

力学与工程应用

(第11卷)

杜庆华 主编

中国林业出版社

力学与工程应用

第二版

张世杰 主编

机械工业出版社

力学与工程应用

(第 11 卷)

杜庆华 主编

中国林业出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

力学与工程应用. 第 11 卷/杜庆华主编. —北京: 中国林业出版社, 2006. 7

ISBN 7-5038-4508-2

I. 力… II. 杜… III. ①力学—文集②工程力学—文集 IV. ①03-53②TB12-53

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 078337 号

出版 中国林业出版社(100009 北京西城区德内大街刘海胡同 7 号)

E-mail forestbook@163.com 电话 (010)66162880

网址 www.cfph.com.cn

发行 中国林业出版社

印刷 北京林业大学印刷厂

版次 2006 年 7 月第 1 版

印次 2006 年 7 月第 1 次

开本 787mm×1092mm 1/16

印张 31.25

字数 680 千字

印数 1~500 册

定价 80.00 元

北方七省、自治区、直辖市力学学术工作委员会

主 任 杜庆华

委 员 佟景伟 张方春 张善元 李鸿琦 杜庆华

杨 姝 杨震东 周丰峻 姚振汉 柳春图

鹿振友

秘 书 长 鹿振友

副秘书长 李鸿琦

《力学与工程应用》编审委员会

主 编 杜庆华

副主编 鹿振友 姚振汉 张方春 陈昭怡

编 委 王卫东 刘 波 华筑信 孙利民 汤红卫

邢永明 佟景伟 张方春 李林安 李鸿琦

杜庆华 杨 姝 杨育勇 陈昭怡 姚振汉

施惠基 梁醒培 鹿振友

执行编委 鹿振友 刘春阳

前 言

北方七省、自治区、直辖市（北京市、天津市、河北省、河南省、山东省、山西省、内蒙古自治区）力学学会联合举办的第十一届学术会议，将于2006年7月在山东召开。我衷心祝愿本届学术会议圆满成功。

本届学术大会编辑出版的文集共有论文117篇。这些论文的内容涉及流体力学、固体力学、计算力学、一般力学与振动、实验力学、工程应用、力学教学研究等。入选的论文集中反应了近两年来一大批青年力学工作者在力学基础理论研究、工程应用及力学教学研究等方面的工作，是北方七省、自治区、直辖市广大力学工作者辛勤劳动的丰硕成果。这些成果说明在当今科学技术飞越发展的时代，力学学科的发展必须加强与工程应用的结合、必须加强与高新技术的结合、必须加强与其它交叉学科的结合。同时要加强力学教育的研究和改革。我希望我们这种联合的学术交流活能能为力学学科的繁荣和发展做出积极的贡献。

感谢学术工作委员会和编审委员会各位同仁为学术交流会议的召开和论文集的编审、出版所付出的辛勤工作。借此对中国林业出版社的大力支持和帮助表示衷心的感谢！

杜庆华

2006 年 6 月

目 录

第一部分 流体力学

1. 超音速尖锥边界层中扰动演化特征的数值研究 董明 罗纪生 曹伟 (2)
2. 从 Frenet 构架到自然坐标系 周晓舟 朱克勤 (8)
3. 光滑斜坡流动的分离、附着与再发展的计算与实验研究
..... 赵衡 刘正先 刘欣 (12)
4. 光整加工中旋涡流场的数值模拟 贾月梅 崔玉娥 赵秋霞 杨胜强 (16)
5. 流体力学在水利工程中的应用 刘起霞 梁醒培 邹剑峰 (20)
6. 某型舰炮膛内对流换热数值分析 游仁华 陈汀峰 (24)
7. 输气管道壁面涂料减阻机理的实验研究 常跃峰 姜楠 (28)
8. 水平直管道浓相气力输送粉煤灰阻力特性的研究
..... 刘宗明 段广彬 衣华 傅正义 (32)
9. 同心筒式发射装置燃气流场数值模拟 何朝勋 戴宗妙 (38)

