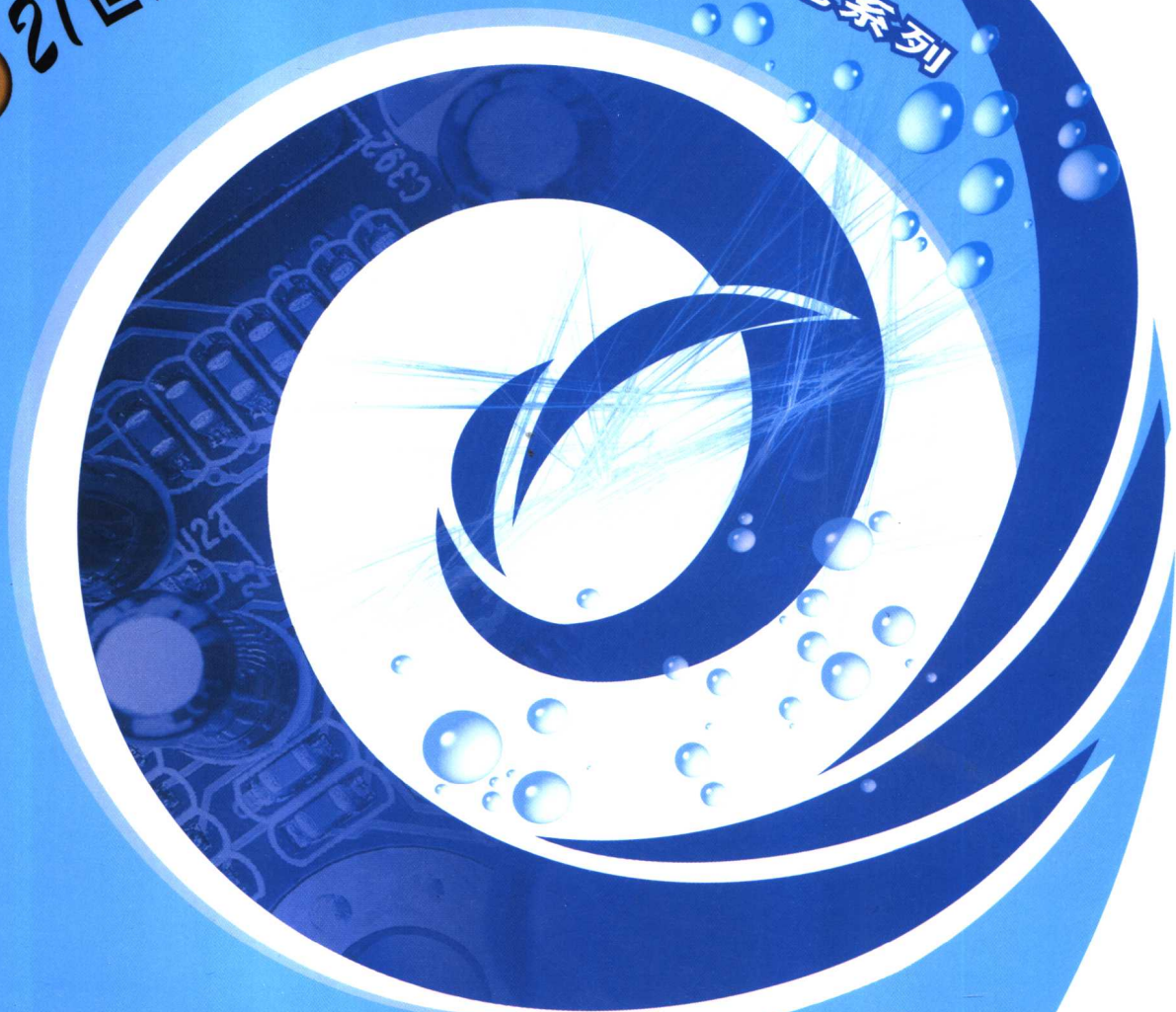




21世纪高职高专规划教材·机电系列



信号与系统

陈后金 胡 健 编著



清华大学出版社
<http://www.tup.tsinghua.edu.cn>



北京交通大学出版社
<http://press.bjtu.edu.cn>

21 世纪高职高专规划教材·机电系列

信号与系统

陈后金 胡 健 编著

清华大学出版社
北京交通大学出版社
·北京·

内 容 简 介

本书主要阐述确定性信号的时域分析和频域分析,线性非时变系统的描述与特性,以及信号通过线性非时变系统的时域分析与变换域分析。按照先连续后离散、先时域后变换域的体系结构展开,突出基本理论、基本概念和基本方法,强调三大变换(傅里叶变换、拉普拉斯变换、 z 变换)的数学概念、物理概念和工程概念,淡化其计算技巧。根据信息科学与技术发展,结合近年来教学改革成果,更新了教学内容,注重实例分析,增编了工程性和综合设计性的例题和习题。

