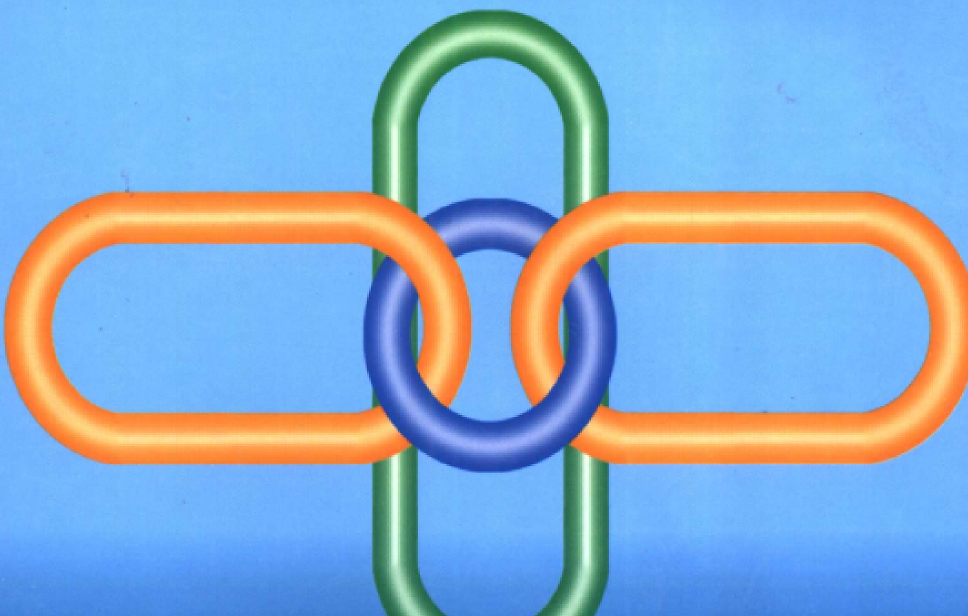
Junior Mathematical Olympiads

奥数精讲与测试

七年级

熊斌 冯志刚 主编
范端喜 郑仲义 编著



学林出版社

Junior Mathematical Olympiads

熊斌

中国数学奥林匹克委员会委员，第45届IMO中国队主教练，第46届IMO中国队领队（中国队在这两次比赛中均取得团体第一），华东师范大学数学系硕士生导师。中国数学奥林匹克高级教练，《数学通讯》“数学竞赛”专栏主持人，《数学教学》、《数理天地》编委、记者。多次担任中国数学奥林匹克国家集训队教练，指导多名学生在IMO上获得金牌，参与全国初中数学竞赛、全国高中数学联赛、西部数学奥林匹克、女子数学奥林匹克、希望杯全国数学邀请赛、中国数学奥林匹克(CMO)、国际青少年城市数学邀请赛的命题工作。在国内外杂志发表文章80多篇，编著、翻译、主编著作百余本，其中与单墫共同主编的《奥数教程》发行尤广，此外还主持编写了相关的电子教材。

冯志刚

理学硕士。上海市上海中学特级教师，中国数学奥林匹克高级教练。长期从事数学竞赛的教学、研究与命题工作，参与西部数学奥林匹克的命题工作，擅长代数与数论。所教学生中累计有2人获IMO金牌，30余人进入国家集训队，40多人次在中国数学奥林匹克（CMO，即“冬令营”）上获奖，200余人获全国高中数学联赛一等奖。作为2003年中国队副领队带队参加了第44届IMO并取得优异成绩，主编或参编十余套竞赛方面的读物，著作有《奥数教程》、《数学奥林匹克一讲一练》、《赛前集训》、《高中竞赛数学教程》、《数学奥赛导引》、《数学归纳法的证明方法与技巧》、《整除、同余与不定方程》，译有《解决问题的策略》等。

