面向21世纪课程教材
Textbook Series for 21st Century

应用概率统计

第二版

主　编　吴　坚
副主编　徐凤君
　　　　刘应安

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

面 向 2 1 世 纪 课 程 教 材

Textbook Series for 21st Century

应用概率统计

第二版

主 编 吴 坚

副主编 徐凤君

刘应安

高 等 教 育 出 版 社

HIGHER EDUCATION PRESS

内容提要

本书是教育部“高等教育面向21世纪教学内容和课程体系改革计划”的研究成果，是高等教育出版社2001年出版的“面向21世纪课程教材”《应用概率统计》的第二版。本教材突出随机数学思想，注重概率论与数理统计的应用背景和方法，讲授的内容分为上、下篇。上篇包括随机事件与概率、条件概率与独立性、随机变量及其分布、多维随机变量及其分布、随机变量的数字特征以及大数定律和中心极限定理。下篇包括数理统计的一些基本概念、参数估计、假设检验、方差分析和回归分析。

本书可作为高等农林院校非数学类各专业通用的本科生教材，也可作为科技人员的参考用书，部分内容可供非数学类专业研究生选用。

图书在版编目（CIP）数据

应用概率统计/吴坚主编. —2版. —北京：高等教育出版社，2007.7

ISBN 978-7-04-021735-3

Ⅰ.应… Ⅱ.吴… Ⅲ.①概率论-高等学校-教材②数理统计-高等学校-教材 Ⅳ.O21

中国版本图书馆CIP数据核字（2007）第071197号

策划编辑 宋瑞才 **责任编辑** 高尚华 **封面设计** 张楠 **责任绘图** 郝林
版式设计 张岚 **责任校对** 王效珍 **责任印制** 宋克学

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-58581118
社　　址	北京市西城区德外大街4号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100011	网　　址	http://www.hep.edu.cn
总　　机	010-58581000		http://www.hep.com.cn
		网上订购	http://www.landraco.com
经　　销	蓝色畅想图书发行有限公司		http://www.landraco.com.cn
印　　刷	北京地质印刷厂	畅想教育	http://www.widedu.com
		版　　次	2002年1月第1版
开　　本	787×960　1/16		2007年6月第2版
印　　张	25.25	印　　次	2007年6月第1次印刷
字　　数	470 000	定　　价	26.40元

物料号　21735-00

第二版前言

本书是高等教育出版社于2001年出版的“面向21世纪课程教材”《应用概率统计》的修订本，修订范围涉及第一版教材的概率论基础部分。

这次修订主要考虑以下几点：(1)结合教育部非数学类专业数学基础课程教学指导分委员会制定的数学基础课程教学基本要求，对原教材的内容及其重点、难点作了一些调整；(2)考虑到各高等农林院校在概率论与数理统计课程上的实际学时情况，进一步精简了概率论的内容，学时较多的院校，可在参考内容中选择一些讲授，它们均以星号标明；(3)在修订内容中，以各专业的通用内容为主，适当增加了一些具有农林科学背景的例题和习题；(4)考虑到高等农林院校对于数理统计知识的较多需要，本次修订暂不对原教材的数理统计部分进行调整。