本书可作为电子信息工程、通信工程、信息工程、自动控制工程、生物医学工程、计算机等专业的高职高专教材,也可供有关科技工作者自学参考。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13501256678 13801310933

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统/陈后金,胡健编著. —北京:清华大学出版社;北京交通大学出版社,2007.7
(21世纪高职高专规划教材·机电系列)

ISBN 978-7-81082-961-8

I. 信… II. ①陈… ②胡… III. 信号系统—高等学校:技术学校—教材
IV. TN911.6

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第050428号

责任编辑:韩乐 特邀编辑:郑宏云

出版发行:清华大学出版社 邮编:100084 电话:010-62776969

北京交通大学出版社 邮编:100044 电话:010-51686414

印刷者:北京瑞达方舟印务有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:185×260 印张:18 字数:449千字

版 次:2007年8月第1版 2007年8月第1次印刷

书 号:ISBN 978-7-81082-961-8/TN·52

印 数:1~4000册 定价:26.00元

本书如有质量问题,请向北京交通大学出版社质检组反映。对您的意见和批评,我们表示欢迎和感谢。

投诉电话:010-51686043, 51686008; 传真:010-62225406; E-mail: press@bjtu.edu.cn。

21 世纪高职高专规划教材·机电系列 编审委员会成员名单

主任委员	李兰友	边莫英			
副主任委员	周学毛	崔世钢	王学彬	丁桂芝	赵 伟
	韩瑞功	汪志达			
委 员	(按姓名笔画排序)				
	马春荣	马 辉	万志平	万振凯	王一曙
	王永平	王建明	尤晓晔	丰继林	尹绍宏
	左文忠	叶 华	叶 伟	叶建波	付晓光
	付慧生	冯平安	江 中	佟立本	刘 炜
	刘建民	刘 晶	刘 颖	曲建民	孙培民
	邢素萍	华铨平	吕新平	陈国震	陈小东
	陈月波	陈跃安	李长明	李 可	李志奎
	李 琳	李源生	李群明	李静东	邱希春
	沈才梁	宋维堂	汪 繁	吴学毅	张文明
	张宝忠	张家超	张 琦	金忠伟	林长春
	林文信	罗春红	苗长云	竺士蒙	周智仁
	孟德欣	柏万里	宫国顺	柳 炜	钮 静
	胡敬佩	姚 策	赵英杰	高福成	贾建军
	徐建俊	殷兆麟	唐 健	黄 斌	章春军
	曹豫莪	程 琪	韩广峰	韩其睿	韩 劼
	裘旭光	童爱红	谢 婷	曾瑶辉	管致锦
	熊锡义	潘玫玫	薛永三	操静涛	鞠洪尧

出版说明

高职高专教育是我国高等教育的重要组成部分,它的根本任务是培养生产、建设、管理和
服务第一线需要的德、智、体、美全面发展的高等技术应用型专门人才,所培养的学生在掌握必
要的基础理论和专业知识的基础上,应重点掌握从事本专业领域实际工作的基本知识和职业
技能,因而与其对应的教材也必须有自己的体系和特色。

为了适应我国高职高专教育发展及其对教学改革和教材建设的需要,在教育部的指导下,
我们在全中国范围内组织并成立了“21世纪高职高专教育教材研究与编审委员会”(以下简
称“教材研究与编审委员会”)。“教材研究与编审委员会”的成员单位皆为教学改革成效较大、办
学特色鲜明、办学实力强的高等专科学校、高等职业学校、成人高等学校及高等院校主办的二
级职业技术学院,其中一些学校是国家重点建设的示范性职业技术学院。

为了保证规划教材的出版质量,“教材研究与编审委员会”在全国范围内选聘“21世纪高
职高专规划教材编审委员会”(以下简称“教材编审委员会”)成员和征集教材,并要求“教材编
审委员会”成员和规划教材的编著者必须是从事高职高专教学第一线的优秀教师或生产第
一线的专家。“教材编审委员会”组织各专业的专家、教授对所征集的教材进行评选,对列选教材
进行审定。

目前,“教材研究与编审委员会”计划用2~3年的时间出版各类高职高专教材200种,范
围覆盖计算机应用、电子电气、财会与管理、商务英语等专业的主要课程。此次规划教材全部
按教育部制定的“高职高专教育基础课程教学基本要求”编写,其中部分教材是教育部《新世纪
高职高专教育人才培养模式和教学内容体系改革与建设项目计划》的研究成果。此次规划教
材编写按照突出应用性、实践性和针对性的原则编写并重组系列课程教材结构,力求反映高
职高专课程和教学内容体系改革方向;反映当前教学的新内容,突出基础理论知识的应用和实
践技能的培养;适应“实践的要求和岗位的需要”,不依照“学科”体系,即贴近岗位群,淡化学
科;在兼顾理论和实践内容的同时,避免“全”而“深”的面面俱到,基础理论以应用为目的,以必需、
够用为度;尽量体现新知识、新技术、新工艺、新方法,以利于学生综合素质的形成和科学思
维方式与创新能力的培养。

