般包括极限的严格定义,极限的运算法则及极限存在的判定定理,由此出发建立严格的微积分体系,把导数定义为是“相对变化率的极限”,把定积分定义为是某一些区间上“总和的极限”.

而从数学方法论的角度讲极限理论,就必须对此进行某些教学法加工,可以追溯到它的起源(古希腊的穷竭法和中国古代的割圆术、墨子的“无限分割论”等),追溯到牛顿和莱布尼茨微积分所遇到的逻辑困难,引进柯西等人怎样用极限法对已有微积分的奠基工作等,就极限法本身而言,只有当狄德金和康托尔建立了完整的实数理论之后,它才有了可靠的基础.极限法在方法论意义上的重要特征是,它体现了过程与结果的对立与统一,它是从有限过程中求出无限过程的结果的一种数学方法,它不仅是纯分析学的基础,也是应用分析于几何、代数、动力学等许多自然科学和技术的有力工具.

正是因为数学方法论是从方法论的角度来讲数学,所以,它就不是一般意义下的数学课,对于某个具体的数学问题或数学定理也是一样,从方法论的角度来说,最重要的是讲清定理的发现过程,然后才是定理的证明.

又如,“球体积公式”的教学,可以在方法论的观点下,对球体积公式的推导过程进行情境设计,让学生亲身经历发现过程,同时学到观察、实验、归纳、类比、猜想等一套合情推理的方法,对底面半径和高都为 R 的圆锥、半球和圆柱,根据祖暅原理:

$$V_{\text{锥}} < V_{\text{半球}} < V_{\text{柱}},$$

$$\text{即 } \frac{1}{3}\pi R^3 < V_{\text{半球}} < \pi R^3 = \frac{3}{3}\pi R^3.$$

引进美学机制,进行猜想: $V_{\text{半球}} = \frac{2}{3}\pi R^3$, 再加以证明.

这就是说,用数学方法论的观点看待数学内容、数学方法,就要着重“研究分析问题、思考问题的方法,侧重形成数学概念的认识过程的分析,启发人们创造性思维,探讨和研究寻找真理、发现真理的手段”.

1.2 为什么要学习和研究方法论

1.2.1 国外的经验

为什么数学方法论必须引起我们的重视?

我们先看一下国外的情况.英、法、德、美等国一贯重视科学方法论的研究,尤其是前3国对现代科学和数学的贡献都很大.大凡世界著名的科学家、数学家也都是方法论大师,他们无一不重视和善于运用方法论指导其科研、教学.

法国的笛卡儿(Descartes, 1596 ~ 1650)、庞加莱(Poincare, 1854 ~ 1912)、阿达玛(Hadamard, 1865 ~ 1963)都写过“方法论”和“论数学发明创造”等方面的专著.法国的布尔巴基学派提倡结构主义,主张搞数学方法论,振兴法国数学.法国对数学的贡献很大,被誉为函数论王国,是一个人才辈出的国家,这与他们一贯提倡方法论是分不开的.

德国的莱布尼茨(Leibniz, 1646 ~ 1716)、克莱茵(Klein, 1849 ~ 1925),也非常重视方法论,提倡方法论.德国的哥廷根学派也是非常重视数学史和数学方法论研究的,哥廷根也是世界方法论的中心.“人看明月当头照,我看明月顺水流”,要不是伴随着方法论上的突破,爱因斯坦的相对论是难以创立的.

再来看英国,牛顿是力学家,又是微积分的发明人,他之所以能做出如此巨大的贡献,可见对方法论的造诣博大精深,他一贯提倡实验、观察、分析、综合等方法的运用,牛顿三大定律是综合而成的.现在的英国也提倡方法论,有一所开放大学(Open University),里面成立了“数学方法论”研究中心,我国有的学者去英国讲学,发现他们正在发展波利亚的观点,并用波利亚的数学教育思想和模式来指导英国的数学教育改革.

