



九州英才教育集团

sina 新浪考试 特别
edu.sina.com.cn 合作

全能

新教材学习法

精心讲解 全面提升能力

全国新课标实验区部分重点中学一线骨干教师联袂编写

学科主编 / 周沛耕 (北京大学附中数学特级教师)

丛书主编 / 刘 强



配人教版

九年级数学 上



知识出版社

联合国教科文组织指出:

未来的文盲是那些没有学会怎样学习的人

全能

新教材学习法

全国新课标实验区部分重点中学一线骨干教师联袂编写

配人教版

九年级数学 上

丛书主编：刘 强

学科主编：周沛耕

本册主编：李彦明 张春媚

编者：孙汉臣 祝福胜 鲍光辉 刘成军

裴贞田 李祥文 邢春晖 孙 平



知识出版社

全能

新教材学习法

学习法导读图示

(人教版)九年级数学(上)

丛书特点

是一套将同步知识与学科学习方法完美结合,夯实基础与开拓视野并行,趣味讲解与精妙点评共存的辅导丛书。每本书成功地将科学的学习方法融入到同步学习中,既提供总体的学习策略,又给出具体的学习要诀,让方法在实践中运用,让学生在愉快的学习中反思方法。

栏目名称

栏目内容

栏目功能

◎ 知识结构 ◎

概括单元要点,指明学习方向,链接背景知识,让你整体把握,有的放矢,对单元知识的学习做到心中有数。

网络结构
深化理解

◎ 新知识全解 ◎

采用“讲、例、练”三结合的方式,系统梳理和剖析单元知识,对误区进行警示,从教材出发又适当拓展延伸,让你事半功倍,轻松突破重点难点。

要点讲解
典例分析

◎ 问题探究 ◎

针对本节知识与科技发展、生活实际相联系的问题,或是学科内、学科间的综合问题,进行探究讨论,举例说明。

提高素质
培养兴趣

◎ 中考动态 ◎

再现本节知识在中考中曾经出现过的考查类型、角度和深度。只有知道过去曾经考过什么,做到心中有数,方能立于不败之地。

借鉴中考
未雨绸缪

◎ 章末总结提高 ◎

系统梳理本章知识,建立知识框图、网络图,体现知识间的横向联系。分专题归纳总结知识方法,结合训练进行有针对性的讲解。

重点概括
全面提升

◎ 答案全解全析 ◎

对所有习题和课本上的习题详细分析解题思路,点拨解题方法,方便学生自学和教师备课。

规范解答
注重说理

学习法

今天教育的内容百分之八十都应该是方法——方法比事实更重要。

——纳依曼(联合国教科文组织总干事)

目 录

第二十一章 二次根式

21.1 二次根式	(2)
课前热身	(2)
知识结构	(2)
新知识全解	(2)
问题探究	(7)
中考动态	(8)
小结	(11)
休闲驿站	(11)
课后习题答案	(11)
21.2 二次根式的乘除	(13)
课前热身	(13)
知识结构	(13)
新知识全解	(13)
问题探究	(19)
中考动态	(21)
小结	(24)
休闲驿站	(24)
课后习题答案	(25)
21.3 二次根式的加减	(27)

课前热身	(27)
知识结构	(27)
新知识全解	(27)
问题探究	(31)
中考动态	(33)
小结	(36)
休闲驿站	(36)
课后习题答案	(37)
章末总结提高	(40)

第二十二章 一元二次方程

22.1 一元二次方程	(48)
课前热身	(48)
知识结构	(48)
新知识全解	(49)
问题探究	(53)
中考动态	(57)
小结	(59)
休闲驿站	(59)
课后习题答案	(60)



22.2 降次——解一元二次方程···

····· (62)

课前热身 ····· (62)

知识结构 ····· (62)

新知识全解 ····· (63)

问题探究 ····· (69)

中考动态 ····· (75)

小结 ····· (79)