此外,为了使规划教材更具广泛性、科学性、先进性和代表性,我们希望全国从事高职高
专教育的院校能够积极加入到“教材研究与编审委员会”中来,推荐“教材编审委员会”成员和有
特色、有创新的教材。同时,希望将教学实践中的意见与建议及时反馈给我们,以便对已出版
的教材不断修订、完善,不断提高教材质量,完善教材体系,为社会奉献更多更新的与高职高
专教育配套的高质量教材。

此次所有规划教材由全国重点大学出版社——清华大学出版社与北京交通大学出版社联
合出版,适合于各类高等专科学校、高等职业学校、成人高等学校及高等院校主办的二级职业
技术学院使用。

21世纪高职高专教育教材研究与编审委员会
2007年6月

前 言

本教材根据国家教育部制定的高职高专教育信号与系统课程教学的基本要求和高职高专人才培养规格要求而编写。突出高职高专教育的特点,阐述信号与系统的基本理论,强调如何应用基本理论分析问题和解决问题。教材在以下方面具有特色。

1. 在教育思想上,符合学生的认知规律,体现教材不仅是知识的载体,也是思维方法和认知过程的载体。传统观念常认为教材就是将前人积累的知识系统地组织在一起,学生读书的目的就是获取这些知识。实际上,人类学习的过程既是获取知识,也是学习能力和综合素质的培养过程。因此,教材不应只是静态的知识,应展现科学的思维方法和认知过程。因此,在本教材编写过程中,对教材的体系和内容进行了科学组织,体系结构循序渐进,内容叙述深入浅出,使之更加符合学习的认知过程。

2. 在教材体系上,改变传统的电路与系统课程体系,建立了信号与系统、数字信号处理的新体系。先时域再变换域。因为我们生活在时空中,比较熟悉时间域,在深刻理解时域分析的理论和方法,了解其优缺点后,自然就容易进入变换域分析的领域,从而发现时域分析与变换域分析的相互关系和各自的适用范畴。先信号分析再系统分析,因为信号分析是系统分析的基础,只有通过信号分析,确定信号的特征,并对其进行有效的表达,才可能正确选择和设计相应的系统,对信号进行有效的处理。

3. 在教材内容上,体现经典与现代、连续与离散、信号与系统的辩证关系,适当反映 IT 的新理论和新技术,内容阐述深入浅出,详略得当。在时域分析中,突出基本信号的数学定义和性质,以及信号分解理论和方法,系统的描述与时域特性;在变换域分析中,突出傅里叶变换、拉普拉斯变换和 z 变换的数学概念、物理概念和工程概念,淡化其数学技巧和运算,建立信号频谱与系统函数的概念。为了提高学生利用信号与系统的理论和方法分析问题和解决问题的能力,增编了许多工程性、设计性和综合性例题与习题。

北京交通大学“信号与系统”课程 2003 年被评为首批国家精品课程,并建设有课程网站(<http://col.njtu.edu.cn/jingpinke/xhyxt/index>)。读者可从网站获取更多信号与系统的素材。

本书由陈后金、胡健编写。薛健、郝晓莉等提供了许多素材。全书由吴湘淇教授负责审阅,并提出了许多宝贵意见,作者在此表示衷心的感谢。

限于水平,书中错误及不妥之处在所难免,恳请读者批评指正。

作 者
2007 年 7 月
于北京交通大学

目 录

第 1 章 信号与系统分析导论	1
1.1 信号的描述及分类	1
1.1.1 信号的定义与描述	1
1.1.2 信号的分类和特性	1
1.2 系统的描述及分类	3
1.2.1 系统的数学模型	3
1.2.2 系统的分类	4
1.3 信号与系统分析概述	9
1.3.1 信号与系统分析的基本内容与方法	9
1.3.2 信号与系统理论的应用	10
本章小结	11
思考题	11
习题	11
第 2 章 连续信号与系统的时域分析	14
2.1 连续时间信号的时域描述	14
2.1.1 典型普通信号	14
2.1.2 奇异信号的时域描述	17
2.2 连续时间信号的基本运算	22
2.3 连续时间信号的时域分解	27
2.4 连续时间线性非时变系统的描述及特点	29
2.4.1 连续时间系统的数学描述	29
2.4.2 线性非时变系统	31
2.5 连续时间 LTI 系统的响应	31
2.5.1 经典时域分析方法	32
2.5.2 连续 LTI 系统的零输入响应	34
2.5.3 连续 LTI 系统的零状态响应	35
2.6 连续系统的冲激响应	36
2.7 卷积积分	38
2.7.1 卷积的计算	38
2.7.2 卷积的性质	41
2.7.3 奇异信号的卷积	42
2.8 冲激响应表示的系统特性	44
2.8.1 级联系统的冲激响应	44