第二部分 固体力学

1. PI 无机杂化薄膜断裂韧性研究 卢建军 王正道 (44)
2. 变温马氏体相变细观选择性的初步研究 梁美平 韦广梅 史志铭 (48)
3. 辐板裂纹的萌生与扩展 黄海明 蔡雪 高小勤 章梓茂 (52)
4. 刚—塑性迴转梁在自由端受飞射物横向撞击作用下的塑性动力行为研究
..... 张娅 赵军 张雅琴 (56)
5. 各向同性对称张量函数两种表示的关系 兑关锁 (60)
6. 各向异性液饱和多孔介质波阵面上的突变 刘 颖 (64)
7. 功能梯度材料的二维接触力学 柯燎亮 汪越胜 (68)
8. 辊拔无缝钢管成型过程的研究 胡建英 叶金铎 张坤富 (72)
9. 基于散体极限平衡理论的车轮——沙土相互作用研究 陈 雯 (75)
10. 线性超弹性本构模型 王志乔 兑关锁 (80)
11. 小麦抗倒伏特性的生物力学评价分析 郭玉明 袁红梅 李红波 (84)
12. 一种特殊正交各向异性压电材料无限大体的点力及点电荷解 李相勇 (88)
13. 铸铁件铸造缺陷分析 陈玲 殷飞 (92)

第三部分 振动与一般力学

1. SJ400 型齿轮箱的有限元模态分析 王豪 梁醒培 刘起霞 (98)

2. 基于功率谱密度分析的微小卫星整星结构	张晓燕 段志信 张永芝	(102)
3. 壳液耦合系统低频重力波的理论分析 ...	刘习军 徐景满 刘振宇 杜颖 贾启芬	(106)
4. 两自由度强非线性振动系统的规范性理论求解及应用	张琪昌 王炜	(111)
5. 某型导弹发射箱模态分析与试验	潘树国 耿楷真	(115)
6. 蛇形机器人直线式运动机构的设计及其三维空间运动的研究	白琨 张晓燕	(119)

第四部分 计算力学

1. ANSYS Solid65 单元在混凝土梁中的应用	李士彬 刘耿耿 谢东海 曹玉泉 朱晓光	(124)
2. 边界积分方程的一种估算方法研究	王建省 王晓纯	(128)
3. 采用基函数近似的响应面方法	李善坡 隋允康 宇慧平	(132)
4. 大件货物运输方案识别系统的后处理	梁卫民 韩志军	(136)
5. 含有裂纹的木材试样应力应变场的有限元分析	王丽宇 鹿振友 刘训球	(140)
6. 桁架结构的优化设计	陈桐 张登峰 韩志军 陈昭怡	(144)
7. 基于 Nastran-optishape 的结构拓扑优化应用研究	桑建兵 杨理诚 郅彦辉 范慕辉 邢素芳	(150)
8. 基于 Visual C++ 的静定桁架内力计算可视化程序开发	杨强 陈昭怡 刘玮 张涛	(155)
9. 基于微小卫星结构的有限元模型仿真	张晓燕 段志信 白琨	(159)
10. 基于专家系统的桁架结构优化设计研究	蒋灵搏 柴山	(163)
11. 矩形孔洞混凝土薄腹梁有限元研究	李木俭 王兵 赵东	(167)
12. 考虑材料力学性质细观各向异性的变温马氏体相变瞬态温度场的有限元计算	韦广梅 周冰 王晋 史志铭	(171)
13. 考虑偶应力问题的一种有限元算法	张波 王敏 王锡平	(175)
14. 快速多极边界元法的研究进展	姚振汉	(179)
15. 连续体结构屈曲约束下拓扑优化的 ICM 方法	边炳传 隋允康 叶红玲	(184)
16. 膜-基系统纳米压痕过程的有限元模拟	冀国俊 史志铭	(188)
17. 某水电站坝后背管运营工况三维有限元分析	谢巍 张多新 刘东常 马文亮	(192)
18. 三心底旋转结构形状优化的响应面方法	杜家政 隋允康 龙连春 阳志光	(196)
19. 数值模拟方法在洁净隧道设计中应用的研究	叶天震 马一太	(200)
20. 无网格法在疲劳裂纹扩展中的应用	杜 烨	(204)
21. 无网格法中动态影响半径的应用研究	杨学英 张敦福 张波	(208)
22. 眼型货钩的力学性能有限元分析	董焱章 曹玉泉 王书朝 王卫东	(212)

