

高等学校“十一五”规划教材



机械设计制造及其自动化系列

**MECHANICAL
OPTIMAL DESIGN**

机械优化设计

孙全颖 赖一楠 白清顺 主编
陆怀民 主审

哈尔滨工业大学出版社

高等学校“十一五”规划教材



机械设计制造及其自动化系列

TH122/730

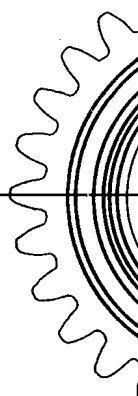
2007

**MECHANICAL
OPTIMAL DESIGN**

机械优化设计

孙全颖 赖一楠 白清顺 主编
陆怀民 主审

哈尔滨工业大学出版社



内 容 提 要

本书系统地论述了机械优化设计的基本概念、基本理论和基本方法,并且通过实例说明如何应用优化方法解决机械设计问题。主要内容包括:优化设计概述、优化设计的数学基础、一维搜索方法、无约束优化方法、约束优化方法、多目标函数优化方法、离散变量的优化设计方法、模糊优化设计和机械优化设计实例。

本书可作为高等工科院校机械类或近机械类专业本科生、研究生教材,也可供有关专业教师或工程技术人员学习和参考。

Abstract

This book discusses systematically the basic concept of mechanical optimal design, the basic theory and methods. Many practical examples are provided to demonstrate how to apply optimal method to solve the problems of mechanical design. The main contents include optimal design summary, mathematics base of optimal design, searching method of one dimension, unconstraint optimal method, constraint optimal method, multiple objective function optimal method, optimal method of discrete variables, fuzzy optimal design and mechanical optimal design examples. This book can be used as a test book for undergraduate students and graduates studying mechanical engineering or other relevant major. It can also be used as a reference book for professional teacher or engineering technical personnel.

图书在版编目(CIP)数据

机械优化设计/孙全颖等主编. —哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社, 2007. 6

ISBN 978-7-5603-2526-2

I. 机… II. 孙… III. 机械设计:最优设计 IV. TH122

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 065660 号

责任编辑 许雅莹

封面设计 卞秉利

出版发行 哈尔滨工业大学出版社

社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006

传 真 0451 - 86414749

网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>

印 刷 哈尔滨工业大学印刷厂

开 本 787mm × 1092mm 1/16 印张 15 字数 353 千字

版 次 2007 年 7 月第 1 版 2007 年 7 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5603-2526-2

印 数 1 ~ 4 000 册

定 价 26.80 元

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

高等学校“十一五”规划教材

机械设计制造及其自动化系列

编写委员会名单

(按姓氏笔画排序)

主 任	姚英学				
副主任	尤 波	巩亚东	高殿荣	薛 开	戴文跃
编 委	王守城	巩云鹏	宋宝玉	张 慧	张庆春
	郑 午	赵丽杰	郭艳玲	谢伟东	韩晓娟

编审委员会名单

(按姓氏笔画排序)

主 任	蔡鹤皋				
副主任	邓宗全	宋玉泉	孟庆鑫	闻邦椿	
编 委	孔祥东	卢泽生	李庆芬	李庆领	李志仁
	李洪仁	李剑峰	李振加	赵 继	董 申
	谢里阳				

总 序

自1999年教育部对普通高校本科专业设置目录调整以来,各高校都对机械设计制造及其自动化专业进行了较大规模的调整和整合,制定了新的培养方案和课程体系。目前,专业合并后的培养方案、教学计划和教材已经执行和使用了几个循环,收到了一定的效果,但也暴露出一些问题。由于合并的专业多,而合并前的各专业又有各自的优势和特色,在课程体系、教学内容安排上存在比较明显的“拼盘”现象;在教学计划、办学特色和课程体系等方面存在一些不太完善的地方;在具体课程的教学大纲和课程内容设置上,还存在比较多的问题,如课程内容衔接不当、部分核心知识点遗漏、不少教学内容或知识点多次重复、知识点的设计难易程度还存在不当之处、学时分配不尽合理、实验安排还有不适当的地方等。这些问题都集中反映在教材上,专业调整后的教材建设尚缺乏全面系统的规划和设计。