2.8.2 并联系统的冲激响应·····	44
2.8.3 因果系统·····	45
2.8.4 稳定系统·····	45
本章小结·····	46
思考题·····	47
习题·····	48
第3章 连续时间信号与系统的频域分析 ·····	54
3.1 周期信号的频谱·····	54
3.1.1 周期信号的傅里叶级数展开·····	54
3.1.2 周期信号的频谱·····	65
3.1.3 周期信号的功率谱·····	67
3.2 非周期信号的频谱·····	69
3.2.1 非周期信号的傅里叶变换·····	69
3.2.2 常用信号的频谱函数·····	72
3.2.3 傅里叶变换的特性·····	80
3.2.4 非周期信号的能量频谱·····	87
3.3 连续时间系统的频域分析·····	89
3.3.1 连续时间系统的频域描述·····	89
3.3.2 系统频率响应·····	89
3.3.3 系统响应的频域求解·····	92
3.4 无失真传输系统与理想低通滤波器·····	94
3.4.1 无失真传输系统·····	94
3.4.2 理想滤波器·····	95
3.5 信号抽样及抽样定理·····	98
3.5.1 信号的时域抽样·····	98
3.5.2 时域抽样定理·····	100
3.5.3 信号的重建·····	101
3.6 信号调制与解调·····	102
3.6.1 信号幅度调制·····	102
3.6.2 同步解调·····	104
3.6.3 单边带幅度调制·····	106
3.6.4 频分复用·····	109
本章小结·····	111
思考题·····	112
习题·····	113
第4章 连续时间信号与系统的复频域分析 ·····	123
4.1 连续时间信号的复频域分析·····	123
4.1.1 从傅里叶变换到拉普拉斯变换·····	123
4.1.2 单边拉普拉斯变换的收敛域·····	124

4.1.3	常用信号的拉普拉斯变换	126
4.1.4	单边拉普拉斯变换的性质	128
4.1.5	拉普拉斯反变换	137
4.2	连续 LTI 系统响应的复频域分析	142
4.2.1	微分方程的复频域求解	142
4.2.2	电路的复频域模型	145
4.3	连续时间系统函数与系统特性	147
4.3.1	系统函数定义与计算	147
4.3.2	系统函数的零极点分布	149
4.3.3	系统函数与系统特性	150
4.4	连续系统的模拟	154
4.4.1	系统的联结	154
4.4.2	连续系统的模拟	156
	本章小结	163
	思考题	164
	习题	164
第 5 章	离散时间信号与系统的时域分析	171
5.1	离散时间信号时域描述	171
5.1.1	离散时间信号的表示	171
5.1.2	基本离散序列	171
5.2	离散时间信号的基本运算	175
5.3	离散时间信号的时域分解	177
5.4	离散 LTI 系统的描述及特点	179
5.4.1	离散时间系统的数学描述	179
5.4.2	线性非时变系统	181
5.5	离散时间 LTI 系统的响应	182
5.5.1	迭代法	182
5.5.2	经典法求解差分方程	183
5.5.3	离散 LTI 系统的零输入响应	184
5.5.4	离散 LTI 系统的零状态响应	185
5.6	离散系统的单位脉冲响应	185
5.7	序列卷积和	187
5.7.1	序列卷积和的图形计算	187
5.7.2	列表法计算序列卷积和	190
5.7.3	序列卷积和的性质	191
5.8	单位脉冲响应表示的系统特性	193
5.8.1	级联系统的单位脉冲响应	193
5.8.2	并联系统的单位脉冲响应	193
5.8.3	因果系统	194

5.8.4 稳定系统	195
本章小结	195
思考题	196
习题	196
第6章 离散时间信号与系统的 z 域分析	201
6.1 离散时间信号的 z 域分析	201
6.1.1 单边 z 变换的定义及收敛域	201
6.1.2 常用序列的 z 变换	202
6.1.3 单边 z 变换的主要性质	203
6.1.4 单边 z 反变换	210
6.2 离散 LTI 系统响应的 z 域分析	213
6.3 离散时间系统函数与系统特性	216
6.3.1 系统函数及其零极点	216
6.3.2 系统函数的零极点分布与系统时域特性的关系	217
6.3.3 系统函数的零极点分布与系统频率响应的关系	219
6.3.4 系统函数的零极点分布与系统稳定性的关系	221
6.4 离散时间系统的模拟	224
6.4.1 离散时间系统的联结	224
6.4.2 离散系统的模拟	225
本章小结	230
思考题	230
习题	230
第7章 系统的状态变量分析	235
7.1 状态及状态空间的定义	235
7.2 连续时间系统状态方程的建立	236
7.2.1 连续时间系统状态方程的普遍形式	236
7.2.2 由电路图建立状态方程	237
7.2.3 由系统模拟方框图建立状态方程	239
7.2.4 由微分方程或系统函数建立状态方程	239
7.3 连续时间系统状态方程的求解	245
7.3.1 连续系统的状态方程的时域求解	245
7.3.2 状态方程的变换域求解	246
7.4 离散时间系统状态方程的建立	248
7.4.1 离散时间系统状态方程的一般形式	248
7.4.2 由系统模拟方框图建立状态方程	248
7.4.3 由系统函数或差分方程建立状态方程	249
7.5 离散时间系统状态方程的求解	252
7.5.1 离散状态方程的时域求解	252