第五部分 工程应用

1. ANSYS 在剪叉机构应力分析中的应用 姜梅惠 解本铭 (218)
2. V-EPC 铸渗工艺制备铁基表面复合材料的表面质量和组织分析
..... 刘建秀 米丽萍 高红霞 朱志强 (223)
3. ZH1110 型气缸体静强度的计算分析
..... 王灿 李林安 佟景伟 郝志勇 高文志 (228)
4. 安全阀接头优化设计 门长峰 赵斌 (232)
5. 半刚性基层沥青路面温缩裂缝研究 杨尚阳 张龙云 荆强强 (236)
6. 大体积混凝土裂缝及其耐久性 李士彬 孙志华 曹玉泉 朱晓光 (240)
7. 大型渡槽结构中的力学问题 李玉河 白新理 杨开云 张多新 (244)
8. 导弹发射装置适配器与弹体分离研究 倪火才 李友群 杨为 吴明晨 (248)
9. 非对称 Y 形混凝土岔管施工与运行过程受力分析
..... 马文亮 白新理 谢巍 刘琰玲 (252)
10. 复合材料在水中承压容器上的应用探讨 董铁良 (256)
11. 高速铁路钢箱系杆拱桥吊杆更换可行性探讨 李 黎 (260)
12. 关于桩基转动刚度的研究 张欲媛 吴淦卿 (264)
13. 海水塔结构强度设计 李爱花 梁醒培 (268)
14. 基于三维 CAD 模型的掩护梁有限元分析 梁醒培 邵兴 王豪 (273)
15. 金属镁冶炼高温废气热能利用传输及热损耗计算 李建国 郭玉明 (277)
16. 棱柱杆侵入岩土时的应力波传播分析 赵子龙 崔文君 (281)
17. 耐水压薄壁舱体的结构设计问题 马震宇 鲍挺俊 (286)
18. 沈阳市揽军路高架桥基础托换设计关键技术 杨克鉴 张军 (290)
19. 天津市建筑垃圾填埋场堆山造景工程的截水沟设计 何秋霖 李鸿琦 (294)
20. 铁路桥梁空心高墩设计思路 周津斌 (299)
21. 斜井钢丝绳使用寿命的分析 陈红英 史振东 陈昭怡 (303)

第六部分 实验力学

1. 不同环境下膨润土防水毯损伤行为的研究 王利平 史志铭 (308)
2. 不同营养水平鸡胫骨生物力学性能试验研究 梁莉 郭玉明 常亚琦 (312)
3. 氮化钛薄膜力学性能的实验与研究 梁园 岳澄 赵文云 (316)
4. 机床主轴系统动态特性的试验模态分析 杨理诚 桑建兵 岳志刚 (320)
5. 基于振动法的复合木地板弹性模量测定 朱红娟 赵东 (324)
6. 激光云纹法测试高温基本力学性能的试验方法研究
..... 刘绍伦 张国栋 何玉怀 李禾 李云增 董爱民 严超华 (328)
7. 金属材料中的裂纹扩展路径问题的研究 刘绍伦 (332)

8. 局部应力应变法预测双环扣的疲劳裂纹形成寿命	谢东海 李光明 赵汝祥	(336)
9. 拉压应力状态下叠层复合材料层缩区的力学行为	姜爱峰 邢永明	(341)
10. 某大型起落架载荷测量的全机悬浮标定试验研究		
.....	张书明 刘克格 阎楚良	(345)
11. 数字图像处理技术的边缘检测和阈值分割	王蕴珊 崔晓军	(352)
12. 索具光测力学分析	刘敬礼 刘超 王书朝 王卫东	(356)
13. 特殊环境下结构应力应变测量技术及其应用	沈观林	(360)
14. 微吸管技术在细胞力学研究中的应用	付志一 焦群英	(364)
15. 压缩载荷下纳米薄膜材料屈曲的实验研究		
.....	王世斌 董典帅 李林安 房予铮	(368)
16. 粘接界面性能退化的超声无损检测	税国双 汪越胜 曲建民	(373)
17. 组合梁的应力分析与实验测试	杨丽萍 韩晋民	(378)