上架建议：小学数学奥数

ISBN 978-7-80730-427-2

9787807304272

定价 20.00 元

易文网：www.ewen.cc

奥数精讲与测试

七年级

熊斌 冯志刚 主编
范端喜 郑仲义 编著

学林出版社

图书在版编目(CIP)数据

奥数精讲与测试. 七年级/熊斌, 冯志刚主编; 范端喜, 郑仲义编著. —上海: 学林出版社, 2007.10
ISBN 978-7-80730-427-2

Ⅰ. 奥... Ⅱ. ①熊…②冯…③范…④郑… Ⅲ. 数学课—初中—教学参考资料 Ⅳ. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 121349 号

奥数精讲与测试·七年级

编　　著——范端喜　郑仲义
责任编辑——马健荣
封面设计——魏来
出　　版——上海世纪出版股份有限公司
　　　　　学林出版社(上海钦州南路 81 号 3 楼)
　　　　　电话: 64515005　传真: 64515005
发　　行——新华书店上海发行所
　　　　　学林图书发行部(钦州南路 81 号 1 楼)
　　　　　电话: 64515012　传真: 64844088
照　　排——南京理工出版信息技术有限公司
印　　刷——上海师范大学印刷厂
开　　本——787×1092　1/16
印　　张——13.25
字　　数——26 万
版　　次——2007 年 10 月第 1 版
　　　　　2007 年 10 月第 1 次印刷
印　　数——8 000 册
书　　号——ISBN 978-7-80730-427-2/G·122
定　　价——20.00 元

前言

我们都知道数学是科学之母，在科技迅速发展的今天，数学的重要性尤为明显。由于人们深刻地了解到数学的重要性，也意识到应当尽早培养青少年学生对数学的兴趣与数学思维的习惯，因此举办了许多内容丰富的数学活动，数学奥林匹克竞赛就是这些丰富多彩的活动中的一项。

数学奥林匹克竞赛对于激发学生的学习兴趣、开发智力、培养创新能力、开拓视野有着非常积极的作用。通过开展数学奥林匹克竞赛活动，可以更好地发现和培养优秀学生，并能提高教师的水平，促进教学改革，为我国数学事业的长期发展提供源源不断的生力军。

本套丛书从小学一年级至高中三年级共12册，将数学奥林匹克竞赛的内容以精讲和测试的形式系统地组织起来，目的是为学生提供一套强化知识、提高数学素养和能力的教材，让学生通过对这套教材的学习，具备和提高参加各种数学竞赛的知识和能力，使学生不仅能把自己课内的成绩提高，而且能在各级各类数学竞赛中取得理想的成绩。

本书的每一讲都有“精讲”和“测试 ABC 卷”组成，分设三部分内容：

1. 竞赛热点、考点、知识点。将数学奥林匹克竞赛的知识、内容以及当前的热点问题和历届数学奥林匹克竞赛中经常出现的问题给予分析、归纳、阐述和总结。

2. 典型例题精讲。围绕数学竞赛的热点、考点，选择典型的例题，提高对典型例题的分析、讲解，使学生能够掌握基本思想和基本方法，进而提高分析问题和解决问题的能力。

3. 测试 ABC 卷。有针对性地选择一些名题、新题、好题给学生练习。A 卷是“精讲”内容的延伸与拓展，题目难度较小；B 卷进一步加强数学竞赛的基本功，突出了解题的基本技巧与方法；C 卷是为准备在数学奥林匹克竞赛

中取得优异成绩的同学设计的，题目具有一定的挑战性，是学生发挥自己的创造性、一显身手的试金石。

作者希望同学们在使用本书后，视野开阔了，数学素养提高了，解题与应试的能力加强了，不仅能在课内考试脱颖而出，也能在数学奥林匹克竞赛中出类拔萃。

参加本套丛书编写的作者都是长期在数学竞赛辅导第一线的富有经验的教师，有中国数学奥林匹克国家队的领队、副领队、主教练，还有多次参与各级各类数学竞赛命题的专家，他们丰富的教学经验为本套丛书增色不少。

让我们尽情地享受数学的乐趣，积极地参与数学奥林匹克竞赛吧！

目录

第 1 讲 有理数的计算技巧

知识点、重点、难点

在数学竞赛中出现的大多数计算题是不需要硬算的，在遵守四则运算法则（加法的交换律、结合律、乘法的交换律、结合律、分配律）的基础上，通常可采用一些技巧.