休闲驿站 ····· (79)

课后习题答案 ····· (80)

22.3 实际问题与一元二次方程···

····· (82)

课前热身 ····· (82)

知识结构 ····· (82)

新知识全解 ····· (83)

问题探究 ····· (92)

中考动态 ····· (93)

小结 ····· (96)

休闲驿站 ····· (97)

课后习题答案 ····· (97)

章末总结提高 ····· (98)

第二十三章 旋转

23.1 图形的旋转 ····· (110)

课前热身 ····· (110)

知识结构 ····· (110)

新知识全解 ····· (110)

问题探究 ····· (114)

中考动态 ····· (117)

小结 ····· (122)

休闲驿站 ····· (122)

课后习题答案 ····· (122)

23.2 中心对称 ····· (124)

课前热身 ····· (124)

知识结构 ····· (124)

新知识全解 ····· (125)

问题探究 ····· (131)

中考动态 ····· (136)

小结 ····· (138)

休闲驿站 ····· (139)

课后习题答案 ····· (139)

23.3 课题学习 图案设计 ····· (141)

课前热身 ····· (141)

知识结构 ····· (141)

新知识全解 ····· (141)

问题探究 ····· (147)

中考动态 ····· (149)

小结 ····· (152)

休闲驿站 ····· (152)



章末总结提高 (153)

第二十四章 圆

24.1 圆 (160)

课前热身 (160)

知识结构 (160)

新知识全解 (161)

问题探究 (170)

中考动态 (175)

小结 (180)

休闲驿站 (180)

课后习题答案 (181)

24.2 与圆有关的位置关系 (184)

课前热身 (184)

知识结构 (184)

新知识全解 (185)

问题探究 (197)

中考动态 (203)

小结 (209)

休闲驿站 (209)

课后习题答案 (210)

24.3 正多边形和圆 (213)

课前热身 (213)

知识结构 (213)

新知识全解 (214)

问题探究 (218)

中考动态 (222)

小结 (228)

休闲驿站 (228)

课后习题答案 (229)

24.4 弧长和扇形面积 (231)

课前热身 (231)

知识结构 (231)

新知识全解 (232)

问题探究 (239)

中考动态 (245)

小结 (250)

休闲驿站 (250)

课后习题答案 (251)

章末总结提高 (253)

第二十五章 概率初步

25.1 概率 (270)

课前热身 (270)

知识结构 (270)

新知识全解 (271)

问题探究 (274)

中考动态 (277)



(015) 小结 (279)

(016) 休闲驿站 (279)

(017) 课后习题答案 (280)

25.2 用列举法求概率 (281)

(018) 课前热身 (281)

(019) 知识结构 (281)

(020) 新知识全解 (281)

(021) 问题探究 (285)

(022) 中考动态 (289)

(023) 小结 (293)

(024) 休闲驿站 (293)

(025) 课后习题答案 (294)

25.3 利用频率估计概率 (297)

(026) 课前热身 (297)

(027) 知识结构 (297)

(028) 新知识全解 (297)

(029) 问题探究 (300)

(030) 中考动态 (304)

(031) 小结 (307)

(032) 休闲驿站 (307)

(033) 课后习题答案 (308)

25.4 课题学习 键盘上字母的排列规

律略

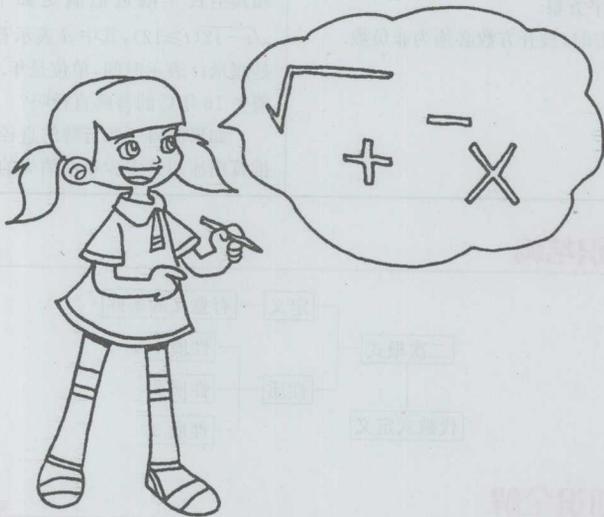
章末总结提高 (309)