针对上述问题,哈尔滨工业大学机电工程学院从“机械设计制造及其自动化”专业学生应具备的基本知识结构、素质和能力等方面入手,在校内反复研讨该专业的培养方案、教学计划、培养大纲、各系列课程应包含的主要知识点和系列教材建设等问题,并在此基础上,组织召开了由哈尔滨工业大学、吉林大学、东北大学等9所学校参加的机械设计制造及其自动化专业系列教材建设工作会议,联合建设专业教材,这是建设高水平专业教材的良好举措。因为通过共同研讨和合作,可以取长补短、发挥各自的优势和特色,促进教学水平的提高。

会议通过研讨该专业的办学定位、培养要求、教学内容的体系设置、关键知识点、知识内容的衔接等问题,进一步明确了设计、制造、自动化三大主线课程教学内容的设置,通过合并一些课程,可避免主要知识点的重复和遗漏,有利于加强课程设置上的系统性、明确自动化在本专业中的地位、深化自动化系列课程内涵,有利于完善学生的知识结构、加强学生的能力培养,为该系列教材的编写奠定了良好的基础。

本着“总结已有、通向未来、打造品牌、力争走向世界”的工作思路,在汇聚多所学校优势和特色、认真总结经验、仔细研讨的基础上形成了这套教材。参加编写的主编、副主编都是这几所学校在本领域的知名教授,他们除了承担本科生教学外,还承担研究生教学和大量的科研工作,有着丰富的教学和科研经历,同时有编写教材的经验;参编人员也都是各学校近年来在教学第一线工作的骨干教师。这是一支高水平的教材编写队伍。

这套教材有机整合了该专业教学内容和知识点的安排,并应用近年来该专业领域的科研成果来改造和更新教学内容、提高教材和教学水平,具有系列化、模块化、现代化的特点,反映了机械工程领域国内外的新发展和新成果,内容新颖、信息量大、系统性强。我深信:这套教材的出版,对于推动机械工程领域的教学改革、提高人才培养质量必将起到重要的推动作用。

蔡鹤皋

哈尔滨工业大学教授

中国工程院院士

丁亥年八月于哈工大

前 言

机械优化设计是一种把数学规划的理论与方法应用于机械设计中,以电子计算机作为计算工具,按照预定的目标寻求机械最优设计方案的有关参数的现代先进设计方法,这种方法的推广和应用对提高机械新产品的设计水平和机械现有产品设计方案和改进是极有价值的。

本书是作者多年教学与设计实践的总结,也是在历次所编讲义、教材的基础上几经修改编撰而成。在编写过程中,力求通俗易懂,始终贯彻“少而精”和“理论联系实际”的原则,并尽可能将最新技术引入其中,内容编排由浅入深,注重逻辑性与系统性,强调物理概念与几何解释,便于工程应用。

本书详细地阐述了机械优化设计的基本概念、基本理论和基本方法,在书中的最后一章叙述了机械优化设计应注意的问题、设计实例以及基于 ANSYS 软件的优化过程简介,体现了设计理论、方法与设计实践以及最新设计技术密切结合的良好效果。

本书除绪论外共分 9 章,第 1 章介绍了机械优化设计的基本概念;第 2 章介绍了机械优化设计所涉及的数学基础知识;第 3、4、5 章分别介绍了一维搜索、无约束优化方法和约束优化方法;第 6、7、8 章分别介绍了多目标函数优化方法、离散变量的优化设计方法和模糊优化设计;第 9 章介绍了机械优化设计实例。

本书由哈尔滨理工大学孙全颖、赖一楠和哈尔滨工业大学白清顺任主编,黑龙江商业大学刘义翔、东北林业大学郭继峰、哈尔滨理工大学于延民参加编写,其中绪论、第 5 章由孙全颖编写;第 7、8 章、第 9 章 9.4 节由赖一楠编写;第 3、4 章、第 9 章 9.5 节由白清顺编写;第 1、2 章由刘义翔编写;第 6 章由郭继峰编写;第 9 章 9.1、9.2、9.3 节由于延民编写,全书由孙全颖统稿。