第七部分 教学研究

1. “工程力学”双语教学的体会	李冬霞 常利武	(384)
2. “结构的几何构造分析”教法研究	陈丽 周秋寒	(388)
3. Maple 在材料力学中的应用 (二)——变截面扭转和超静定问题		
.....	李银山 焦永树 刘悦藏 李彦华	(391)
4. 材料力学教学方法改革探索	王禾稼 韩志军	(395)
5. 材料力学设计性和综合性实验课的教学实践		
.....	马文江 陈章华 尚新春 陈长英	(398)
6. 材料力学虚拟试验	阎溟 王燕群	(402)
7. 弹性力学、材料力学教学改革的体会	汪文颖	(404)
8. 弹性力学多媒体课件制作初探	李晓玉 吴侃	(408)
9. 弹性力学课程教学与课程建设的思考	王桂珍	(412)
10. 顶天立地辛勤耕耘——打造国家精品课程材料力学的体会		
.....	隋允康 张亦良 秦飞 王慕	(415)
11. 对理论力学传统教学与多媒体教学相结合的研究与实践		
.....	郭全梅 李银山	(419)
12. 多功能组合式桁架结构教学实验装置的设计	汪保良 汤红卫 谢东海	(423)
13. 多媒体计算机技术在工程力学教学中的应用	王晔 杨姝	(426)
14. 关于内蒙古工业大学本科力学专业《有限单元法》课程建设的几项措施		
.....	韦广梅 冀国俊	(429)
15. 基础力学实验教学模式的改革与实践	谢占魁 王复兴	(432)
16. 基于双视频流技术的开放实验室教学软件的研制	董锟 吴江龙 曲淑英	(436)
17. 计算机辅助教学在工程力学中应用	岳志刚 杨理诚 李斌	(440)

18. 建设有特色的流体力学实验体系 促进学生创新能力培养	张华 潘晓丽 郭辉 白涛 王海文	(445)
19. 结构力学课程教学改革与多媒体教学系统的开发	张建军	(449)
20. 理论力学静力学部分教学改革的探索与实践	李海涛 曹咏弘 关学锋	(452)
21. 理论力学虚拟实验的探索	曹咏弘 李海涛 关学锋	(455)
22. 梁的大挠度在材料力学教学中的辅助应用	付志一 张平	(459)
23. 流体力学课程考试改革的研究	刘丽萍 杜广生	(463)
24. 实验与理论分析能力并重, 建设基础力学实验教学平台	蒋持平 王士敏 张华 姜开厚 胡伟平	(468)
25. 研究生塑性力学课程讨论式教学的探索与实践	杨 姝	(472)
26. 用广义图乘法建立刚架力法典型方程	刘光好	(475)
27. 用矢量解析法推导平面运动刚体速度和加速度的合成定理.....	阮江涛 孙明珠	(479)
28. 在材料力学教学中贯彻力学文化素质教育	王燕群	(483)
29. 在物理实验教学中培养学生创新能力的探讨	曲英姿	(487)

第一部分

流体力学

超音速尖锥边界层中扰动演化特征的数值研究*

董明 罗纪生 曹伟

(天津大学力学系, 300072 天津)

摘要: 本文针对来流马赫数为 5.29, 半锥角为 10 度的超音速尖锥边界层中的二维扰动的空间演化进行了直接数值模拟。结果表明, 虽然尖锥边界层流动存在一定的锥面法向速度, 但小扰动的幅值及相位的演化都与由平行流假设得到的线性理论结果吻合。本文还研究了有限幅值扰动的演化, 给出了其演化规律, 并在扰动幅值增长到一定值时发现了小激波。

关键词: 超音速尖锥边界层; 扰动; 直接数值模拟; 小激波

一、概述

由于工程需要和计算能力的提高, 可压缩流动的稳定性、转捩及湍流问题开始成为研究的热点。可压缩平板边界层中扰动演化的研究结果已经相对较多了, 但由于实际问题及实验技术的需要, 有曲率的边界层问题更值得注意, 而这方面的研究结果还并不多。可压缩零攻角尖锥绕流问题是典型的有曲率的边界层问题, 因此对其扰动演化规律、转捩的研究具有十分重要的理论及实际意义。

对于零攻角尖锥绕流问题, 由于其基本流在锥面法线方向的速度不为零, 基于平行流假设的线性稳定性理论是否可以采用是需要考证的。本文针对来流马赫数为 5.29 的可压缩零攻角尖锥绕流边界层流场进行了直接数值模拟, 主要研究了二维扰动演化的特征。重点研究了小扰动的演化规律, 对线性稳定性理论的平行流假设进行验证; 有限幅值扰动的演化规律, 考察非线性的作用; 是否存在小激波。