7.5.2 离散状态方程的变换域求解	253
本章小结	254
思考题	255
习题	255
部分习题答案	260
参考文献	274

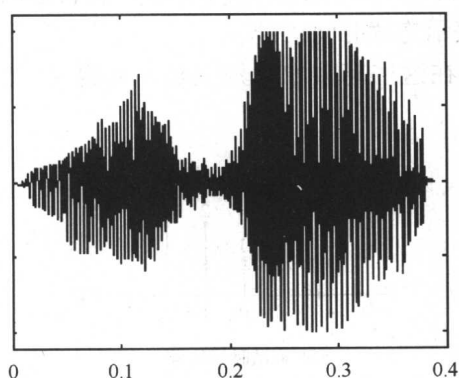
第 1 章 信号与系统分析导论

内容提要 本章介绍信号的基本概念以及信号的分类与特性,介绍系统的基本概念及系统的分类与特性,重点讨论线性系统和非时变系统的特性,在此基础上介绍信号与系统分析的基本内容和方法。

1.1 信号的描述及分类

1.1.1 信号的定义与描述

“信号”一词在人们的日常生活与社会活动中有着广泛的含义。严格地说,信号是指消息的表现形式与传送载体,而消息则是信号的具体内容。但是,消息的传送一般都不是直接的,需要借助于某种物理量作为载体。例如通过声、光、电等物理量的变化形式来表示和传送消息。因此,信号可以广义地定义为随一些参数变化的某种物理量。在数学上,信号可以表示为一个或多个变量的函数。例如,语音信号是空气压力随时间变化的函数 $f(t)$,如图 1-1(a)所示。静止单色图像是亮度随空间位置变化的函数 $B(x,y)$,如图 1-1(b)所示。



(a) 语音信号



(b) 单色图像

图 1-1 一维语音信号与二维图像信号

在可以作为信号的诸多物理量中,“电”是应用最广的物理量。因为“电”比较容易产生与控制,传送速率快,也容易实现与非电量的相互转换。因此,本课程主要讨论电信号。电信号通常是随时间变化的电压或电流(电荷或磁通)。由于是随时间而变化的,在数学上可以用时间 t 的函数来表示,习惯上,常常交替地使用“信号”与“函数”这两个名词。

1.1.2 信号的分类和特性

信号的分类方法很多,可以从不同的角度对信号进行分类。在信号与系统分析中,根据信

号和自变量的特性,信号可以分为确定信号与随机信号、连续时间信号与离散时间信号、周期信号与非周期信号、能量信号与功率信号等。

1. 确定信号与随机信号

按照信号的确定性来划分,信号可分为确定信号与随机信号。

确定信号是指能够以确定的时间函数表示的信号,其在定义域上的任意时刻都有确定的函数值。图 1-2 (a)所示的正弦信号就是确定信号的一个例子。随机信号也称为不确定信号,它不是时间的确定函数。也就是说,在其定义域上的任意时刻没有确定的函数值。图 1-2 (b)所示混有噪声信号的正弦信号就是随机信号的一个例子,它无法以确定的时间函数来描述,只能利用统计方法来描述。

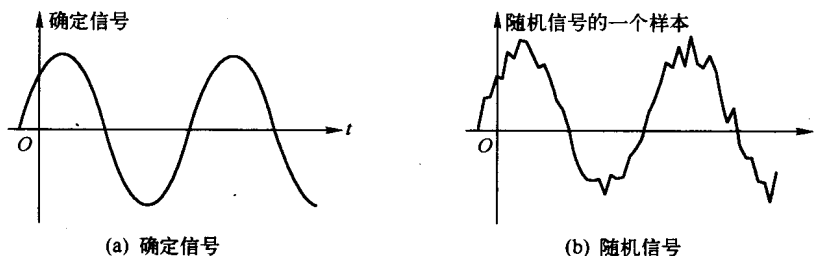


图 1-2 确定信号与随机信号波形

2. 连续时间信号与离散时间信号

按照信号的自变量的连续性划分,信号可分为连续时间信号与离散时间信号。

连续时间信号的定义域是连续的区间,在定义域内,除有限个间断外,在任意时刻都有确定的信号值,如图 1-3(a)所示。通常用 $f(t)$ 表示连续时间信号。

离散时间信号的定义域是离散时刻,信号在这些离散的时刻刻点之外无定义,如图 1-3(b)所示。通常用 $f[k]$ 表示离散时间信号。

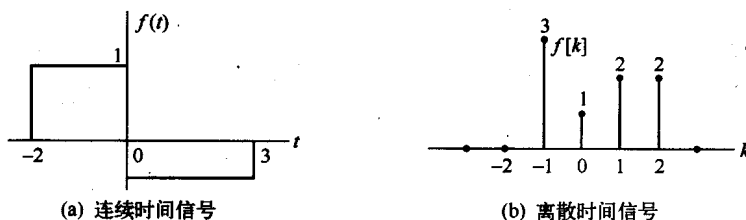


图 1-3 连续时间信号与离散时间信号波形

连续时间信号的幅值可以是连续的,也可以是离散的。时间和幅值均连续的信号称为模拟信号。离散时间信号的幅值也可以是连续的或离散的。时间和幅值均离散的信号称为数字信号。