本书得到了黑龙江省自然科学基金的资助(E2004-13),在此表示感谢。

本书参考了大量文献资料,在此向有关作者、编者表示感谢。

本书由东北林业大学陆怀民教授担任主审工作,陆怀民教授对本书进行了认真审查,并提出了一些宝贵的修改意见和建议,在此表示衷心的感谢。

由于编者水平有限,书中疏漏和不足在所难免,诚恳地希望读者批评、指正,以便于教材质量的进一步提高。

主 编

2007 年 7 月

目 录

// 第0章 绪 论

// 第1章 优化设计概述

1.1 优化设计数学模型	3
1.2 优化设计几何解释	15
习题	17

// 第2章 优化设计的数学基础

2.1 多元函数的方向导数和梯度	19
2.2 多元函数的泰勒(Taylor)展开式	28
2.3 无约束优化问题的极值条件	29
2.4 凸集、凸函数与凸规划	35
2.5 约束优化问题的极值条件	38
2.6 优化设计的迭代方法及其终止准则	43
习题	46

// 第3章 一维搜索方法

3.1 概述	47
3.2 搜索区间的确定与区间消去法原理	48
3.3 黄金分割法	52
3.4 二次插值方法	55
习题	60

// 第4章 无约束优化方法

4.1 概述	61
4.2 最速下降法	63
4.3 牛顿型方法	67
4.4 共轭方向和共轭梯度法	71
4.5 变尺度法	77
4.6 坐标轮换法	84
4.7 鲍威尔方法	87
4.8 单纯形法	94
习题	101

// 第5章 约束优化方法

5.1 概述	102
5.2 随机方向搜索法	105

5.3 复合形法	111
5.4 可行方向法	118
5.5 惩罚函数法	129
5.6 增广乘子法	141
习题	149

// 第 6 章 多目标函数优化方法

6.1 概述	152
6.2 统一目标函数法	153
6.3 主要目标法	157
6.4 协调曲线法	158
6.5 分层序列法及宽容分层序列法	159
习题	162

// 第 7 章 离散变量的优化设计方法

7.1 离散变量优化设计的基本概念	164
7.2 凑整解法与网格法	168
7.3 离散复合形法	171
习题	179

// 第 8 章 模糊优化设计

8.1 模糊优化的基本概念	180
8.2 单目标模糊优化设计	186
8.3 多目标模糊优化设计	190
8.4 模糊优化设计实例	196
习题	197

// 第 9 章 机械优化设计实例

9.1 机械优化设计实践中的几个问题	198
9.2 塑料、橡胶挤出机螺杆参数优化设计	203
9.3 平面连杆机构优化设计	210
9.4 普通圆柱蜗杆传动多目标模糊优化设计	216
9.5 基于 ANSYS 软件的优化过程简介	221
参考文献	230

优化设计(optimal design)是20世纪60年代初发展起来的一门新的学科,也是一项新的设计技术。它是将数学规划理论与计算技术应用于设计领域,按照预定的设计目标,以电子计算机及计算程序作为设计手段,寻求最优设计方案的有关参数,从而获得较好的技术经济效果。因此,优化设计可以形象地表示为:专业理论+数学规划理论+电子计算机。

1. 机械传统设计到机械优化设计

关于最优化的概念,在机械设计和工程设计中早已存在,对于任何一位从事机械设计的设计者来说,总是致力于做出一个最优设计方案,使所设计的产品具有最好的使用性能和最低的材料消耗与制造成本,以便获得最佳的技术经济效益。例如,设计齿轮传动机构时,在保证承载能力的前提下,应考虑使其尺寸紧凑、用料省、成本低;或者在材料及结构尺寸给定的条件下,考虑使齿轮的承载能力大、寿命长。这就是机械设计中的最优化问题。

按照机械设计的传统方法所进行的设计过程一般可以概括为“设计—分析—再设计”的过程,即首先根据设计任务书提出的要求和给定的数据,在调查、研究、收集和分析有关资料的基础上,参照相同或类比现有的、已完成的较成熟的设计方案,凭借设计者的经验,辅以必要的分析、计算和试验来确定初始设计方案。然后,根据初始设计方案的设计参数进行强度、刚度、抗振性、耐磨性、稳定性等性能的分析及校核计算,检查各项性能是否满足设计指标要求。如果某些性能指标得不到满足,则设计人员将凭借经验或直观判断对设计方案和设计参数进行修改,并再一次进行分析及校核计算,如此反复,直到获得完全满足设计指标要求的设计方案为止。显然,这种设计过程就是一个人工试凑和定性分析的类比过程,主要的工作是性能的重复杂分析,不仅需要花费较长的设计时间,增长设计周期,而且每次的方案与参数修改,仅仅是凭借设计人员的经验和直观判断,并不是依据某种理论精确计算出来的,因此,也就无法判断所确定的设计方案是否最优。实践证明,按照机械设计的传统设计方法做出的设计方案,大部分都有改进提高的余地。