本次修订增加了南京林业大学教授刘应安为副主编，参编人员增加了莱阳农学院崔文善教授和安徽农业大学刘爱国副教授、岳超慧老师。

吴　坚

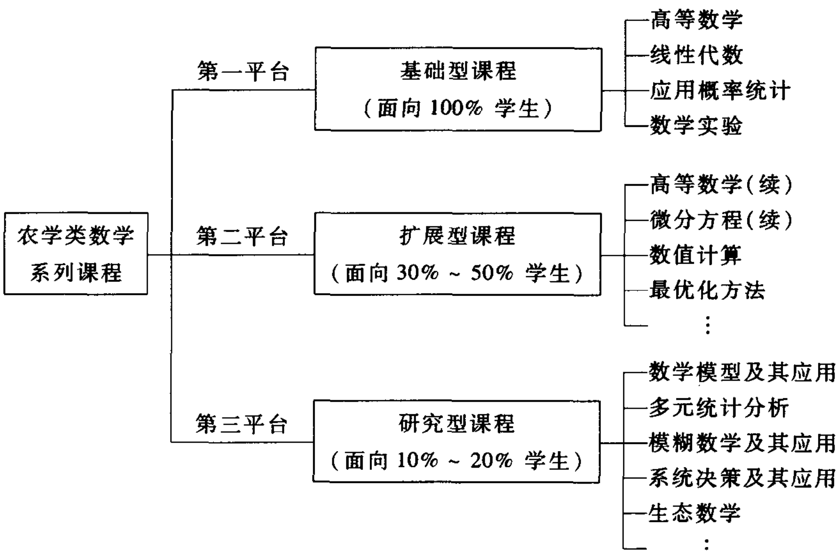
2007年1月29日

第一版总序

本系列教材是在原华东地区高等农林水院校数学系列课程教材《高等数学》、《线性代数》、《概率论与数理统计》试用后的基础上，按照教育部“高等农林教育面向21世纪教学内容和课程体系改革计划”中有关项目的要求重新编写的，是项目4－6的研究成果。该系列教材各册如下：《高等数学（Ⅰ）》、《高等数学（Ⅱ）》、《线性代数》、《应用概率统计》、《数学模型及其应用》和《数学实验》，适用于高等农林院校本科各专业。本系列教材编委会由杨崇瑞、王凯捷、吴坚、杨琪瑜、任明荣教授组成。

由南京农业大学牵头，东北林业大学、华中农业大学、西北农业大学合作主持，安徽农业大学、浙江农业大学、中国农业大学、河北农业大学、东北农业大学、黑龙江八一农垦大学、北京农学院、解放军农牧大学共14所院校参加的教育部教改项目“高等农林院校本科数学（含生物统计）系列课程教学内容和课程体系改革的研究与实践”，在各有关院校的重视和项目组成员的共同努力下，已通过验收，并获得了专家组的好评。这套系列教材就是该项目研究成果的一部分。此外，它也是在经过几次会议和有关专家讨论后，在高等教育出版社的大力支持下确定出版的。

该系列教材的选题主要遵从如下的课程体系设置：



第一版总序

该系列教材的出版，首先要感谢参与编写的有关人员，感谢农业部数学课程教学指导委员会的关心和支持，特别致意的是这套系列教材的总设计、该项目组的总负责人杨崇瑞教授，他未能看到这套教材的出版就溘然长逝。现在，该系列教材的顺利出版，是对杨崇瑞先生的莫大慰藉。

编委会十分感谢中科院院士、复旦大学教授李大潜先生担任本系列教材的主审。

由于该系列教材还是一个教改尝试，不免存在一些问题和不足之处，诚恳期望本系列教材的使用者提出意见和建议，以利今后的进一步修改和完善。

编委会

2000 年 10 月 10 日

第一版前言

概率论与数理统计是高等农林院校本科数学教育中的一门主要课程，同时它的理论与方法也是学习和研究其他学科的重要基础，并且在农业、经济、管理、金融、工程技术以及社会科学诸多领域中有着广泛的应用。由于本书较为侧重概率统计理论与方法的应用背景和实用性，故取名为应用概率统计。虽然如此，它仍是一门数学基础课程。

本课程属于随机数学范畴，讲授研究随机现象规律性的概率论基础知识和以处理统计试验数据为主的数理统计基本理论和方法。它以微积分、线性代数等知识为基础，综合性和应用性强。在学习中要特别注意基本概念和基本方法，并结合书中的一些实际例子理解。该教材分为上、下两篇，上篇为概率论基础，下篇为数理统计，内容较以前丰富。本书适用于高等农林水院校各专业，课内学时为 54 ~ 72 学时的都可选用，课时更少的院校可适当选择内容讲授。本书还可用作农林科技人员的参考书，部分内容可供有关专业研究生选读。

由于这次面向 21 世纪高等农林院校本科数学系列课程教学内容和课程体系的改革内容中含生物统计，因此，作为一种教改尝试，本书的内容除了包含原概率论和数理统计的基本教学内容外，还适当包含了生物统计中的一些概率统计通用知识。按项目要求的课程体系设置，再加上授课学时数和篇幅这些限制，像统计推断中的协方差分析和多元统计分析，以及试验设计及分析等内容不在本书讨论范围内。本书在讲授内容的处理上，照顾到了数学知识的系统性，适当增加了一些近代概率统计知识，更加侧重于概率统计方法的应用，突出了随机数学思想，强调了数学的工具作用以及作为训练学生逻辑思维能力的重要载体作用。同时，还注意在一些内容上留有接口，引导学生的进一步学习和思考。有条件的院校可根据情况安排一些与本教材内容配套的概率统计实验课教学，进一步提高学生的应用能力。本书的例题和习题较为丰富，教学中可适当选择。