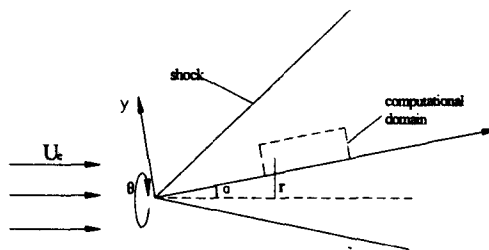


图 1 计算域的示意图

二、数值方法及基本流的计算

零攻角的超音速流体流过的圆锥状物体的边界层问题属于二维轴对称问题, 可以只求解一个子午面的流动情况, 并设圆锥不旋转, 因此周向速度为零。计算基本流时, 考虑来流平行于圆锥的轴线方向, 则流场将在圆锥前形成一条锥型斜激波。过激波后, 流体的流动方向会一直改变, 向锥体母线方向偏转。为了研究边界层中扰动的演化, 采取贴体坐标系, 计算域 (x, y, θ) 的示意图如图 1 所示。计算域上边界在边界层以外的无粘

*国家自然科学基金重点基金(资助号: 10232020); 国家自然科学基金(资助号: 90205021); 全国博士学位论文作者专项资金(200328)资助项目。

区域而且比较贴近物面，可以把上边界近似的看作一条锥线，则上边界的各个物理量为常数。用这些物理量对可压缩流体的方程进行无量纲化，长度以边界层入口位移厚度进行无量纲化。

无量纲化后的可压缩流体的方程可以写为：

$$\frac{\partial}{\partial t} U + \frac{\partial}{\partial x} E + \frac{\partial}{\partial y} F + M = \frac{\partial}{\partial x} E_v + \frac{\partial}{\partial y} F_v \quad (1)$$

其中，

$$U = \begin{pmatrix} r\rho \\ r\rho u \\ r\rho v \\ r\rho e_s \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} r\rho u \\ r\rho uu + rp \\ r\rho uv \\ r\rho(\rho e_s + p) \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} r\rho v \\ r\rho vu \\ r\rho vv + rp \\ r\rho(\rho e_s + p) \end{pmatrix},$$

$$E_v = \begin{pmatrix} 0 \\ r\tau_{xx} \\ r\tau_{xy} \\ r(\tau_{xx}u + \tau_{xy}v - q_x) \end{pmatrix}, F_v = \begin{pmatrix} 0 \\ r\tau_{xy} \\ r\tau_{yy} \\ r(\tau_{xy}u + \tau_{yy}v - q_y) \end{pmatrix}, M = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xx}\sin\alpha - p\sin\alpha \\ \tau_{xx}\cos\alpha - p\cos\alpha \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$e_s = \frac{1}{2}(u^2 + v^2) + \frac{p}{(\gamma-1)\rho}, \quad \tau_{xx} = \frac{\mu}{\text{Re}} \left(2\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\nabla \cdot \mathbf{u} \right), \quad \tau_{xy} = \tau_{yx} = \frac{\mu}{\text{Re}} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right),$$

$$\tau_{yy} = \frac{\mu}{\text{Re}} \left(2\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}\nabla \cdot \mathbf{u} \right), \quad \tau_{zz} = 2\mu \left(\frac{u}{r}\sin\alpha + \frac{v}{r}\cos\alpha \right) - \frac{2}{3}\mu\nabla \cdot \mathbf{u},$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{u\sin\alpha}{r} + \frac{v\cos\alpha}{r},$$

$$q_x = \frac{k}{(\gamma-1)M^2 \text{Re} \text{Pr}} \frac{\partial T}{\partial x}, \quad q_y = \frac{k}{(\gamma-1)M^2 \text{Re} \text{Pr}} \frac{\partial T}{\partial y};$$

$r = x\sin\alpha + y\cos\alpha$ ，表示定点到圆锥轴线的距离； $\mathbf{u} = (u, v)$ 分别为流体流向、法向速度， p, T, ρ 为压力、温度、密度， μ, k 为粘性系数、热传导系数， q_x, q_y 为热通量， Re 为雷诺数， Pr 为普朗特数。