机械优化设计具有传统设计所不具备的特点,主要表现在以下两个方面。

(1)机械优化设计能使各种设计参数自动向更优的方向进行调整,直到找到一个尽可能完善的或最合适的设计方案。

(2)机械优化设计的设计手段是采用电子计算机,可以在较短的时间内从大量的方案中选出最优的设计方案,减少设计时间,缩短设计周期。

2. 机械优化设计发展概况

20世纪50年代以前,用于解决最优化问题的数学方法仅限于古典的微分法和变分法。20世纪50年代末数学规划方法首次用于结构优化设计,并成为优化设计中寻优方法的理论基础。数学规划方法是在第二次世界大战期间发展起来的一个新的数学分支,它的主要内容是线性规划和非线性规划,此外,还有动态规划、几何规划和随机规划等。在数学规划方法的基础上发展起来的最优化技术,是20世纪60年代初由于电子计算机引入结构设计

领域后而逐步形成的一种有效的设计方法。这种设计方法不仅解决了传统设计方法不能解决的复杂的优化设计问题,而且随着大型电子计算机的出现,又使最优化技术及其理论得到了进一步的发展,使之成为应用数学中的一个重要分支,并在许多科学技术领域中得到应用。

几十年来,最优化设计方法已陆续应用到建筑结构、化工、冶金、铁路、航空、造船、机械、车辆、自动控制系统、电力系统以及电机、电器等工程设计领域,并取得了显著效果。其中在机械设计领域的应用,如连杆、凸轮机构、各种减速器、滚动轴承、滑动轴承优化设计以及轴、弹簧、制动器等各种常用零部件的优化设计都取得了丰硕的成果。据统计,对于一般的机械结构优化设计,比传统机械设计方法可节省材料 7% ~ 40%。一般说来,设计问题越复杂,涉及的因素越多,优化设计结果所取得的效益越大。

近年发展起来的计算机辅助设计(CAD),在引入优化设计方法后,在其设计过程中既能够不断选择设计参数并评选最优设计方案,又可以加快设计速度、缩短设计周期。在科学技术发展要求机械产品更新周期日益缩短的今天,将优化设计方法与计算机辅助设计结合起来,使设计过程完全自动化,已成为设计方法的一个重要发展趋势。

3. 机械优化设计课程的主要内容

由于机械优化设计是应用数学规划方法来求解机械设计问题的最优方案,并以电子计算机及计算程序作为设计手段,因此,机械优化设计工作包括以下两部分内容。

(1) 用数学表达式来描述实际机械设计问题,即建立数学模型。

(2) 选择适当的优化方法及其程序,通过电子计算机来求解数学模型,从而获得最优设计方案。

本书的主要内容分为优化设计的基本概念、常用的优化方法和典型优化设计实例 3 大部分。从机械优化设计的基本概念和优化设计有关的数学基础知识入手,重点介绍了一维搜索、无约束优化方法和约束优化方法的原理和算法、多目标优化设计方法、离散变量优化设计方法和模糊优化设计方法,最后用几个典型机械优化设计实例,说明如何应用优化方法解决机械设计中的问题。

希望读者通过对本书的学习,了解机械优化设计的概念,掌握常用优化方法的基本原理、算法及应用特点,树立正确的机械优化设计观点,具备解决一般机械优化设计问题的能力。

第1章

优化设计概述

【内容提要】 本章主要讲述优化设计(optimal design)的基本概念,并通过实例介绍了优化设计的数学模型,同时直观地用几何观点解释了优化设计数学模型的概念。