第二十一章 二次根式

★ 本章整体解说 ★

本章分为3节:21.1二次根式;21.2二次根式的乘除;21.3二次根式的加减.本章是前面所学平方根、算术平方根等知识的应用与延伸,是代数式知识的一个关键部分,是后续学习的重要基础.



本章的学习重点是运用二次根式的性质进行二次根式的化简和计算,搞清二次根式的定义和性质是本章的难点,同时又是学习本章的关键.





二次根式

课前热身

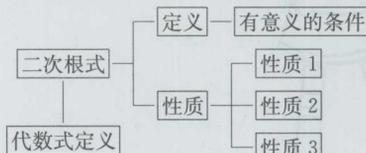
知识鸟瞰 ★ 提纲挈领

温故(还记得吗?)	迎新(情景导入)
<p>1. 平方根:如果 $x^2=a$,那么 x 就叫做 a 的平方根.</p> <p>2. 算术平方根:一个正数的正的平方根叫做这个数的算术平方根.</p> <p>3. 平方根的性质:一个正数有两个平方根,且互为相反数,0的平方根是0.在实数范围内,负数没有平方根.</p> <p>4. 开平方时,被开方数必须为非负数.</p>	<p>全球气候变暖导致一些冰川融化并消失,在冰川消失约12年后,一种低等植物苔藓就开始在岩石上生长,每一个苔藓都会长成近似圆形,苔藓的直径和其生长年限近似满足如下关系: $d=7 \times \sqrt{t-12}(t \geq 12)$,其中 d 表示苔藓的直径,单位是厘米;t 表示时间,单位是年.你能计算出冰川消失16年后的苔藓直径吗?</p> <p>如果测得一些苔藓的直径是35厘米,你能推算出冰川是多少年前消失的吗?</p> 



知识结构

网络结构 ★ 深化理解



新知识全解

要点讲解 ★ 典例分析

▶ 知识点1 ◀ 二次根式的定义(★★)

一般地,式子 $\sqrt{a}(a \geq 0)$ 叫做二次根式.

“ $\sqrt{\quad}$ ”叫做二次根号,二次根号下的“ a ”叫做被开方数.

说明:被开方数 a 可以是数,也可以是单项式、多项式、分式等代数式.如 $\sqrt{3}$ 、 $\sqrt{6}$ 、 \sqrt{a} 等分别是 3、6、 a 的算术平方根.实际上,二次根式

$\sqrt{a}(a \geq 0)$ 就是指非负数 a 的算术平方根,所以由算术平方根的性质可知:二次根式 \sqrt{a} 只有当 $a \geq 0$ 时,才有意义;当 $a < 0$ 时,无意义.综上所述:判断一个式子是不是二次根式,一定要紧扣定义,看所给的式子是否是同时具备二次根式的两个特征:

易错警示: \sqrt{a} 不一定是二次根式,想一想,为什么?

- 带二次根号“ $\sqrt{\quad}$ ”.
- 被开方数不小于零.

只有同时满足这两个特征,它才是二次根式;不满足其中任何一个特征,它就不是二次根式.

注意:形如 $b\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 的式子也是二次根式,它表示 b 与 \sqrt{a} 的乘积,如 $3\sqrt{2}$ 表示 3 与 $\sqrt{2}$ 的乘积,如果 b 是带分数,必须写成假分数的形式,如 $1\frac{1}{2} \times \sqrt{2}$ 应写成 $\frac{3}{2}\sqrt{2}$,不能写成 $1\frac{1}{2}\sqrt{2}$.