数值模拟的流动环境相当于 10000 米的高空气体，温度为 223.3 (K)，声速为 299.5 (m/s)，压力为 26500 (Pa)，密度为 0.4135 (kg/m³)，动力学粘性系数为 1.458×10⁻⁵ (Pa·s)。取来流马赫数为 5.29，这样过激波后马赫数降为 4.63，温度、密度分别为 278.1 (K)，0.688 (kg/m³)。在用理想气体方程组与锥形流特点可以计算出计算域上边界的马赫数为 4.50，温度、密度分别为 291.5 (K) 与 0.774 (kg/m³)，声速为 333.0 (m/s)，动力学粘性系数为 2.169×10⁻⁵ (Pa·s)，单位雷诺数为 5.5×10⁷ (m⁻¹)。取计算域入口雷诺数 Re_δ 为 58000，则该处位移厚度 δ 为 1.05mm，入口距锥尖 0.84m 处。

计算中对流项采取五阶弱迎风紧致差分格式，粘性项采取六阶中心型紧致差分格式，时间上采用二阶龙格库塔法。入口边界条件给定，出口和上边界用 Lele^[1] 建议的无反射边界条件，锥面上用速度无滑移、温度绝热条件。

用由边界层方程得到的相似解作为的初始流场，用数值模拟计算到定常得到基本流场。得到的速度分布如图 2 所示。

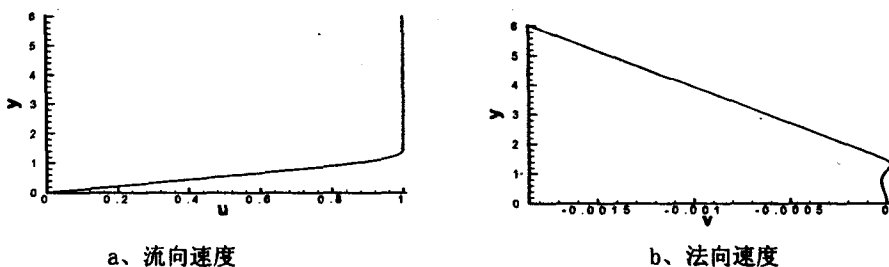


图2 尖锥边界层基本流速度分布

三、扰动演化的数值模拟结果及分析

研究扰动演化时，入口加入扰动的速度、温度、压力为

$$(u', v', t', p') = a(\hat{u}, \hat{v}, \hat{t}, \hat{p})e^{i(-ax)} + c.c. \quad (2)$$

其中 $(\hat{u}, \hat{v}, \hat{t}, \hat{p})$ 为线性扰动方程的特征函数解， $c.c.$ 为前面表达式的共轭复数， a 为扰动的幅值。扰动取的第二模态的 T-S 波，其扰动频率 $\omega = 2.161143$ ，扰动波数 $\alpha_r = 2.362037$ ，扰动波的幅值增长率 $-\alpha_i = 0.043277i$ ，扰动的传播速度 $c = \omega / \alpha_r = 0.915$ ，波长 $\lambda = 2\pi / \alpha_r = 2.66$ 。扰动特征函数分布图 3 所示。

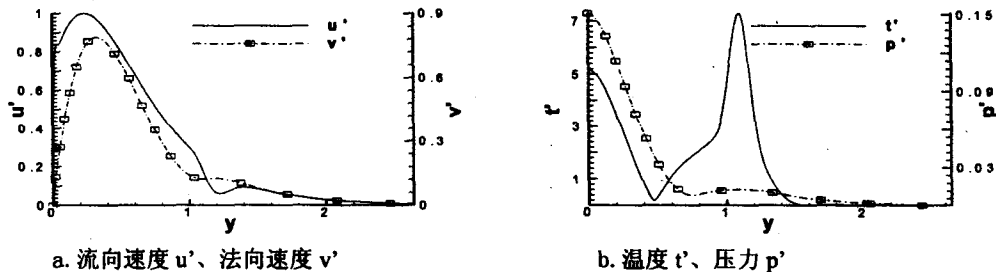


图3 扰动的特征函数的分布

数值模拟中 x 方向用均匀网格， y 方向用变网格，变换为 $y = y_n(e^{b\eta} - 1)/(e^b - 1)$ ，其中 $b = 3.0$ ， y 的计算域长度 $y_n = 6.0$ ， $\eta = 0 \sim 1$ 。

1. 小幅值扰动的演化

为了比较线性流动稳定性理论的结果，研究了小扰动的演化情况。在入口引入幅值 $a = 0.0001$ 的小扰动，图 4-a 给出了数值模拟得到的扰动幅值的空间演化结果，图 4-b 给出了 $y = 0.22$ 处扰动速度 u' 随 x 的变化曲线，与线性理论预测结果吻合得很好。