本书由安徽农业大学吴坚教授担任主编，南京农业大学徐凤君副教授、上海水产大学周亚虹担任副主编。参加编写人员为吴坚（上篇：概率论基础第一至六章，下篇：数理统计第七章，第八章 §8.3，第九章 §9.3，第十章 §10.2、§10.3，第十一章 §11.3、§11.4），徐凤君（第八章 §8.1、§8.2，第九章 §9.1、§9.2），南京林业大学童春发（第十章 §10.1、§10.4）和周亚虹（第十一章 §11.1、§11.2）。全书习题及附表由吴坚整理，全书由吴坚修改统稿。

编者十分感谢中科院院士、复旦大学李大潜教授担任本书的主审工作。

第一版前言

由于编者水平所限，书中的缺点和谬误之处在所难免，恳请使用本书的教师和读者批评指正。

吴　坚

2001年7月于合肥

目　录

上篇　概率论基础

下篇 数理统计

上篇

概率论基础

概率论是数学中一个有特色的分支,它是从数量侧面研究随机现象规律性的数学学科,并且与其他数学分支有着紧密的联系,是近代数学的重要组成部分.概率论的理论和方法已经广泛应用于工农业和科学技术的许多研究领域和实践之中,而且还在不断向众多学科渗透并与之结合发展.这些特点不仅使概率论成为数学中非常活跃的分支,而且也是近代科学技术发展的特征之一.

本篇主要介绍概率论中的一些基本理论和方法,并为以后的数理统计学习提供必要的预备知识.通过本篇的学习,读者应初步掌握处理随机现象的基本理论和解决有关实际问题的基本能力.

第一章　随机事件与概率

本章主要介绍概率论的研究对象,即随机事件,介绍概率的统计定义和公理化定义,古典概型、几何概型以及概率的基本性质和简单计算.

§1.1　随机事件

在自然界和人类社会的各项活动中,人们所观察的现象大致可分为两类.一类是可以预知其确切结果的,即在一些确定条件 $\mathscr{E}$ 满足时,某一确定的现象 A 必然会发生(或必然不发生),或根据它过去的状态,完全可以预知将来的发展状态.例如:"如果平面图形是三角形(条件 $\mathscr{E}$ 满足),那么该图形的内角和是 $180°$(现象 A 必然发生)";又如"纯种紫花豌豆的后代开紫花","冬天过去,春天就会到来"等现象是一定会发生的.而像"在 101 325 Pa 的大气压下,水加热至 100 ℃不沸腾"和"同性电荷相互吸引"等现象是必然不会发生的.这两者虽然形式相反,但实质是相同的.所有这类现象都称之为**确定性现象**(或**决定性现象**、**必然现象**),它们广泛地存在于自然和社会现象中,许多数学理论如微积分学、微分方程和线性代数等都是研究确定性现象数量规律的有力工具.在自然界和社会现象中还大量存在与之有本质区别的另一类现象.它是事先不能预知结果的,即在相同的条件下重复观察或进行实验时,每次得到的结果未必相同,或即使知道它过去的状态,也不能肯定它将来的发展状态.例如,重复抛掷一枚质地均匀的硬币,可能国徽面朝上,也可能国徽面朝下,并且每次抛掷前不能预知抛掷的结果.再如,某射手重复射击所得的环数,某地今年冬暖,明年小麦赤霉病流行严重等.这类现象我们称之为**随机现象**(或**偶然现象**).

对于随机现象来说,它在一定的条件下,可能会出现这样或那样的结果,而且在每次观察或实验之前不能预知这一次观察或实验的结果.我们知道,这种现象不是本身不明确,而是发生的条件不充分,使得在条件与结果之间不能出现确定性的因果关系,从而使在结果的发生与否上表现出不确定的性质,这种不确定性就是**随机性**.经过长期的、反复的观察和实验,人们发现这种现象的不确定性或结果的不能预知,只是对一次或几次观察和实验而言的.当在相同的条件下进行大量重复实验或观测时,实验的结果就会呈现出某种规律性.例如,多次重复抛掷硬币时,国徽朝上的次数会约占抛掷总次数的一半.再如灯泡的寿命、物体的测量值等,它们都会在大量重复观测或实验后,呈现类似的数量规律性.这种

规律性就是以后要讲到的统计规律性. 概率论就是从数量侧面研究随机现象规律的重要数学学科之一.

1.1.1　随机试验与事件

一般地,人们常把对某种现象的观察或实验统称为**试验**. 在概率论中,也常常通过所谓随机试验来研究随机现象. 我们将满足以下条件的试验称为**随机试验**:

(1) 试验在相同的条件下可以重复进行;

(2) 虽然试验的结果是事先不可预知的,但可以明确试验的所有可能结果或范围.