3. 周期信号与非周期信号

按照信号幅值变化的周期性划分,信号可以分为周期信号与非周期信号。

周期信号都是定义在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上,且每隔一个固定的时间间隔信号值重复变化。连续周期信号与离散周期信号的数学表示式分别为

$$f(t) = f(t + T), \quad -\infty < t < \infty \quad (1-1)$$

$$f[k] = f[k + N], \quad -\infty < k < \infty \quad (k \text{ 取整数}) \quad (1-2)$$

满足上式中的最小正数 T 、 N 称为周期信号的基本(基波)周期(Fundamental Period)。周期信号具有两个基本要素:一是重复性;二是无限性。在实际工程应用中,常将在较长一段时间内重复变化的信号近似为周期信号。

非周期信号是在其整个定义域上不具有重复性的信号。

4. 能量信号与功率信号

按照时间信号的可积性划分,信号可以分为能量信号与功率信号。

如果把信号 $f(t)$ 看作是随时间变化的电压或电流,则当信号 $f(t)$ 通过 1Ω 的电阻时,信号在时间间隔 $-T/2 \leq t \leq T/2$ 内所消耗的能量称为归一化能量,即为

$$E = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T/2}^{T/2} |f(t)|^2 dt \quad (1-3)$$

而在上述时间间隔 $-T/2 \leq t \leq T/2$ 内的平均功率称为归一化功率,即为

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |f(t)|^2 dt \quad (1-4)$$

对于离散时间信号 $f[k]$,其归一化能量 E 与归一化功率 P 的定义分别为

$$E = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=-N}^N |f[k]|^2 \quad (1-5)$$

$$P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{k=-N}^N |f[k]|^2 \quad (1-6)$$

若信号的归一化能量为非零的有限值,且其归一化功率为零,即 $0 < E < +\infty, P = 0$,则该信号为能量信号;若信号的归一化能量为无限值,且其归一化功率为非零的有限值,即 $E \rightarrow +\infty, 0 < P < +\infty$,则该信号为功率信号。直流信号与周期信号都是功率信号。一个信号不可能既是能量信号又是功率信号,但可能既不是能量信号也不是功率信号。

1.2 系统的描述及分类

系统是指能够完成某些特定功能的整体。如通信系统、计算机系统和软件等都称之为系统。在各种系统中,电系统具有特殊的重要作用,因为大多数的非电系统可以用电系统来模拟或仿真。

1.2.1 系统的数学模型

要分析一个系统,首先要建立描述该系统基本特性的数学模型,然后用数学方法进行求解,并对所得结果作出物理解释,赋予物理意义。图 1-4 所示系统是由电阻、电感串联组成。若激励信号是电压源 $f(t)$,系统响应为回路电流 $i(t)$,根据元件的伏安特性与基尔霍夫电压定律(KVL),可建立如下微分方程

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = f(t) \quad (1-7)$$

这就是描述该系统输入输出关系的数学模型。

在描述系统时,通常可以采用输入输出描述法或状态空间描述法。输入输出描述法着眼

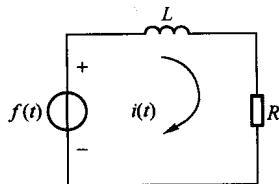


图 1-4 RL 电路

于系统输入与输出之间的约束关系,一般适用于单输入、单输出的系统。状态空间描述法除了可以描述系统输入与输出之间的关系,还可以描述系统内部的状态,特别适合于多输入、多输出系统的描述与分析。

1.2.2 系统的分类

在信号与系统分析中,常根据系统的数学模型和基本特性分为:连续时间系统与离散时间系统,线性系统与非线性系统,时变系统与非时变系统,因果系统与非因果系统,稳定系统与非稳定系统等。

1. 连续时间系统与离散时间系统

如果一个系统要求其输入激励与输出响应都必须为连续时间信号,则该系统称为连续时间系统。同样,如果一个系统要求其输入激励与输出响应都必须为离散时间信号,则该系统称为离散时间系统。如图 1-4 所示的 RL 电路是连续时间系统,而数字计算机则是离散时间系统。一般情况下,连续时间系统只能处理连续时间信号,离散时间系统只能处理离散时间信号。但在引入某些信号转换部件后,就可以利用离散时间系统处理连续时间信号。例如连续时间信号经过 A/D 转换器后就可以由离散时间系统处理。描述连续时间系统的数学模型是微分方程式,描述离散时间系统的数学模型是差分方程式。