例 1 找出下列各式: $\sqrt[3]{8}$, $\sqrt[3]{-27}$, $\sqrt{-4}$, $\sqrt[4]{a^2}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{a^2+2a+1}$, $\sqrt{a^2+2}$, $\sqrt{2a-1}$ ($a < \frac{1}{2}$) 中,哪些是二次根式.

分析: 本题考查二次根式的定义,解题思路是根据二次根式的定义去判断.

解: $\because \sqrt[3]{8}$, $\sqrt[3]{-27}$, $\sqrt[4]{a^2}$ 的根指数不是 2,

\therefore 它们不是二次根式.

\because 在 $\sqrt{-4}$ 中,被开方数 $-4 < 0$,

$\therefore \sqrt{-4}$ 不是二次根式.

\because 在 $\sqrt{4}$ 中,被开方数 $4 > 0$,

$\therefore \sqrt{4}$ 是二次根式.

\because 在 $\sqrt{a^2+2a+1} = \sqrt{(a+1)^2}$ 中被开方数 $(a+1)^2 \geq 0$,

$\therefore \sqrt{a^2+2a+1}$ 是二次根式.

\because 在 $\sqrt{a^2+2}$ 中被开方数 $a^2+2 > 0$,

$\therefore \sqrt{a^2+2}$ 是二次根式.

\because 在 $\sqrt{2a-1}$ ($a < \frac{1}{2}$) 中的被开方数 $2a-1$ 小于 0,

$\therefore \sqrt{2a-1}$ 不是二次根式.

点拨: 本题的易错点是忽视二次根式中被开方数是非负数的隐含条件,注意这个隐含条件是本题的解题关键.

例 2 x 为何值时,下列各式在实数范围内有意义.

(1) $\sqrt{2x+3}$;

(2) $\sqrt{1-3x}$;

(3) $\sqrt{(x-5)^2}$;

(4) $\sqrt{x^2+1}$;

(5) $\sqrt{\frac{3}{2x-1}}$;

(6) $\frac{2}{1-\sqrt{x}}$.

分析: 由二次根式的定义可知:被开方数 a 的取值必须是非负数;对于分数形式的代数式,要注意字母所取的值不能使分式的分母为零.

解: (1) $2x+3 \geq 0$, 即 $x \geq -\frac{3}{2}$.

\therefore 当 $x \geq -\frac{3}{2}$ 时, $\sqrt{2x+3}$ 有意义.

(2) $1-3x \geq 0$, 即 $x \leq \frac{1}{3}$.

\therefore 当 $x \leq \frac{1}{3}$ 时, $\sqrt{1-3x}$ 有意义.



(3) x 不论取何实数, 总有 $(x-5)^2 \geq 0$,

$\therefore x$ 为任意实数时, $\sqrt{(x-5)^2}$ 均有意义.

(4) 由于 $x^2+1 \geq 1 > 0$,

$\therefore x$ 为任意实数时, $\sqrt{x^2+1}$ 都有意义.

(5) 由 $\frac{3}{2x-1} \geq 0$, 需要 $2x-1 > 0$, 得 $x > \frac{1}{2}$,

\therefore 当 $x > \frac{1}{2}$ 时, $\sqrt{\frac{3}{2x-1}}$ 有意义.

(6) 由 $\begin{cases} x \geq 0, \\ 1-\sqrt{x} \neq 0 \end{cases}$ 得 $x \geq 0$ 且 $x \neq 1$,

\therefore 当 $x \geq 0$ 且 $x \neq 1$ 时, $\frac{2}{1-\sqrt{x}}$ 有意义.

点拨: 求解二次根式中字母的范围时一定要注意的是根号下整体大于等于零, 不要忘记等于零, 还需要注意其他因素的影响.