【课程指导】 通过对本章的学习,理解优化设计的基本概念,掌握优化设计数学模型的内容和概念。

优化设计是用数学规划理论和计算机自动选优技术的有机结合来求解最优化问题。对工程问题进行优化设计,首先需要将工程问题转化成数学模型,即用优化设计的数学表达式描述工程设计问题。然后,按照数学模型的特点选择合适的优化方法和计算程序,运用计算机求解,获得最优设计方案。

1.1 优化设计数学模型

1.1.1 实例

工程设计的基本特征在于它的约束性、多解性和相对性。一项设计常常在一定的技术与物质条件下,要求取得一个技术经济指标最佳的方案。

【例 1.1】 设计一个体积为 5 m^3 的薄板包装箱,如图 1.1 所示,其中一边的长度不小于 4 m ,要求使薄板材料消耗最少,试确定包装箱的尺寸参数,即确定包装箱的长、宽和高。

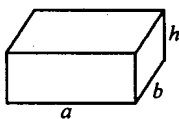


图 1.1 薄板包装箱结构示意图

解 设包装箱的长、宽、高和表面积分别为 a 、 b 、 h 和 s 。因包装箱的表面积 s 与它的长 a 、宽 b 和高 h 这 3 个尺寸参数有关,故取与包装箱薄板材料消耗直接相关的表面积 s 作为设计目标。

若首先固定包装箱一边长度 $a = 4 \text{ m}$,满足包装箱体积为 5 m^3 设计要求的设计方案可以有无穷多种,见表 1.1。

表 1.1 包装箱的设计方案

设计方案		1	2	3	4	5	...
包装箱 尺寸设计	宽度 b/m	1.000 0	1.100 0	1.200 0	1.300 0	1.400 0	...
	高度 h/m	1.250 0	1.136 4	1.041 7	0.961 5	0.892 9	...
	表面积 s/m^2	20.500 0	20.390 9	20.433 3	20.592 3	20.842 9	...

如果取包装箱一边长度 $a > 4 \text{ m}$ 的某一固定值,则包装箱的宽度 b 和高度 h 同样会有许多种结果。

按照传统设计方法,是从上面的众多可行方案中选择出包装箱表面积 s 最小的设计方案。

若采用优化设计方法,该问题可以描述为:

在满足包装箱的体积 $a \times b \times h = 5 \text{ m}^3$,长度 $a > 4 \text{ m}$,宽度 $b > 0$ 和高度 $h > 0$ 的限制条件下,确定设计参数 a 、 b 和 h 的值,使包装箱的表面积 $s = (a \times b + b \times h + h \times a) \times 2$ 达到最小值。然后选择合适的优化方法对该优化设计问题进行求解,得到的优化结果是

$$a = 4 \text{ m} \quad b = h = 1.118 \text{ m} \quad s = 20.388 \text{ m}^2$$

【例 1.2】平面四连杆机构的优化设计。

平面四连杆机构的设计主要是根据运动学的要求,确定其几何尺寸,以实现给定的运动规律。

图 1.2 所示是一个曲柄摇杆机构。图中 x_1 、 x_2 、 x_3 和 x_4 分别是曲柄 AB 、连杆 BC 、摇杆 CD 和机架 DA 的长度。 φ 是曲柄输入角, Ψ 是摇杆输出角,同时规定 φ_0 为摇杆处于在右极限位置角 Ψ_0 时的输入角,它们由 x_1 、 x_2 、 x_3 和 x_4 确定。通常设定曲柄长度 $x_1 = 1.0$,而在这里 x_4 是给定的,并设 $x_4 = 5.0$,所以只有 x_2 和 x_3 是需要设计的变量。

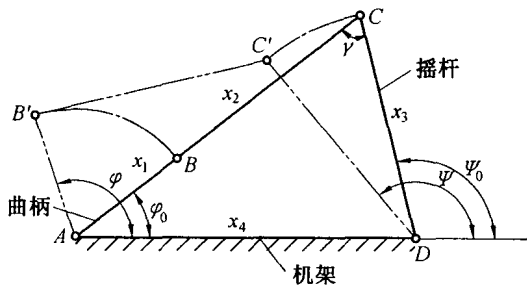


图 1.2 曲柄摇杆机构

设计时,可在给定最大和最小传动角 γ 的前提下,当曲柄从 φ_0 位置转到 $\varphi_0 + 90^\circ$ 时,要求摇杆的输出角最优地实现一个给定的运动规律 $f_0(\varphi)$ 。例如,要求

$$f_0(\varphi) = \Psi = \Psi_0 + \frac{2}{3\pi}(\varphi - \varphi_0)^2$$

对于这样的设计问题,可以取摇杆的期望输出角 $\Psi = f_0(\varphi)$ 和实际输出角 $\Psi_j = f_j(\varphi)$

的误差平方积分准则作为目标函数,使 $f(x) = \int_{\varphi_0}^{\varphi_0 + \frac{\pi}{2}} (\Psi - \Psi_j)^2 d\varphi$ 为最小。