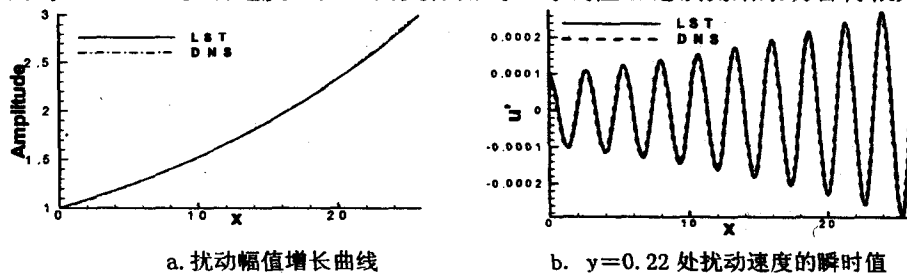


图4 小扰动沿流向的演化

这一结果表明, 虽然尖锥边界层流存在着一定的锥面法向速度, 但由平行流假设得到的线性理论是可以给出小扰动的幅值及相位的演化规律的。

2. 有限幅值扰动的演化

当扰动幅值增长到很大时, 非线性作用将明显增强。本文在入口引入幅值 $a=0.02$ 的 T-S 波扰动, 来研究流场演化过程中的非线性作用。图 5 给出了扰动的空间演化情况。可以看出, 扰动的幅值演化明显比线性理论的结果偏小, 扰动速度也上下不对称了, 这表明与基本流相比, 周期平均流有了明显的修正。

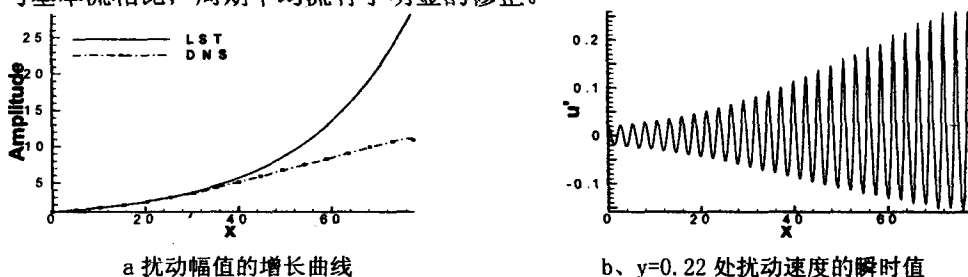


图 5 有限幅值扰动沿流向的演化

图 6 给出 $x=68$ 处数值模拟的扰动剖面与线性理论得到的特征函数的比较, 这里扰动的幅值已经增长到 0.17。可以看出扰动沿法向的分布, 特别是扰动温度有了很大的变化。

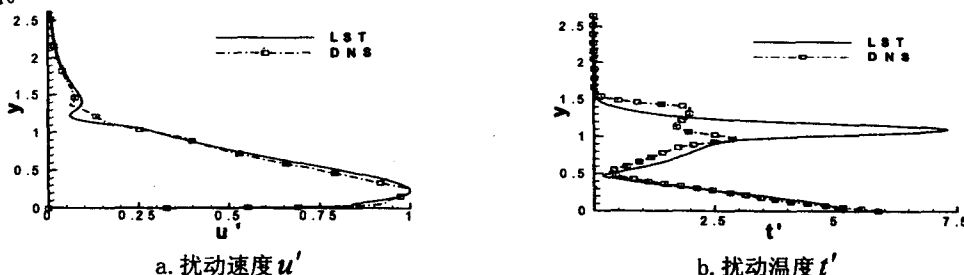


图 6 有限幅值扰动剖面与线性理论结果的比较

由于非线性作用, 扰动会激发出高次谐波, 图 7 给出 1~4 次谐波的幅值演化曲线, 可以看出, 高次谐波特别是 2 次谐波的幅值已经比较大了, 其影响已经不能忽略了。