1. 反过来想问题.

我们常常做一些与通常的运算相反的事，如将一个数分解为两个（或几个）因数的积，将一个数拆成两个（或几个）数的和（或差），等等. 例如

$$30=2\times3\times5=5\times6,\ 10=4+6=2+8=2+3+5.$$

2. 分拆与合并.

将每一项拆成两项的差，然后相加，将大多数项互相抵消，是求多个数的和的常用技巧. 例如

$$\begin{aligned}&\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{4\times5}+\frac{1}{5\times6}\\&=\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)\\&=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}.\end{aligned}$$

再探索一般规律：求两个分数$\frac{1}{n}$、$\frac{1}{n+a}$的差，$\frac{1}{n}-\frac{1}{n+a}=\frac{a}{n(n+a)}$.

在应用时常反过来，$\frac{a}{n(n+a)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+a}$或$\frac{1}{n(n+a)}=\frac{1}{a}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+a}\right)$.

3. 利用周期性.

从简单的情况算起，先算几步发现规律，然后得到问题的解.

例题精讲

例1 计算 $\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{49}-\frac{1}{50}\right)\div\left(\frac{1}{26}+\frac{1}{27}+\cdots+\frac{1}{50}\right)$

解 $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{49}-\frac{1}{50}=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{50}-2\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{50}\right)=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{50}-\left(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{25}\right)=\frac{1}{26}+\frac{1}{27}+\cdots+\frac{1}{50}$. 故原式 $=1$.

例2 计算 1 998 × 19 991 999 − 1 999 × 19 981 998.

解 将 19 991 999 及 19 981 998 分别分解为两数的积，得

$$19\,991\,999=1\,999\times10\,000+1\,999=1\,999\times10\,001,$$

$$19\,981\,998=1\,998\times10\,000+1\,998=1\,998\times10\,001.$$

原式 $=1\,998\times1\,999\times10\,001-1\,999\times1\,998\times10\,001=0$.

一般地有

$\overline{abab}=\overline{ab}\times101$；$\overline{abcabc}=\overline{abc}\times1\,001$；$\overline{abcdabcd}=\overline{abcd}\times10\,001$；….

例3 已知 $a=\frac{11\times66+12\times67+13\times68+14\times69+15\times70}{11\times65+12\times66+13\times67+14\times68+15\times69}\times100$，问 a 的整数部分是多少?

解 我们只要估算出 a 在哪两个相邻整数之间即可.

$$\begin{aligned}a&=\frac{11\times66+12\times67+13\times68+14\times69+15\times70}{11\times65+12\times66+13\times67+14\times68+15\times69}\times100\\&=\frac{11\times(65+1)+12\times(66+1)+13\times(67+1)+14\times(68+1)+15\times(69+1)}{11\times65+12\times66+13\times67+14\times68+15\times69}\times100\\&=\frac{11\times65+11+12\times66+12+13\times67+13+14\times68+14+15\times69+15}{11\times65+12\times66+13\times67+14\times68+15\times69}\times100\\&=\left(1+\frac{11+12+13+14+15}{11\times65+12\times66+13\times67+14\times68+15\times69}\right)\times100=100+b.\end{aligned}$$

这里 $b=\frac{11+12+13+14+15}{11\times65+12\times66+13\times67+14\times68+15\times69}\times100$，下面进一步估计 b 介于哪两个相邻整数之间.

$$b=\frac{11+12+13+14+15}{11\times65+12\times66+13\times67+14\times68+15\times69}\times100$$

$$<\frac{11+12+13+14+15}{11\times 65+12\times 65+13\times 65+14\times 65+15\times 65}\times 100$$

$$=\frac{11+12+13+14+15}{(11+12+13+14+15)\times 65}\times 100=\frac{100}{65}<2,$$

$$b=\frac{11+12+13+14+15}{11\times 65+12\times 66+13\times 67+14\times 68+15\times 69}\times 100$$

$$>\frac{11+12+13+14+15}{11\times 69+12\times 69+13\times 69+14\times 69+15\times 69}\times 100$$

$$=\frac{11+12+13+14+15}{(11+12+13+14+15)\times 69}\times 100=\frac{100}{69}>1.$$

所以 $1<b<2$，$101<a<102$，即 a 的整数部分是 101.