当把输入角 φ 取 s 个点进行数值计算时, 它可以化为 $f(\mathbf{X}) = f(x_3, x_4) = \sum_{i=0}^s (\Psi_i - \Psi_{ji})^2$ 最小。

相应的约束条件如下。

(1) 曲柄与机架共线位置时的传动角(连杆 BC 和摇杆 CD 之间的夹角)
最大传动角

$$\gamma_{\max} \leq 135^\circ$$

最小传动角

$$\gamma_{\min} \geq 45^\circ$$

对本问题可以计算出

$$\gamma_{\max} = \arccos \left[\frac{x_2^2 + x_3^2 - 36}{2x_2x_3} \right]$$

$$\gamma_{\min} = \arccos \left[\frac{x_2^2 + x_3^2 - 16}{2x_2x_3} \right]$$

所以

$$x_2^2 + x_3^2 - 2x_2x_3 \cos 135^\circ - 36 \leq 0$$

$$x_2^2 + x_3^2 - 2x_2x_3 \cos 45^\circ - 16 \geq 0$$

(2) 曲柄存在条件

$$x_2 \geq x_1 \quad x_3 \geq x_1 \quad x_4 \geq x_1$$

$$x_2 + x_3 \geq x_1 + x_4$$

$$x_4 - x_1 \geq x_2 - x_3$$

(3) 边界约束

当 $x_1 = 1.0$ 时, 若给定 x_4 , 则可求出 x_2 和 x_3 的边界值。例如, 当 $x_4 = 5.0$ 时, 则有曲柄存在条件和边界值限制条件如下

$$x_2 + x_3 - 6 \geq 0$$

$$4 - x_2 + x_3 \geq 0$$

和

$$1 \leq x_2 \leq 7$$

$$1 \leq x_3 \leq 7$$

【例 1.3】 机床主轴结构的优化设计。

图 1.3 所示是一个机床主轴的典型结构原理图。对于这类问题, 目前是采用有限元法, 利用状态方程来计算轴端变形 y 和固有频率 ω 。

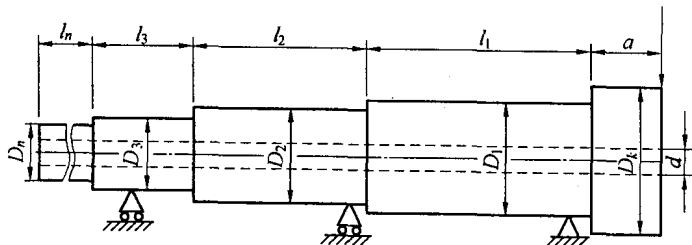


图 1.3 机床主轴的典型结构原理图

优化设计的任务是确定 D_i 、 l_i 和 a , 保证 γ 和 ω 在允许限内, 使结构的质量最轻。 $[\gamma]$ 及 ω_0 分别为许用变形量和许用固有频率。这时, 问题归结为: 求 D_i 、 l_i 、 a 的值, 使质量 $f(D_i, l_i, a) = \frac{1}{4} \rho \pi [\sum (D_i^2 - d^2) l_i + (D_k^2 - d^2) a]$ 为最小, 并满足条件

$$\gamma \leq [\gamma]$$

$$\omega^2 \geq \omega_0^2$$

$$D_{i\min} \leq D_i \leq D_{i\max} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

$$l_{i\min} \leq l_i \leq l_{i\max} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

$$a_{\min} \leq a \leq a_{\max}$$

$$N_{\min} \leq \frac{l_1}{a} \leq N_{\max}$$

式中 ρ ——材料的密度;

D_i 、 l_i ——阶梯形主轴的外径和对应的长度;