为了研究数学方法论,我们当然要提及波利亚(Polya, 1887 ~ 1985),波利亚是美籍匈牙利数学家,他年轻时就读于哥廷根大学,受教于希尔伯特(方法论大师),深受方法论的熏陶.他20世纪30年代由欧洲去美国,发现那时候美国的数学水平很低,他们经常要派留学生到欧洲去留学.于是,波利亚就向美国当局提出提高全美数学教学水平的设想,利用假期举办讲习班,在讲习班里提倡用方法论的观点改革数学教育,积累了许多经

验和材料,尔后整理出版了《怎样解题》、《数学与猜想》和《数学的发现》等几部方法论巨著.波利亚被称为20世纪的一代数学宗师是无可非议的,但他在数学教育方面所作出的贡献要远远超过他对数学科学本身的贡献,因为他的学说影响到了整个一代人的思想.首先,他把美国的数学水平从低水平提高到高水平(当然还有其他方面的原因),使美国的数学水平逐渐接近于欧洲,而且后来居上,成为数学大国,数学强国.因此,美国对波利亚是很感激的,波利亚在美国享有很高的声誉,被斯坦福大学授予终身荣誉教授.

以上说明,从国外的经验来看,我们有必要学习和研究数学方法论.

1.2.2 要振兴中国数学

中国的古代数学曾经有过辉煌的成就,这也与中国古代哲学思想有关.中国古代数学具有开放的、归纳的思想体系,结构的算法的思想内容和模型化的思想方法,运筹布算的计算工具,其数学精神是致用,含有朴素的辩证法思想.然而,近几百年来落后了.新中国成立以来,由于我们奋起直追,取得了长足的进步.2002年8月国际数学家大会在中国北京召开,就是最好的例证.但必须清醒地看到,目前“我国的数学基础研究水平,从整体上看,与世界先进国家相比,差距还很大,在若干重要的领域中甚至落后于印度、巴西,这与我国的大国地位很不相称”.

我国数学教学的现状也是众所周知的,在历届国际数学奥林匹克竞赛中捷报频传,近几届IMO又取得优异成绩,但我国数学家却与国际数学大奖无缘.只有美籍华人陈省身、丘成桐分别获得过1984年的沃尔夫(Wolf)奖和1982年的菲尔兹(Fields)奖.

从1936~2002年的菲尔兹奖共48位,其中各国数学家所占比例如下:

美,21.5;法,10.5;英,8;俄,4;意大利、瑞典、日本和出生于南非现在法国高等研究院工作的数学家各1名.

从1978~1998年,共颁发沃尔夫奖33枚,其中美,11;俄,6;法,4;德,3;日本,2;瑞典,2;英国、加拿大、意大利、匈牙利、以色列各1枚.

目前,我国的数学教育研究尽管也有相当的规模和实力,但所获得的世界一流的研究成果为数不多,也没有形成若干有自己思想特色的学派.

要使我国的数学研究进入世界先进水平,要振兴中国数学,就必须在数学教育中打下坚实的基础.从现在起就应该重视学生思维能力的培养,尤其是创造性思维能力的培养.在数学教学过程中,要培养学生分析问题、思考问题的方法,要重视引导学生掌握发现真理、寻找真理的方法,要注意引导学生对形成数学概念的认识过程的分析,启发学生的创造性思维.在数学教学中如能贯彻数学方法论的教育方式,必将有助于培养学生从总体结构上把握数学思想体系、数学思维方式的本领,促进学生数学思维活动中的发明和发现.波利亚相信数学发现是一种技巧,发现的能力可以通过灵活的教学加以培养.

以上说明,要振兴中国数学,亟待在数学教育中贯彻数学方法论的教育方式,其灵魂就是启发学生的创造性,以利于早出人才,多出人才,尤其是早出多出创造型的人才.

1.2.3 适应高技术发展的需要,培养高级研究人才

按照宏观的数学方法论观点,数学发展的巨大动力源泉与社会生产实践及技术发展的客观要求紧密相连.因此,数学教育只有适应时代的要求,能够回答和解决历史进程中出现的重大问题,才能具有社会效益.由于现代社会中高技术的出现,世界各国对高技术的研究和开发竞争十分激烈,许多科学家都指出,高技术本质上讲是一个数学技术,而数学方法论的原则性高,普适性强,可以用来指导尖端科学的研究,用好了可以影响到整个一代人的素质,培养出一批具有世界第一流水平的科学技术专家,从而有可能使我国成为数学大国和科技强国.