例 4 比较 $S_n=\frac{1}{2}+\frac{2}{4}+\frac{3}{8}+\frac{4}{16}+\cdots+\frac{n}{2^n}$ 与 2 的大小.

解 先将 S_n 中的每一个数拆成两数差：

$$\frac{1}{2}=2-\frac{3}{2},\ \frac{2}{4}=\frac{3}{2}-\frac{4}{4},\ \frac{3}{8}=\frac{4}{4}-\frac{5}{8},$$

$$\frac{4}{16}=\frac{5}{8}-\frac{6}{16},\ \cdots,\ \frac{n}{2^n}=\frac{n+1}{2^{n-1}}-\frac{n+2}{2^n}.$$

所以 $S_n=\left(2-\frac{3}{2}\right)+\left(\frac{3}{2}-\frac{4}{4}\right)+\left(\frac{4}{4}-\frac{5}{8}\right)+\left(\frac{5}{8}-\frac{6}{16}\right)+\cdots$

$+\left(\frac{n+1}{2^{n-1}}-\frac{n+2}{2^n}\right)=2-\frac{n+2}{2^n}<2$，即 $S_n<2$.

说明 我们还可以用如下方法来求 S_n.

因为 $$S_n=\frac{1}{2}+\frac{2}{2^2}+\frac{3}{2^3}+\frac{4}{2^4}+\cdots+\frac{n}{2^n},$$

所以 $$2S_n=1+\frac{2}{2}+\frac{3}{2^2}+\frac{4}{2^3}+\cdots+\frac{n}{2^{n-1}},$$

两式相减得 $S_n=1+\frac{1}{2}+\frac{2}{2^2}+\cdots+\frac{1}{2^{n-1}}-\frac{n}{2^n}=2-\frac{1}{2^{n-1}}-\frac{n}{2^n}$.

例 5 定义 $n!=1\times 2\times 3\times\cdots n$（$n$ 为正整数），计算 $1\times 1!+2\times 2!+\cdots+2\,007\times 2\,007!$

解 因为 $k\cdot k!=(k+1-1)\cdot k!=(k+1)k!-k!=(k+1)!-k!$，原式 $=(2!-1!)+(3!-2!)+\cdots+(2\,008!-2\,007!)=2\,008!-1$.

水平测试 1

A 卷

一、填空题

1. $\dfrac{(-2)^3\times(-1)^{1998}-1-121\div\left[-\left(-\dfrac{1}{2}\right)^2\right]}{(-1)\div\left(-\dfrac{4}{5}\right)\times1\dfrac{1}{4}}=$ ________.

2. $211\times555+445\times789+555\times789+211\times445=$ ________.

3. $1-2+3-4+\cdots+(-1)^{2\,003}\cdot2\,002=$ ________.

4. $\dfrac{24\,690}{12\,346^2-12\,345\times12\,347}=$ ________.

5. $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)=$ ________.

6. $2+4+6+\cdots+2\,000+2\,002=$ ________.

7. $\dfrac{1}{1\times2}+\dfrac{1}{2\times3}+\dfrac{1}{3\times4}+\cdots+\dfrac{1}{2\,001\times2\,002}=$ ________.

8. $1\,999\times20\,002\,000-2\,000\times19\,991\,999=$ ________.

9. $a_1=\dfrac{1}{1\times2\times3}+\dfrac{1}{2}=\dfrac{2}{3}$, $a_2=\dfrac{1}{2\times3\times4}+\dfrac{1}{3}=\dfrac{3}{8}$, $a_3=\dfrac{1}{3\times4\times5}+\dfrac{1}{4}=\dfrac{4}{15}$, $a_4=\dfrac{1}{4\times5\times6}+\dfrac{1}{5}=\dfrac{5}{24}$,…… 按上述规律 $a_{999}=$ ________.