❁ 变式训练 ❁

1. (1) 当 x _____ 时, 式子 $\sqrt{x-4}$ 是二次根式;

(2) 当 x _____ 时, 式子 $\sqrt{\frac{1}{x+6}}$ 有意义.

2. 下列式子是二次根式的有()

(1) $\sqrt{\frac{1}{5}}$; (2) $\sqrt{-5}$; (3) $-\sqrt{x^2+2}$; (4) $\sqrt{6}$;

(5) $\sqrt{\left(-\frac{1}{3}\right)^2}$; (6) $\sqrt{1-a}$; (7) $\sqrt{a^2-2a+1}$.

A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

3. 能使式子 $\sqrt{-(x-2)^2}$ 有意义的实数 x 有()

A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 无数个

4. x 为任意实数, 下列各式中一定是二次根式的是()

A. $\sqrt{-x^2}$ B. $\sqrt{x^2-1}$ C. $\sqrt{x^2+2}$ D. $\sqrt{\frac{1}{x^2}}$

▶ 知识点2 ◀ 二次根式的性质(★★★)

(1) $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$

我们知道, 正数有两个平方根, 分别记作 \sqrt{a} 和 $-\sqrt{a}$, 零的平方根是零. 其中, $\sqrt{a} (a \geq 0)$ 就是非负数 a 的算术平方根. 将符号“ $\sqrt{\quad}$ ”看做开平方求算术平方根的运算, “ $(\quad)^2$ ”看做将一个数进行平方的运算, 而开平方运算和平方运算是互为逆运算, 因而有: $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$, 这里需要注意的是公式成立的条件是 $a \geq 0$.

(2) $\sqrt{a^2} = a (a \geq 0)$

二次根式 $\sqrt{a^2}$ 的实质是一个非负数的平方幂的算术平方根, 所以当 $a \geq 0$ 时, $\sqrt{a^2} = a$.

例3 计算:

(1) $(\sqrt{\frac{1}{2}})^2$; (2) $(\frac{2}{3}\sqrt{5})^2$; (3) $(-2\sqrt{3})^2$; (4) $(-3\sqrt{a})^2$.

分析: 利用性质 $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$.

解: (1) $(\sqrt{\frac{1}{2}})^2 = \frac{1}{2}$; (2) $(\frac{2}{3}\sqrt{5})^2 = (\frac{2}{3})^2 \times (\sqrt{5})^2 = \frac{20}{9}$;

(3) $(-2\sqrt{3})^2 = (-2)^2 \times (\sqrt{3})^2 = 12$; (4) $(-3\sqrt{a})^2 = 9a$.

点拨: 本题的易错点是第(2)(3)(4)小题前面的因数不平方. 如(2), 易错成 $(\frac{2}{3}\sqrt{5})^2 = \frac{10}{9}$.

例4 化简:

(1) $\sqrt{25}$; (2) $\sqrt{(-3)^2}$; (3) $\sqrt{(-\frac{1}{6})^2}$.

分析: 利用性质 $\sqrt{a^2} = a (a \geq 0)$ 来化简, 注意被开方数的底数符号.

解: (1) $\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$;

(2) $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{3^2} = 3$;

(3) $\sqrt{(-\frac{1}{6})^2} = \frac{1}{6}$.

点拨: 使用性质 $\sqrt{a^2} = a (a \geq 0)$ 化简二次根式时, 一定要注意 a 的符号, 否则很容易出错, 如 $\sqrt{(-3)^2} = -3$.

变式训练

5. 下列各式中计算正确的是()

A. $-\sqrt{(-6)^2} = -6$

B. $(-\sqrt{3})^2 = 9$

C. $\sqrt{(-16)^2} = \pm 16$

D. $-(\sqrt{\frac{16}{25}})^2 = \frac{16}{25}$

6. 计算:

(1) $\sqrt{0.5^2}$;

(2) $(\sqrt{\frac{3}{5}})^2$;

(3) $(-\frac{3}{2}\sqrt{2})^2$.