1.3 两种思维模式与全面开发智力

1.3.1 合情推理模式与数学中的一般文化修养

运用数学方法论观点,分析数学思维,我们可以看到,数学思维也有两重性,一类是进行逻辑推理的逻辑思维,另一类是进行经验归纳的合情推理.这后一类思维的具体表现形式就是观察、实验、类比、联想、猜测、不完全归纳等等.它们不仅在数学的发现过程中起着十分重要的作用,而且广泛应用于社会生活之中.医生诊断疾病,法官审判案件,军事家指挥战

争,处处都在运用这些推理方法.波利亚认为,贯穿在任何科学发现过程中的思维过程,主要是合情推理.在历史的长河中,科学的发现此起彼伏,一浪高过一浪,量子力学的基本方程是猜出来的,不是推出来的;在阿基米德那里,球体积公式不是先证出来的而是“称”出来的;正是对热在金属中的流动的观察研究,使物理学家傅立叶发明了级数,它不仅解决了热学研究的复杂问题,而且也大大推动了理论数学的发展.我们还可以列举出许多利用合情推理的方法达到数学中的发现的著名例子.

欧拉把代数方程与三角方程相类比,发现自然数倒数的平方和公式:

$$\sum_{k=1}^{\infty} 1/k^2 = \pi^2/6.$$
牛顿把二项式定理推广到 a 是任意实数的情形: $(1+x)^a = \sum C_a^k x^k$. 他的这一推广,并没有证明,只是一个猜想,然而他巧妙地把幂级数和十进小数之间的相似性进行了成功的类比.

波利亚在《数学的猜想》这一名著中,运用一般化、特殊化的思想方法,使勾股定理从类比推理中一举获证,几乎达到了出奇制胜的境地.

如前所述,类比和联想可以应用于数学、自然科学、社会科学和日常生活的各个领域,并且是那样的普遍和深入.众所周知,壶中开水的蒸气把壶盖顶起的事实,促使瓦特发明了蒸汽机,人们见到鸟的飞翔,才想到设计飞机,看到鱼的沉浮,想到设计潜水艇,观察到蚕的吐丝,促使人们发明了人造丝工程,正是类比推理在近代科技中的广泛应用,才使得近代仿生学得以诞生和发展,人们无处不在应用类比推理的原则,长者引述乌鸦反哺的故事使后生晓之以孝敬父母的道理,引用“设身处地想一想”等述语来沟通相互之间的感情.

我们这里之所以要举出这些日常生活中的例子,无非是再次强调促使数学在其发现和发明过程中所使用的合情推理方法,在其他各个方面也都有着广泛的应用.因此,我们不应该把数学单纯地理解为一门工具学科,而应该把它当做一种文化形态来对待,把数学作为提高公民素质的重要手段,在数学教学中致力于提高人们的一般文化修养.

1.3.2 既教证明又教猜想——全面开发学生智力

以上我们列举和论述合情推理方法在数学发现中的地位和作用,指出了数学教学中要注意开发右脑的功能,注重形象思维的训练,提高一般

文化修养的重要性和必要性.然而,观察、联想、类比、猜测、经验归纳等方法有时也能使我们误入歧途.历史上著名的“费马猜想”就足以说明这一事实.因此,猜想必须证明.严密的逻辑推理,高度的模式抽象正是数学区别于其他科学的主要特征.数学教学中引导学生学会运用数学模型方法,公理化方法和抽象分析法等数学思想方法,有助于他们理解数学理论的抽象性本质,形成和发展数学品质.正是数学所特有的抽象性,保证了有可能把理论应用于各种具体情形中去,有诗为证:

极端的抽象是真正的武器,
用以控制具体事物的思维.
这个似乎矛盾的说法;
现已完全成立.

——A. N. 怀特黑德

在数学教学中确当地进行抽象分析的教学,其基本措施有两条,一条是引导学生从具体素材中直接抽象出数学模型,即把非数学问题数学化,二是引导学生对前人或他人所构造的数学模型(如教材中的定理和公式等)进一步加以改进或理论化,A. A. 斯托利亚尔指出,画一个等腰梯形并从它的两底和腰来求高,和给定一个铆钉并由一些已知尺寸求另一些未知尺寸,这两个问题在数学方面可以完全一样,但从教法的观点看,又各不相同.

由此看来,数学教学要同时开发左脑和右脑的功能,既要提高学生的逻辑思维能力又要提高学生的形象思维能力,使得左脑思维和右脑思维密切配合,既教证明又教猜想,全面开发学生的智力,全面提高学生素质,为此我们设计了题为“贯彻数学方法论的教育方式全面提高学生素质”的数学教育实验,简称 MM 实验.