10. $\dfrac{1}{\dfrac{1}{1\,339}+\dfrac{1}{1\,340}+\cdots+\dfrac{1}{2\,007}}$ 的整数部分是________.

二、解答题

11. 求证：$\dfrac{1}{1\times3}+\dfrac{1}{2\times4}+\dfrac{1}{3\times5}+\dfrac{1}{4\times6}+\cdots+\dfrac{1}{n(n+2)}=\dfrac{3}{4}-\dfrac{2n+3}{2(n+1)(n+2)}$.

12. 计算 $1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2^2}+\cdots+\dfrac{1}{2^{100}}$.

B 卷

一、填空题

1. $-1+3-5+7-9+11-\cdots-1\,997+1\,999=$ ________.

2. $11+12-13-14+15+16-17-18+\cdots+99+100=$ ________.

3. $1\,991\times 2\,001-1\,990\times 2\,002=$ ________.

4. $1+4+7+\cdots+244=$ ________.

5. $1\frac{1}{3}-\frac{7}{12}+\frac{9}{20}-\frac{11}{30}+\frac{13}{42}-\frac{15}{56}=$ ________.

6. $3\,001\times 2\,999=$ ________.

7. $1\,989\times 19\,901\,990-1\,990\times 19\,891\,989=$ ________.

8. $\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{9^2}\right)\left(1-\frac{1}{10^2}\right)=$ ________.

9. $\frac{1}{18}+\frac{1}{54}+\frac{1}{108}+\frac{1}{180}+\frac{1}{270}+\frac{1}{378}+\frac{1}{504}+\frac{1}{648}+\frac{1}{810}+\frac{1}{990}=$ ________.

10. $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2\,007}\right)\left(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{2\,006}\right)-\left(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{2\,007}\right)\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2\,006}\right)=$ ________.

二、解答题

11. 某男子足球队 12 名队员的身高如下(单位:厘米):182、187、176、179、190、181、188、193、174、175、183、185,求这 12 名队员的平均身高.

12. 求证:$\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{2\,008^2}<2$.

C 卷

一、填空题

1. $\frac{1}{1\times 2\times 3}+\frac{1}{2\times 3\times 4}+\cdots+\frac{1}{98\times 99\times 100}=$ ________.

2. $1\frac{1}{1\,024}+2\frac{1}{512}+4\frac{1}{256}+256\frac{1}{4}+512\frac{1}{2}=$ ________.

3. $\dfrac{0.37+\frac{23}{45}}{0.89+\frac{1}{11}}=$ ________.

4. $(1+0.3+0.28)(0.3+0.28+0.49)-(1+0.3+0.28+0.49)(0.3$

$+0.28)=$ ______.

5. $\dfrac{2^{2000}-2^{1999}-2^{1998}+2^{1997}}{2^{1997}}=$ ______.

6. $\dfrac{1-1}{2^1}+\dfrac{2-1}{2^2}+\dfrac{3-1}{2^3}+\cdots+\dfrac{100-1}{2^{100}}=$ ______.

7. $103\times97\times10\,009=$ ______.

8. $472\,634^2+472\,635^2-472\,633\times472\,635-472\,634\times472\,636=$ ______.

9. $\dfrac{1}{1+2}+\dfrac{1}{1+2+3}+\dfrac{1}{1+2+3+4}+\cdots+\dfrac{1}{1+2+\cdots+100}=$ ______.

10. $1-\cfrac{1}{1-\cfrac{1}{1-\cfrac{1}{\ddots\,1-\cfrac{1}{1-\cfrac{113}{335}}}}}=$ ______ (1 999 个 1).

二、解答题

11. 1 991 减去它的$\frac{1}{2}$，再减去(第一次)余下的$\frac{1}{3}$，再减去(第二次)余下的$\frac{1}{4}$，……以此类推，一直到减去(第 1 989 次)余下的$\frac{1}{1\,991}$，问最后余下的数是几?

12. 计算 $1\times2+2\times3+3\times4+\cdots+29\times30$.