7. 如图 21.1-1, 在平面直角坐标系中, $A(3, 2)$ 、 $B(6, 2)$ 、 $C(3, 5)$ 是三角形的三个顶点, 求 BC 的长.

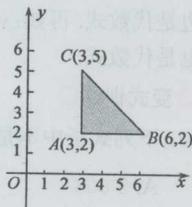


图 21.1-1

8. 钳工车间要用圆钢做边长为 a 的正方形螺母,如图 21.1-2 所示,下料时至少要用多大直径的圆钢?

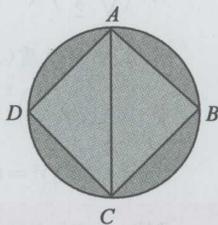


图 21.1-2

例 5 计算 $\sqrt{(2-x)^2} (x > 2)$.

错解: $\sqrt{(2-x)^2} = 2-x$.

错解分析: 忽视了 $x > 2$ 这一条件,导致计算的结果为负数,而算术平方根不能为负数.

正解: $\sqrt{(2-x)^2} = -(2-x) = x-2$.

变式训练

9. 当 $a > 0$ 时,化简 $\sqrt{(-a)^2}$ 等于()

- A. $-a$ B. a C. a 或 $-a$ D. 原二次根式无意义,不能化简

知识点3 代数式的定义(★)

我们前面学习过的式子:如 $2, a+b, x, 3ba, \frac{s}{v}, \sqrt{a} (a \geq 0)$, 它们都是用基本运算符号(基本运算包括加、减、乘、除、乘方和开方)把数和表示数的字母连接而成的式子,我们称这样的式子为代数式.

注意: ● 单独的一个数或字母也叫做代数式.

如: $0, b, 2\ 008$ 都是代数式.

● 只有用运算符号连接而成的式子才是代数式,用其他符号连接而成的式子不是代数式,如: $x+1=3$ 是用等号连接而成的式子,是等式而不是代数式.但是,等式的左右两边是代数式.再如: $y-3 \geq 0$ 是用不等号连接而成的式子,是不等式.但是,不等式的两边也是代数式.

变式训练

10. 下列式子中不是代数式的是()

- A. $2\ 008$ B. $\sqrt{a^2+a}$ C. $\frac{x-y}{2x}$ D. $\frac{x-1}{2} + x = 0$



问题探究

提高素质 ★ 培养兴趣

▶ 探究 1 ◀ 二次根式的性质 $(\sqrt{a^2}) = a (a \geq 0)$ 的逆用 (★★)

如果我们把 $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$ 反过来写成 $a = (\sqrt{a})^2 (a \geq 0)$, 我们就可以把任何一个非负数写成一个数的平方形式了.

如: $2 = (\sqrt{2})^2$.

例 6 在实数范围内分解因式:

(1) $x^2 - 2$; (2) $5 - 4a^2$.

分析: 如果在有理数范围内以上两个多项式均不能再进行分解, 但是这里要求是在实数范围内分解, 所以可根据公式 $a = (\sqrt{a})^2 (a \geq 0)$, 将 2 和 5 分别化成 $(\sqrt{2})^2$ 和 $(\sqrt{5})^2$, 从而将原多项式化成了平方差的形式, 再根据平方差公式进行分解即可.

解: (1) $x^2 - 2 = x^2 - (\sqrt{2})^2 = (x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$.

(2) $5 - 4a^2 = (\sqrt{5})^2 - (2a)^2 = (\sqrt{5} - 2a)(\sqrt{5} + 2a)$.

点拨: 解此题的关键是对一个非负数, 能将它写成一个数的算术平方根的平方幂的形式.