3. 关于小激波的研究

当扰动增长到一定幅值的时候, 超音速平板边界层中会出现小激波^{[2][3]}。本文特别研究了尖锥边界层中是否也会出现小激波。

流场中的小激波为运动激波, 因此, 在流场中相对马赫数 $\bar{M} = (u - u_s) \cdot M_\infty / T^{1/2}$ 跨越 1 的点处才有可能存在激波。其中 M_∞ 为计算域上边界处的马赫数, u_s 为激波的运动速度。为了简单, u_s 取为流场中扰动的相速度。图 8 是入口引入幅值 $a=0.05$ 的 T-S 波扰动,

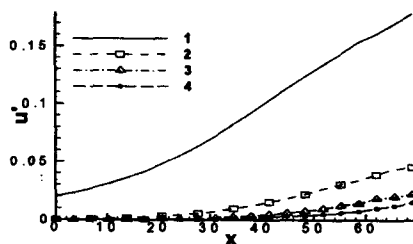


图 7 非线性作用下各次谐波的幅值

在某一时刻的相对马赫数跨越1的点的分布，小激波可能在这一区域出现。

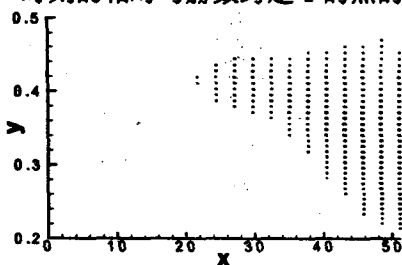
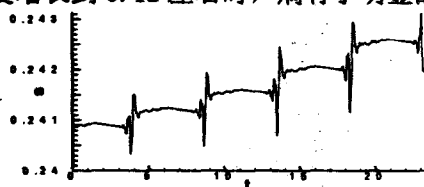


图8 相对马赫数跨越1的点

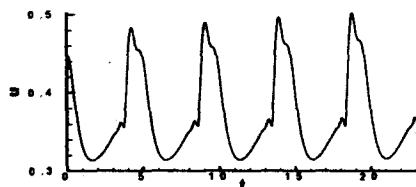


图9 质点熵随时间的变化曲线

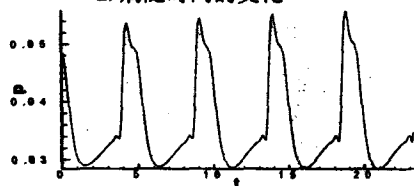
为了验证这一区域的确存在小激波，还需考察流体质点熵的变化。选取某一时刻位于 $x=17.3$, $y=0.406$ 处的流体质点(此处幅值为 0.075)，考察其位置、速度及熵随时间的变化。图9给出计算结果，可以看出开始扰动比较小，熵的变化比较平缓。当扰动速度增长到 0.12 左右时，熵有了明显的跳跃。



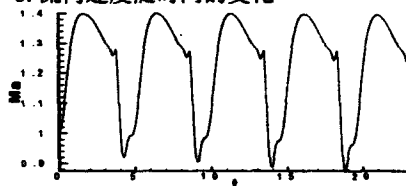
a. 熵随时间的变化



b. 流向速度随时间的变化



c. 压力随时间的变化



d. 相对马赫数随时间的变化

图10 跟踪某一质点的各物理量随时间的变化

图10给出了扰动幅值已经增长到 0.18 左右，熵跳跃时，各物理量随时间的变化情况。可以发现在熵跳跃的地方速度 u 与压力 p 都有突然的跳跃，相对马赫数也从 1.3 突降到 0.9，可见熵跳跃处体现了激波的性质。因此，我们认为在熵跳跃的地方是小激波。

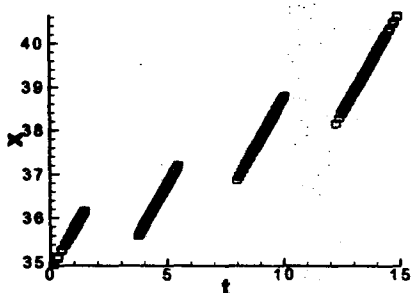


图11 小激波位置随时间的变化

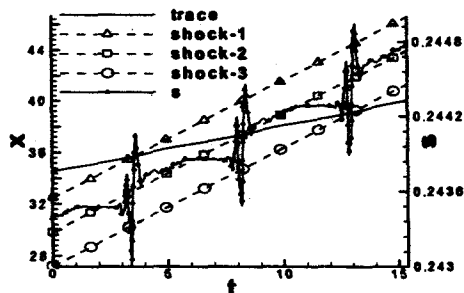


图12 小激波，质点的运动及熵的变化