第 2 讲　相反数与绝对值

知识点、重点、难点

$-a$ 与 a 称为互为相反数. 数轴上互为相反数的两个数关于原点对称.

绝对值是初中代数中的一个基本概念，在求代数式的值、化简代数式、证明恒等式与不等式以及求解方程与不等式时，经常会遇到含有绝对值符号的问题，同学们要学会根据绝对值的定义来解决这些问题.

一个正实数的绝对值是它本身；一个负实数的绝对值是它的相反数；零的绝对值是零.

即

$$|a|=\begin{cases}a,\text{当 } a>0 \text{ 时；}\\ 0,\text{当 } a=0 \text{ 时；}\\ -a,\text{当 } a<0 \text{ 时.}\end{cases}$$

绝对值的几何意义可以借助于数轴来认识，它与距离的概念密切相关，在数轴上表示一个数的点离开原点的距离叫这个数的绝对值.

结合相反数的概念可知，除零外，绝对值相等的数有两个，它们恰好互为相反数. 反之，相反数的绝对值相等也成立. 由此还可得到一个常用的结论：任何一个实数的绝对值是非负数.

例题精讲

例 1　已知 $(2a-1)^2+|b+1|=0$，求 $\left(\dfrac{1}{a}\right)^2+\left(\dfrac{1}{b}\right)^{2\,007}$ 的值.

解　由 $(2a-1)^2\geqslant 0$，$|b+1|\geqslant 0$ 知，$(2a-1)^2=|b+1|=0$，$a=\dfrac{1}{2}$，$b=-1$. 故所求的式子为 $2^2+(-1)^{2\,007}=3$.

例2 若 $|x-y+3|$ 与 $|x+y-2\,007|$ 互为相反数，求$\dfrac{x+2y}{x-y}$的值.

解 依题意 $|x-y+3|=-|x+y-2\,007|$. 因为任何一个实数的绝对值是非负数，故有 $x-y+3=x+y-2\,007=0$，可得 $x=1\,002$，$y=1\,005$. 于是$\dfrac{x+2y}{x-y}=-1\,004$.

例3 已知 $x<-3$，化简$\Big|3+|2-|1+x||\Big|$.

分析 这是一个含有多层绝对值符号的问题，可从里往外一层一层地去绝对值符号.

解 原式$=|3+|2+(1+x)||$（因为 $1+x<0$）

$=|3+|3+x||$

$=|3-(3+x)|$（因为 $3+x<0$）

$=|-x|=-x$.

例4 化简 $|3x+1|+|2x-1|$.

分析 本题是两个绝对值和的问题，解题的关键是如何同时去掉两个绝对值符号. 若分别去掉两个绝对值符号，则是很容易的事. 例如，化简 $|3x+1|$，只要考虑 $3x+1$ 的正负，即可去掉绝对值符号. 这里我们是分 $x\geqslant-\dfrac{1}{3}$ 与 $x<-\dfrac{1}{3}$ 两种情况加以讨论的，此时 $x=-\dfrac{1}{3}$ 是一个分界点. 类似地，对于 $|2x-1|$ 而言，$x=\dfrac{1}{2}$ 是一个分界点. 为同时去掉两个绝对值符号，我们把两个分界点 $-\dfrac{1}{3}$ 和$\dfrac{1}{2}$标在数轴上，把数轴分为三个部分（如图 1 所示），即

$$x<-\frac{1}{3},\ -\frac{1}{3}\leqslant x<\frac{1}{2},\ x\geqslant\frac{1}{2}.$$

这样我们就可以分段讨论化简了.

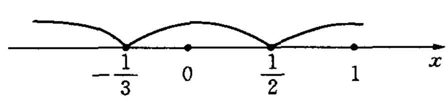


图 1

解 (1) 当 $x<-\dfrac{1}{3}$ 时，原式 $=-(3x+1)-(2x-1)=-5x$；

(2) 当 $-\dfrac{1}{3}\leqslant x<\dfrac{1}{2}$ 时，原式 $=(3x+1)-(2x-1)=x+2$；

(3) 当 $x \geqslant \frac{1}{2}$ 时，原式 $=(3x+1)+(2x-1)=5x$.