◎ 变式训练 ◎

11. 把 $\frac{17}{4}$ 写成一个正数的平方形式 ()

A. $(2\frac{1}{2})^2$

B. $(2\frac{1}{2})^2$ 或 $(-2\frac{1}{2})^2$

C. $(\sqrt{\frac{17}{4}})^2$

D. $(\frac{17}{2})^2$ 或 $(-\frac{17}{2})^2$

12. 在实数范围内分解因式:

(1) $4x^2 - 1$; (2) $a^4 - 9$; (3) $3a^2 - 10$.

▶ 探究 2 ◀ 怎样理解二次根式中的两个“非负” (★★★)

对于二次根式 \sqrt{a} , 有两个“非负”: 第一, 根据二次根式的定义: 式子 $\sqrt{a} (a \geq 0)$ 叫做二次根式, 可以知道 $a \geq 0$; 第二, 根据算术平方根的定义, 可以知道 $\sqrt{a} \geq 0$, 弄清这两个“非负”, 才能顺利地学习二次根式的化简和计算, 但是许多同学在学习的时候往往忽视这两点, 造成解题错误. 因此, 我们在学习时必须抓住以下两点:

● 二次根式中被开方数 (或被开方式的值) 必须是非负数, 这是二次根式有意义的条件, 也是进行二次根式运算的前提. 如公式 $(\sqrt{a})^2 = a$, 仅当 $a \geq 0$ 时成立.

● 二次根式 \sqrt{a} 的值为非负数, 是一种常见的隐含条件.

如 $\sqrt{x+4} + |y-1| = 0$, 则必须有 $x+4=0$ 且 $y-1=0$.

例 7 已知: $\sqrt{x+y-2} + \sqrt{3-x} = 0$, 求 x, y .



分析: 因为 $\sqrt{x+y-2}$ 表示的是一个数的算术平方根,

所以 $\sqrt{x+y-2} \geq 0$;

又因为 $\sqrt{3-x}$ 也表示的是一个数的算术平方根,

所以 $\sqrt{3-x} \geq 0$;

因为 $\sqrt{x+y-2} + \sqrt{3-x} = 0$,

所以可断定: $\sqrt{x+y-2} = 0$; $\sqrt{3-x} = 0$;

即: $x+y-2=0$, $3-x=0$; 由此联立方程组可求解.

解: 因为 $\sqrt{x+y-2} + \sqrt{3-x} = 0$,

$\sqrt{x+y-2} \geq 0$, $\sqrt{3-x} \geq 0$;

所以 $\sqrt{x+y-2} = 0$; $\sqrt{3-x} = 0$;

即 $x+y-2=0$, $3-x=0$.

由此可得:
$$\begin{cases} x+y-2=0, \\ 3-x=0. \end{cases}$$

所以
$$\begin{cases} x=3, \\ y=-1. \end{cases}$$

点拨: 一个非负数的算术平方根仍是一个非负数, 两个非负数的和为零, 必有每个非负数都为零, 这是解此类题的基本规律, 要牢记.

🌟 变式训练 🌟

13. 已知: $\sqrt{x-5} + \sqrt{5-x} = 0$, 那么 x 为()

A. 5

B. -5

C. 5 或 -5

D. 不存在

14. 已知 $\sqrt{a-b+6}$ 与 $\sqrt{a+b-8}$ 互为相反数, 求 a 、 b 的值.



中考动态

借鉴中考 ★ 未雨绸缪

二次根式是继整式与分式后, 又一类与数的范围有关的式子, 是学习一元二次方程的必备知识, 与勾股定理密切相关, 二次根式的化简在代数式的计算和变形中应用非常广泛, 历来就是中考必考知识点, 考查的题型多样, 形式灵活, 判断、选择、填空、解答各类题型均有出现, 重点考查二次根式的有关概念、性质及运算. 要特别注意其中的隐含条件和出现频率较高的化简求值问题. 估计今后中考题中对这方面的考查不会有太大的变化.