连续时间系统与离散时间系统常采用图 1-5 所示符号表示。



图 1-5 连续时间系统与离散时间系统的符号表示

连续的输入信号 $f(t)$ 通过连续时间系统产生连续的输出信号 $y(t)$, 记为

$$y(t) = T\{f(t)\} \quad \text{或} \quad f(t) \longrightarrow y(t) \quad (1-8)$$

离散的输入信号 $f[k]$ 通过离散时间系统产生离散的输出信号 $y[k]$, 记为

$$y[k] = T\{f[k]\} \quad \text{或} \quad f[k] \longrightarrow y[k] \quad (1-9)$$

2. 线性系统与非线性系统

线性系统是指具有线性特性的系统。线性特性包括均匀特性和叠加特性。不具有线性特性的系统称为非线性系统。描述线性系统的数学模型是线性微分方程式或线性差分方程式。

均匀特性也称比例性或齐次性,当系统的输入激励增加 K 倍时,系统的输出响应也相应地增加 K 倍,即

$$\begin{aligned} \text{若} & \quad f_1(t) \longrightarrow y_1(t) \\ \text{则} & \quad Kf_1(t) \longrightarrow Ky_1(t) \end{aligned} \quad (1-10)$$

系统具有叠加特性是指当若干个输入激励同时作用于系统时,系统的输出响应等于每个输入激励单独作用时(此时其余输入激励为零)系统输出响应的叠加,即

$$\begin{aligned} \text{若} & \quad f_1(t) \longrightarrow y_1(t), f_2(t) \longrightarrow y_2(t) \\ \text{则} & \quad f_1(t) + f_2(t) \longrightarrow y_1(t) + y_2(t) \end{aligned} \quad (1-11)$$

同时具有均匀特性和叠加特性称为线性特性。对于具有线性特性的连续时间系统,若

$$\begin{aligned} & \quad f_1(t) \longrightarrow y_1(t), f_2(t) \longrightarrow y_2(t) \\ \text{则} & \quad \alpha f_1(t) + \beta f_2(t) \longrightarrow \alpha y_1(t) + \beta y_2(t) \end{aligned} \quad (1-12)$$

其中 α, β 为任意常数。

同样,对于具有线性特性的离散时间系统,若

$$f_1[k] \longrightarrow y_1[k], f_2[k] \longrightarrow y_2[k]$$

则

$$\alpha f_1[k] + \beta f_2[k] \longrightarrow \alpha y_1[k] + \beta y_2[k] \quad (1-13)$$

其中 α, β 为任意常数。

根据系统的线性特性,可以将系统的初始状态看作是系统的一种输入激励。这样,对于一个线性系统,其输出响应必然是由外部输入激励与初始状态分别产生的输出响应的叠加。当系统的初始状态单独作用时,相应的输出响应没有外部输入激励的影响,因此称之为零输入响应,用 $y_x(t)$ 表示。在只有系统的外部输入激励单独作用时,相应的输出响应没有初始状态的影响,因此称之为零状态响应,用 $y_f(t)$ 表示。显然,系统的零输入响应 $y_x(t)$ 中绝对不含有 $f(t)$, 而系统的零状态响应 $y_f(t)$ 中也绝对不含有初始状态。于是,当线性系统既有外部输入激励同时又具有初始状态时,系统的输出响应等于零输入响应与零状态响应的叠加,称为完全响应,用 $y(t)$ 表示,即有

$$y(t) = y_x(t) + y_f(t) \quad (1-14)$$

上式表明,任意线性系统的输出响应都可分解为零输入响应与零状态响应两部分之和。其中零输入响应必须对所有的初始状态呈现线性特性,零状态响应则必须对所有的输入激励呈现线性特性。只有这样,系统的完全响应对所有的初始状态和输入信号的整体呈现线性特性。因此,判断一个系统是否为线性系统,应从三个方面来判断。其一是可分解性,系统的完全响应必须可以分解为零输入响应与零状态响应两项之和,即 $y(t) = y_x(t) + y_f(t)$ 。显然,系统的零输入响应 $y_x(t)$ 中绝对不含有 $f(t)$, 而系统的零状态响应 $y_f(t)$ 中也绝对不含有初始状态。其二是零输入响应线性,系统的零输入响应 $y_x(t)$ 必须对所有的初始状态呈现线性特性。其三是零状态响应线性,系统的零状态响应 $y_f(t)$ 必须对所有的输入激励呈现线性特性。只有这三个条件都符合,该系统才为线性系统。

上述的定义表达式是指连续时间系统。同样,对于具有线性特性的离散时间系统,系统的完全响应可表示为

$$y[k] = y_x[k] + y_f[k] \quad (1-15)$$

凡不具备上述三个条件(即可分解性、零输入响应线性、零状态响应线性)的系统称为非线性系统。式(1-12)与(1-13)是分别判断连续时间系统与离散时间系统是否为线性系统的唯一依据。现举例说明。