即
$$|3x+1|+|2x-1|=\begin{cases}-5x, & \text{当 } x<-\frac{1}{3} \text{ 时；}\\ x+2, & \text{当 } -\frac{1}{3}\leqslant x<\frac{1}{2} \text{ 时；}\\ 5x, & \text{当 } x\geqslant\frac{1}{2} \text{ 时.}\end{cases}$$

说明 解这类题目，可先求出使各个绝对值等于零的变量的值，即先求出各个分界点，然后在数轴上标出这些分界点，这样就将数轴分成几个部分. 根据变量的这些取值范围分段讨论化简，这种方法又称为“**零点分段法**”.

例5 已知 $y=|2x+6|+|x-1|-4|x+1|$，求 y 的最大值.

分析 首先使用“零点分段法”将 y 化简，然后在各个取值范围内求出 y 的最大值. 再加以比较，从中选出最大者.

解 有三个分界点：-3、1、-1.

(1) 当 $x\leqslant-3$ 时，$y=-(2x+6)-(x-1)+4(x+1)=x-1$. 由于 $x\leqslant-3$，所以 $y=x-1\leqslant-4$，y 的最大值是 -4；

(2) 当 $-3\leqslant x\leqslant-1$ 时，$y=(2x+6)-(x-1)+4(x+1)=5x+11$. 由于 $-3\leqslant x\leqslant-1$，所以 $-4\leqslant 5x+11\leqslant 6$，$y$ 的最大值是 6；

(3) 当 $-1\leqslant x\leqslant 1$ 时，$y=(2x+6)-(x-1)-4(x+1)=-3x+3$. 由于 $-1\leqslant x\leqslant 1$，所以 $0\leqslant -3x+3\leqslant 6$，$y$ 的最大值是 6；

(4) 当 $x\geqslant 1$ 时，$y=(2x+6)+(x-1)-4(x+1)=-x+1$. 由于 $x\geqslant 1$，所以 $1-x\leqslant 0$，y 的最大值是 0.

综上可知，当 $x=-1$ 时，y 取得最大值为 6.

例6 已知 $|x|\leqslant 1$，$|y|\leqslant 1$，求 $|y+1|+|2y-x-4|$ 的最小值.

解 由已知可得 $-1\leqslant x\leqslant 1$，$-1\leqslant y\leqslant 1$，所以 $y+1\geqslant 0$，$2y-x\leqslant 3$，故 $2y-x-4<0$. 于是 $|y+1|+|2y-x-4|=(y+1)-(2y-x-4)=x-y+5\geqslant -1-1+5=3$. 又当 $x=-1$，$y=1$ 时，$|y+1|+|2y-x-4|=3$. 所以 $|y+1|+|2y-x-4|$ 的最小值为 3.

水平测试2

A 卷

一、填空题

1. $-2m$ 的相反数是________.

2. -7 的绝对值是________.

3. 判断正误：若 $|a|<|b|$，则 $a<b$ ________.

4. 绝对值最小的有理数是________.

5. 绝对值最小的正整数是________.

6. 数 a 的相反数的绝对值是________，数 a 的绝对值的相反数是________.

7. 绝对值小于 3.2 的整数有________个.

8. 代数式 $|3x-7|+2$ 的最小值是________，此时 $x=$ ________.

9. 若 $x<0$，则 $\frac{||x|-2x|}{3}=$ ________.

10. 若 $|x|=3$，$|y|=2$，且 $|x-y|=y-x$，则 $x+y=$ ________.

二、解答题

11. 设有理数 a、b、c 在数轴上的对应点如图 2，化简 $|b-a|+|a+c|+|c-b|$.

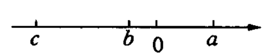


图 2

12. 若 $abc\neq 0$，则 $\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{c}{|c|}$ 的所有可能值是什么？

B 卷

一、填空题

1. 若 a 与 b 互为相反数，则代数式 $\frac{7}{3}a+\frac{7}{3}b-5$ 的值等于________.