D_k ——与 a 对应的外径。

在主轴结构动力优化设计时, 也可取由振型和质量确定的能耗为目标函数, 约束条件可以取激振力频率避开 $(1 \pm 20\%) \omega$ 的禁区范围。

【例 1.4】轴承和轴承系统的优化设计。

对于动压式滑动轴承, 当取无量纲形式的表达式时, 通过计算机可以得出:

$$\text{承载能力系数} = \frac{F\Psi^2}{\eta v L}$$

$$\text{润滑油流量系数} = \frac{q}{\Psi v D L}$$

$$\text{轴承的功耗} = \frac{\mu F v}{102}$$

$$\text{轴承的温升} = \frac{\mu F v}{427 c_p \rho q}$$

$$\text{摩擦阻力系数} = \frac{\mu}{\Psi}$$

$$\text{圆柱轴承的最小油膜厚度} = \frac{D}{2} \Psi \left(1 - \frac{e}{c} \right)$$

$$\text{轴颈的失稳转速(指开始半速涡动时的轴颈转速)} n_\omega = n_{kl} \sqrt{\frac{m}{\gamma^2 k_{eg}}}, \text{等等。}$$

上述各式中: F 是轴承载荷; D 是轴承直径; L 是轴承长度; v 是轴颈圆周速度; η 是润滑油粘度; c 是半径间隙; e 是轴颈和轴承中间的偏心距; q 是润滑油流量; μ 是摩擦因数; $\Psi = 2c/D$ 是间隙比; c_p 是油的比热容; ρ 是油的密度; $\bar{m} = \omega \Psi^3 m / (\eta L)$ 是转轴分配到轴承上的无量纲质量; m 是转轴分配到轴承上的质量; ω 是转轴的工作角速度; k_{eg} 是当量刚度; γ 是刚度和阻尼的比例系数; n_{kl} 是转轴的第一临界转速。

优化设计时, 可以取滑动轴承的最大承载能力、最小功耗、最小流量、最小温升或振动过程中的油膜稳定性等其中的一个或几个的组合作为目标函数; 其约束条件可以是最小油膜厚度、轴承温升、轴承功耗、轴承转速、轴承的长径比等。

对一般的轴承系统, 可以从动力学角度考虑它的优化设计。

若把轴承系统看做是由支承和轴承处的轴所组成,则在工作时,由轴和支承的质量、轴承系统刚度和阻尼组成一个振动系统。在外力作用下,它会产生沿垂直和水平两个方向的强迫振动。如果忽略垂直和水平方向上的刚度和阻尼的相互影响,则可以对它的两个方向的振动分别进行研究。若只考虑系统在垂直方向上的振动,则它可以简化成如图 1.4 所示的力学模型。图 1.4 中, m_1 、 k_1 和 δ_1 分别为轴的当量质量、轴承刚度系数和阻尼系数; m_2 、 k_2 和 δ_2 分别为支承的质量、支承座的刚度系数和阻尼系数。这是一个两自由度的振动系统。

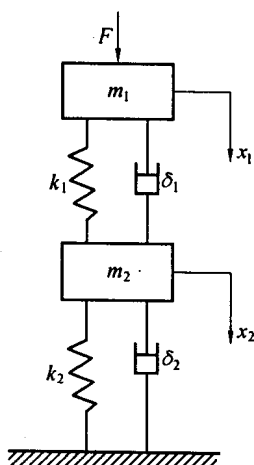


图 1.4 轴承系统的力学模型

设计时,可以选择调整 m_1 、 k_1 、 δ_1 、 m_2 、 k_2 、 δ_2 使系统强迫振动引起的振幅 X_1 和激振力 F 之比 X_1/F ,即动柔度最小(或动刚度最大);但是必须避免共振,同时 m_1 、 k_1 、 δ_1 、 m_2 、 k_2 、 δ_2 等应有一个设计对象所能允许的变化范围。

当忽略阻尼影响时,可以通过系统的两个自由度振动的运动方程

$$M\ddot{x} + Kx = F$$

解出其动柔度 X_1/F 。式中的 M 和 K 是系统的质量矩阵和刚度矩阵。

避免共振就是避免激振力频率 ω (例如轴的工作频率 ω) 与系统的固有振动频率 ω_i 重合。工程上按系统固有频率值给出一个频率禁区,使激振力频率不落在频率禁区内,一般要求激振力频率 ω 避开 $(1 \pm 20\%) \omega_i$ 禁区范围。