以后提到的试验均指随机试验,通常记为 E. 以下是一些试验的例子:

E_1:掷一个均匀的骰子,观察所掷的点数;

E_2:从一批产品中任意抽取一只,检测其是否合格;

E_3:记录某城市某个月内交通事故发生的次数;

E_4:已知某物体的长度在 a 与 b 之间,测量其长度;

E_5:观测某地某天下午 5 点的降雨量;

E_6:对某只灯泡做实验,观测其寿命;

E_7:观察某野外动物种群进入划定区域的数量.

在随机试验中,有时我们可以确切知道其全部可能结果. 例如 E_1,其结果总不外乎是"出现 1 点","出现 2 点",…,"出现 6 点"这 6 个可能结果之一. 但是在不少情况下,我们不能确切知道某一随机试验的全部可能结果,但可以确切知道它的结果范围. 例如 E_5,试验结果降雨量(以 mm 为单位)将是非负实数 x. 我们无法确定 x 可能取值的确切范围,但可以把该范围取为 $[0,+\infty)$. 它总可以包括一切可能的结果,尽管我们明知,有些结果,像 $x>10\ 000$ 是不会发生的,我们甚至还可以把这范围取为 $(-\infty,+\infty)$ 也无妨. 这样就有了一定的数学抽象,可以为今后讨论问题带来更大的方便.

一般地,我们用 ω 表示随机试验的一个可能结果,而称随机试验 E 的所有可能结果或范围组成的集合为**样本空间**(或**基本事件空间**),记为 Ω, 即 $\Omega=\{\omega\}$. 样本空间的元素 ω 也称为**样本点**(或**基本事件**).

在具体问题中,首先要认清样本空间 Ω 是怎样构成的,它是描述和研究随机现象的第一步. 例如,对应于上述随机试验 $E_k\ (k=1,2,\cdots,7)$ 的样本空间 Ω_k 是:

$\Omega_1=\{1,2,\cdots,6\}$;

$\Omega_2=\{$合格品,不合格品$\}$;

$\Omega_3=\{0,1,2,\cdots\}$;

$\Omega_4=\{x \mid a\leqslant x\leqslant b\}$；

$\Omega_5=\{x \mid x\geqslant 0\}$；

$\Omega_6=\{t \mid t\geqslant 0\}$；

$\Omega_7=\{0,1,2,\cdots,N\}$，$N$ 为该动物种群的数量.

实际上，Ω_3，Ω_5，Ω_6 中许多元素是多余的，只是为了讨论问题方便才这样处理. 而 Ω_5，Ω_6 本质上是一样的，但代表了不同的实际问题. 另外，样本空间 Ω 一般是由那些不能或不必再分的 ω 所组成的，使得在每次实验或观察时有一且仅有一 $\omega\in\Omega$ 发生. 尽管对于一个实际问题或随机现象，用一个恰当的样本空间来描述是值得研究的，但在概率论中，样本空间是给定的，这是必要的抽象，也有利于其有关结果可以广泛地应用.

有了样本空间的概念，就可以定义一般的随机事件了. 我们还是从一个例子开始.

例 1　某袋中装有 4 只白球和 2 只黑球，我们考虑依次从中任意摸出两球所可能出现的情况. 若对球进行编号，4 只白球分别编为 1，2，3，4 号，2 只黑球编为 5，6 号. 用数对 (i,j) 表示第一次摸得 i 号球，第二次摸得 j 号球，则可能出现的结果是

$(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6),(2,1),$
$(2,3),(2,4),(2,5),(2,6),(3,1),(3,2),$
$(3,4),(3,5),(3,6),(4,1),(4,2),(4,3),$
$(4,5),(4,6),(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),$
$(5,6),(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5).$

将这 30 种可能结果作为样本点，则构成了样本空间 Ω. 在该问题中，我们还可能感兴趣以下另一些随机现象，如：

A：第一次摸出黑球；

B：第二次摸出黑球；

C：第一次和第二次都摸出黑球.

显然，A 要发生必须且只须下列可能结果之一发生：

$(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,6),$
$(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5).$

B，C 的情况读者作为练习. 我们注意到，A，B，C 与前面构成 Ω 的那些样本点不同之处在于它们都是可以分解的，也就是 A，B，C 都是由若干个样本点所构成，是样本空间 Ω 的某些子集，即 $A\subset\Omega$ 等.

今后，我们就将样本空间 Ω 的某个子集称为一个**随机事件**，简称**事件**，通常用大写字母 A，B，C，$\cdots$ 来表示. 因此，随机事件就是随机试验的若干个结果组成的集合，如果一个事件只含一个试验结果，它即为基本事件. 可以看出，某事件的