【例 1-1】 判断下列系统是否为线性系统?

$$(1) y(t) = \int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau$$

$$(2) y[k] = f[k-1]$$

解: (1) 根据该连续时间系统的输入输出关系 $y(t) = \int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau$, 可得

$$y_1(t) = T\{f_1(t)\} = \int_{-\infty}^t f_1(\tau) d\tau$$

$$y_2(t) = T\{f_2(t)\} = \int_{-\infty}^t f_2(\tau) d\tau$$

设 $f(t) = \alpha f_1(t) + \beta f_2(t)$, 同理可得

$$\begin{aligned}
 y(t) &= T\{f(t)\} = \int_{-\infty}^t [\alpha f_1(\tau) + \beta f_2(\tau)] d\tau = \\
 &= \alpha \int_{-\infty}^t f_1(\tau) d\tau + \beta \int_{-\infty}^t f_2(\tau) d\tau = \\
 &= \alpha y_1(t) + \beta y_2(t)
 \end{aligned}$$

系统满足叠加性和均匀性,因此该系统是线性系统。

(2) 根据该离散时间系统的输入输出关系 $y[k] = f[k-1]$, 可得

$$y_1[k] = T\{f_1[k]\} = f_1[k-1]$$

$$y_2[k] = T\{f_2[k]\} = f_2[k-1]$$

设 $f[k] = \alpha f_1[k] + \beta f_2[k]$, 同理可得

$$\begin{aligned}
 y[k] &= T\{\alpha f_1[k] + \beta f_2[k]\} = \alpha f_1[k-1] + \beta f_2[k-1] = \\
 &= \alpha_1 y_1[k] + \alpha_2 y_2[k]
 \end{aligned}$$

系统满足叠加性和均匀性,因此该系统是线性系统。

【例 1-2】 判断下列输出信号所对应的系统是否为线性系统。其中, $y(0)$ 为系统的初始状态, $f(t)$ 为系统的输入激励信号, $y(t)$ 为系统的完全响应。

$$(1) y(t) = 5y(0) + 4f(t) \quad (2) y(t) = 2y(0) + 6f^2(t)$$

$$(3) y(t) = 4y(0)f(t) + 3f(t) \quad (4) y(t) = 2t^2y(0) + 7 \frac{df(t)}{dt}$$

$$(5) y(t) = 4y(0) + 4t \int_0^t f(\tau) d\tau \quad (6) y(t) = 6y^2(0) + f(t) \frac{df(t)}{dt}$$

$$(7) y(t) = 4y(0) + 3f(t) + 2 \frac{df(t)}{dt} \quad (8) y(t) = 4y(0) + 3y^2(0) + 6f(t) + t^2 \frac{df(t)}{dt}$$

解: 判断一个系统是否为线性系统,只需根据该系统的完全响应是否满足可分解性、零输入响应线性、零状态响应线性。

(1) 系统的完全响应 $y(t)$ 可以分解为零状态响应 $y_f(t)$ 与零输入响应 $y_x(t)$ 之和,且零状态响应 $y_f(t) = 4f(t)$ 和零输入响应 $y_x(t) = 5y(0)$ 都具有线性特性,故系统为线性系统。

(2) 系统的完全响应 $y(t)$ 可以分解为零状态响应 $y_f(t)$ 与零输入响应 $y_x(t)$ 之和,尽管零输入响应 $y_x(t) = 2y(0)$ 具有线性特性,但零状态响应 $y_f(t) = 6f^2(t)$ 为非线性特性。因此,系统为非线性系统。

(3) 系统的完全响应 $y(t)$ 无法分解为零状态响应 $y_f(t)$ 与零输入响应 $y_x(t)$ 之和,故系统为非线性系统。

(4) 系统的完全响应 $y(t)$ 可以分解为零状态响应 $y_f(t)$ 与零输入响应 $y_x(t)$ 之和,零状态响应 $y_f(t) = 7 \frac{df(t)}{dt}$ 具有线性特性(微分运算为线性运算,它满足均匀性与叠加性),零输入响应 $y_x(t) = 2t^2y(0)$ 也具有线性特性(注意:应以系统的初始状态 $y(0)$ 为自变量,而不是以 t 作为自变量, t 只是一个变系数)。故系统为线性系统。

(5) 系统的完全响应 $y(t)$ 可以分解为零状态响应 $y_f(t)$ 与零输入响应 $y_x(t)$ 之和,零状态响应 $y_f(t) = 4t \int_0^t f(\tau) d\tau$ 具有线性特性(积分运算也为线性运算,它满足均匀性与叠加性),零输入响应 $y_x(t) = 4y(0)$ 也具有线性特性。故系统为线性系统。

(6) 系统的完全响应 $y(t)$ 可以分解为零状态响应 $y_f(t)$ 与零输入响应 $y_x(t)$ 之和,零状态