这样,问题可归结为:确定设计变量 $X = [m_1 \ k_1 \ \delta_1 \ m_2 \ k_2 \ \delta_2]^T$ 使目标函数 $\frac{X_1}{F} = f(X)$ 最小,约束条件为

若 $\omega_i > \omega$, 则 $\omega_i > 1.2\omega$

若 $\omega_i < \omega$, 则 $\omega_i < 0.8\omega$

$$x_{i\min} \leq x_i \leq x_{i\max}$$

其中, x_i 分别代表 m_1 、 k_1 、 δ_1 、 m_2 、 k_2 、 δ_2 等设计变量。在实际设计中,轴的当量质量一般是给定的,这时,设计变量中不应再包括 m_1 。

【例 1.5】设计一螺旋压缩弹簧,使其质量最轻。设计要求是:最大工作负荷 $P = 30 \text{ N}$,最大工作变形量 $F = 10 \text{ mm}$,压柄高 $H_b < 50 \text{ mm}$,压簧内径 $D_1 > 16 \text{ mm}$,有效圈数 n 为 $3 \sim 10$ 。

显然,当给定压簧材料之后,压簧的质量就正比于它的体积 V 。若用 D_2 、 n 、 d 分别表示压簧的中径、压簧的总圈数和弹簧丝的直径,则这个优化设计问题的数学模型可写成如下形式:

求设计变量 D_2 、 n 、 d 之值,使目标函数

$$f(D_2, n, d) = V = \pi D_2 n \frac{\pi d^2}{4} \rightarrow f_{\min}$$

并满足约束条件

$$\frac{8PD_2}{\pi d^3} K \leq [\tau] \quad (\text{最大工作负荷约束})$$

$$H_b = nd \leq 50 \quad (\text{压柄高约束})$$

$$D_1 = D_2 - d \geq 16 \quad (\text{内径约束})$$

$$F = \frac{8PD_2^3(n-2)}{Gd^4} = 10 \quad (\text{最大变形量约束})$$

$$3 \leq n - 2 \leq 10 \quad (\text{有效圈数约束})$$

式中 K ——曲度系数;

$[\tau]$ ——压簧材料许用剪切应力, MPa;

G ——剪切弹性模量, MPa。

【例 1.6】某电线电缆车间生产电力电缆和电话电缆两种产品。每生产电力电缆 1 m 需用材料 9 kg, 3 个工时, 消耗电能 4 kW·h, 可得利润 60 元; 每生产电话电缆 1 m 需用材料 4 kg, 10 个工时, 消耗电能 5 kW·h, 可得利润 120 元。若每天材料可供应 360 kg, 有 300 个工时, 电能 200 kW·h 可利用。如要获得最大利润, 每天应生产电力电缆、电话电缆的长度各为多少?

设每天生产的电力电缆、电话电缆两种产品长度分别为 x_1 和 x_2 。在生产能力(材料、工时和电能)限制条件下, 使求得的 x_1 和 x_2 值达到最大利润的目标, 于是这个优化问题的数学模型可写成如下形式。

求变量 x_1, x_2 值, 使目标函数

$$f(x_1, x_2) = 60x_1 + 120x_2 \rightarrow f_{\max}$$

并满足约束条件

$$9x_1 + 4x_2 \leq 360 \quad (\text{材料约束})$$

$$3x_1 + 10x_2 \leq 300 \quad (\text{工时约束})$$

$$4x_1 + 5x_2 \leq 200 \quad (\text{电能约束})$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

在约束条件中, 前 3 个不等式是生产能力的限制条件; 后两个不等式也是限制条件, 它表明 x_1 和 x_2 不能取负值, 是边界约束条件。

当然还可以举出一些其他行业的例子, 但不管是哪个专业范围内的问题, 都可以按照如下的方法和步骤来建立相应的优化设计问题的数学模型。

(1) 根据设计要求, 应用专业范围内的现行理论和经验等, 对优化对象进行分析。必要时, 需要对传统设计中的公式进行改进, 并尽可能反映该专业范围内的现代技术进步成果;