2 MM 实验的内容方法和意义*

2.1 引言

2.1.1 问题这样提出

人类已经进入 21 世纪了.

21 世纪,不仅是一个现代高新技术继续处于更大变革的新世纪,而且是一个更侧重于研究人的发展的新世纪,而“高新技术从本质上讲是一种数学技术”且“数学科学对于人的教育作用是非常巨大的”,“数学是人类文明的重要组成部分^[1]”.

早在 1994 年春,我们 MM 课题组接到湖北省天门市一位中学生的来信,信中有这样的一句话:“学生爱学习,是因为学生爱生命;学生爱数学,是因为生命需要数学”,确实,在现代生活中,在今天,数学对于人类来说,是“此君不可一日无”了.

因此,目前世界上大多数国家都已经把数学教育作为提高国民素质的重要手段,并且越来越认识到发展数学科学的极端重要性,我国更应该这样,因为“数学是中国人民擅长的科学”.

那么我国现阶段数学教育和数学事业的发展状况是怎样的呢?目前,我国的数学教育已经具有相当的实力和规模,许多数学家所取得的科研成果饮誉世界;尤为令人鼓舞的是,近年来我国选手在连续多届国际数学奥林匹克竞赛中捷报频传,颇长中国人民的志气,但也必须看到,“从整体而言,我国数学研究的水平与世界先进国家相比,还有相当的差距”,“在若干重要领域中甚至还落后于印度、巴西,这与我国的大国地位很不相称^[2]”,这能说与我国的数学教育毫无关系吗?事实上,数学教育“在造就一批奥赛金牌得主的同时,也造就成了千上万的差生,据某省调查宣

* 本文以“数学方法论与新世纪数学教学——MM 数学方式纵横谈”为题,发表于《数学传播》季刊(中国台湾省台北),Vol. 23, No. 4, 2001 年 1 月.

称,初二时有大批学生流失,而辍学的原因之一是厌恶数学^[3]。学生学习数学的积极性不高的原因,一方面是由于“脑体倒挂”等市场经济中不正常的获利原则的冲击,正如王梓坤教授所言:“空气哺育万物而自身无偿,数学教育众人而报酬极低^[4]”;另一方面由于盲目追求升学率的错误倾向,“题海战术”愈演愈烈,严重地挫伤了师生的教学积极性,这两者犬牙交错地影响着数学教育质量的提高,也严重摧残了青少年的身心健康。当然,这里面有许多外部原因,但是,三年的数学教材用两年时间匆匆上完,留下一年做复习题,选学内容不选学,必学内容也未必学(原因是“高考不作要求”)。数学课上数学滋味不浓,师生们品尝不到数学味道的精美,更不用说到现代数学的广阔原野上去领悟百花齐放、推陈出新的意境,去汲取思考问题和解决问题的取之不尽用之不竭的丰富源泉了^[5]……所有这些也硬要说成是由于数学教育的外部原因所造成的,这未免就有点迁腐。

那么,到底怎样才能提高主体(学生)学习数学的强烈兴趣,什么才是攻破“题海”的治本之理?这正是数学教育首先要回答和解决的既迫切又困难的现实问题,这里我们暂不考虑数学教育的外部影响,因为数学教育质量的提高其最终的落脚点还是要落实到数学教育内部如何采取最有效的教育方式这个核心问题上来。

但是,什么才是最有效的数学教育方式呢?

采取实用主义的态度,在数学教材中引进“三机一泵”行不行?显然,“文化大革命”期间的做法已给我们带来了严重的灾害和深刻的教训。

一味地强调数学教育的“现代化”,对数学教材进行“公理化处理”,行不行?新数运动的失败,则使人们认识到应当“回到基础去”(Back to the Basics)!

一而再,再而三地降低教材难度行不行?把较复杂一点的内容逐步删去,把抽象程度较高一些的内容也逐步删去(实际上是在把数学的精美内容和完美形式都逐步逐步地删去),最后数学课本越来越薄(配套练习册和参考书却越来越厚),内容越来越少,只剩骨架没有血肉,这仍然调动不了“主体”学习数学的兴趣,反而导致学生的数学素质逐步降低!这里我们运用香港中文大学陈凤洁、黄毅英和香港大学萧文强教授的论文中的一段话:“为了迁就学生而片面降低对学生的要求,只会纵容一种好逸