例 8 (2006 · 临沂) 已知 $x < 2$, 则化简 $\sqrt{x^2 - 4x + 4}$ 的结果()

A. $x-2$

B. $x+2$

C. $-x-2$

D. $2-x$

分析: 注意到被开方数 $x^2 - 4x + 4$ 是一个完全平方式, 即 $(x-2)^2$, 根据 $x < 2$ 得 $x-2 < 0$, 化简时要注意符号.

解: $\sqrt{x^2-4x+4} = \sqrt{(x-2)^2}$.

因为 $x < 2$, 所以 $x-2 < 0$.

所以原式 $= -(x-2) = 2-x$,

故选 D.

点拨: 要去掉根号, 必须将被开方数化成完全平方的形式, 根据算术平方根的非负性, 最后结果必须是非负数.

❁ 变式训练 ❁

15. (2006·扬州) 函数 $y = \sqrt{x-2}$ 中自变量 x 的取值范围是()
 A. $x \geq -2$ B. $x \geq 2$ C. $x \neq 2$ D. $x < 2$
16. (2007·临沂模拟) 若数轴上表示数 x 的点在原点的左边, 则化简 $|3x + \sqrt{x^2}|$ 的结果是()
 A. $-4x$ B. $4x$ C. $-2x$ D. $2x$
17. (2006·海淀) 已知实数 x, y 满足 $|x-5| + \sqrt{y+4} = 0$, 求代数式 $(x+y)^{2006}$ 的值.

❖ 变式训练答案 ❖

1. (1) ≥ 4 分析: 由 $x-4 \geq 0$ 得 $x \geq 4$; 所以当 $x \geq 4$ 时, 式子 $\sqrt{x-4}$ 是二次根式;

(2) > -6 分析: 由 $\frac{1}{x+6} > 0$ 得 $x > -6$;

所以当 $x > -6$ 时, 式子 $\sqrt{\frac{1}{x+6}}$ 有意义.

2. D 分析: (1) $\sqrt{\frac{1}{5}}$ 是二次根式; (2) 因为

-5 小于 0, 所以 $\sqrt{-5}$ 不是二次根式; (3)

因为无论 x 取何值, $x^2 + 2 \geq 2$, 所以

$-\sqrt{x^2+2}$ 一定是二次根式; (4) $\sqrt{6}$ 是二次

根式; (5) $\sqrt{\left(-\frac{1}{3}\right)^2}$ 是二次根式; (6) 因

为 $1-a$ 的值不能确定, 所以不能确定

$\sqrt{1-a}$ 是二次根式; (7) 因为 $a^2 - 2a + 1 =$

$(a-1)^2 \geq 0$, 所以 $\sqrt{a^2 - 2a + 1}$ 是二次根

式. 故应选 D.

3. B 分析: 只有当 $x = 2$ 时, 式子

$\sqrt{-(x-2)^2}$ 才有意义, 故选 B.

4. C 分析: A 中 $\sqrt{-x^2}$ 只有在 $x=0$ 时才有意义; B 中 $\sqrt{x^2-1}$, 当 $-1 < x < 1$ 时无意义; D 中当 $x=0$ 时, $\sqrt{\frac{1}{x^2}}$ 无意义. 故选 C.

5. A 分析: B 应等于 3; C 应等于 16; D 应等于 $-\frac{16}{25}$, 只有 A 正确, 故选 A.

6. 解: (1) $\sqrt{0.5^2} = 0.5$.

(2) $\left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right)^2 = \frac{3}{5}$.

(3) $\left(-\frac{3}{2}\sqrt{2}\right)^2 = \left(-\frac{3}{2}\right)^2 \times (\sqrt{2})^2 = \frac{9}{4} \times 2 = \frac{9}{2}$.

7. 解: $AB = 6 - 3 = 3, AC = 5 - 2 = 3,$

在直角三角形 ABC 中, 根据勾股定理可得:

$BC = \sqrt{AC^2 + AB^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}.$

