

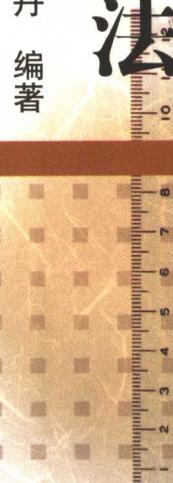


高中新课程教师教育系列教材

高中数学

新课程教学法

钱珮玲 马波 郭玉峰 张丹 编著



高中新课程教师教育系列教材

高中数学新课程教学法

钱珮玲 马 波 编著
郭玉峰 张 丹

高等教育出版社

内容提要

为帮助一线中学数学教师、数学教研员以及未来的中学数学教师更加深入地学习、理解《普通高中数学课程标准(实验)》，切实、有效地把握高中数学新课程的结构、内容以及在教学方面的定位和要求，帮助教师解惑释疑，提高数学新课程的实践能力，我们编写了这本《高中数学新课程教学法》。本书从国际数学课程改革的发展趋势，我国数学课程的发展历程，新课程数学教学的理念、数学教学的设计、数学学习的策略，如何把握好新课程的内容、要求与变化，如何进行新课程的评价，新课程中教师的专业发展方向和途径等几个方面做了思考和分析，对高中数学教学内容按照必修和选修的不同模块做了具体内容的教学设计和评析。与以往同类数学教育教材相比较，本书具有自身的特点和发展。主要体现在更具有整体性、思想性；既有针对性，又有普适性，还具有一定的开放性。希望本书能指引广大数学教育工作者进行数学新课程的教学，也希望本书是帮助教师成长的一个好的载体。

本书可作为一线高中数学教师实施新课程的继续教育教材，也可作为师范院校数学教育专业的本科生、研究生的教材，还可以作为中学数学教育研究人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

高中数学新课程教学法/钱珮玲等编著. —北京:高等
教育出版社, 2007.3

ISBN 978 - 7 - 04 - 020689 - 0

I. 高 ... II. 钱 ... III. 数学课 - 教学法 - 高中
IV. G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 021610 号

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010 - 58581118
社 址	北京市西城区德外大街 4 号	免费咨询	800 - 810 - 0598
邮政编码	100011	网 址	http://www.hep.edu.cn
总 机	010 - 58581000		http://www.hep.com.cn
经 销	蓝色畅想图书发行有限公司	网上订购	http://www.landraco.com
印 刷	北京未来科学技术研究所 有限责任公司印刷厂		http://www.landraco.com.cn
		畅想教育	http://www.widedu.com
开 本	787 × 960 1/16	版 次	2007 年 3 月第 1 版
印 张	21	印 次	2007 年 3 月第 1 次印刷
字 数	390 000	定 价	24.20 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 20689 - 00

前　言

在进入 21 世纪之时,我国开始了新一轮的基础教育课程改革。随着义务教育课程改革的进一步深化,于 2004 年秋季启动了普通高中课程改革的实验,普通高中课程改革是基础教育改革的重要组成部分。由于这次改革的力度较大,对学校工作的观念、制度、师资、资源,对教师的教和学生的学,都提出了很大的挑战。

高中数学课程作为高中课程的重要组成部分,随着高中课程改革的推进,将有越来越多的一线教师、教研员和未来的教师面对新的数学课程。为了使广大数学教育工作者对数学新课程改革的背景、新课程的内容和要求、新课程的教学有一个基本了解,我们从国际数学课程改革的发展趋势,我国数学课程的发展历程,新课程数学教学的理念、数学教学的设计、数学学习的策略,如何把握好新课程的内容、要求与变化,如何进行新课程的评价,新课程中教师的专业发展方向和途径等几个方面作了思考和分析,希望能有助于对新课程的进一步认识,有助于新课程的实施和推进。

在两年来新课程的实施中,广大一线教师表现出了对新课程的期待和热情,同时也面临着种种挑战,存在着困惑和疑虑。尤其是如何把握好课堂教学——既能继承和发扬我国数学教学的优良传统,又要体现新课程的理念,改进教师的教和学生的学。这是新课程实施中必须面对和解决的现实问题,也是课程改革成败的重要方面。

针对新课程实施中数学课堂教学已经和将会遇到的困惑和问题,帮助一线教师、教研员和未来的教师在学习《普通高中数学课程标准(实验)》(以下简称“课标”)和《普通高中数学课程标准(实验)解读》(以下简称“解读”的基础上,更为切实、具体地把握数学新课程的结构、内容以及在教学方面的定位和要求,帮助教师解惑释疑,提高数学新课程的实践能力,我们编写了这本《高中数学新课程教学法》。

本书与以往同类数学教育教材相比较,具有自身的特点和发展。主要体现在更具有整体性、思想性;既有针对性,又有普适性,还具有一定的开放性。

本书高屋建瓴地站在对数学整体认识的高度,充分考虑高中数学知识的整体性和思想性,无论是对必修课程的教学,还是选修课程的教学,对教学内容定位和要求的分析,对教学案例的设计等等,都是从知识结构入手给出知识结构框

图,从整体教学要求给出教学过程框图。在学习知识的同时,有意识地渗透或明确知识中蕴涵的思想方法。使学生对数学整体,对一节课的学习对象和内容,对一个单元的学习对象和内容有一个整体认识;使学生在学习知识的同时,感受、体验、提炼基于具体知识又高于具体知识的数学思想方法。这是对数学教学的一种高境界的要求,也是为了体现新课程对数学教学的要求,这是本书在对教学立意方面的一个新的发展。

与此同时,我们既考虑到新课程实施中所面对的共性问题,力求使本书的内容具有针对性。例如,如何把握新增内容、如何理解并处理好对原有内容在要求和处理上的变化等问题,是教师容易感到困惑和容易延续《全日制普通高级中学数学教学大纲(试验修订版)》(以下简称“大纲”)要求进行教学的共性问题。对此,我们在新课程内容定位和要求中,在教学案例的评析中,都会作出相应的更为深入的解读。又考虑到因教育对象的不同和教师情况的差异,考虑到不同地区、不同学生的认知差异和不同版本的高中数学实验教材,在教学案例的设计中,在问题的设计上,在例子的选择上,都尽量具有普适性,便于教师的运用。另一方面又具有一定的开放性,给出的是教学设计形式,而不是教案形式。希望留给教师再创造的空间,希望我们的教师在面对新的挑战时有自己的思考和创新,在实践中不断提升自己的数学水平和教学水平,也希望能对如何评价数学课堂的教学有一个新的角度和新的思路。希望本书能指引广大数学教育工作者进行数学新课程的教学,也希望本书是帮助教师成长的一个好的载体。

按新课程的要求编写相应的教材是一种新的尝试,限于我们的水平,书中会有不妥和谬误之处,恳切地期望广大教师和读者提出建议和批评。让我们一起携手,为新课程的推进作出新的贡献!

本书第3章的第1节、第4章的4.2.2、第5章的5.2.2、第6章的6.2.2、6.2.6和第8章由马波撰写,第1章、第3章的第2节、第4章的4.2.5和第5章的5.2.1由郭玉峰撰写,第4章的4.2.4和第5章的5.2.5由张丹撰写,其他内容由钱珮玲撰写。全书由钱珮玲确定框架体系,并对全书作了修改和统稿。

衷心感谢高等教育出版社基础教育与教师教育分社领导的大力支持,衷心感谢张忠月编辑的热情帮助!

钱珮玲
2006年9月3日

目 录

第1章 面向21世纪的国际高中数学新课程	1
第1节 面向21世纪的美国高中数学新课程	2
1.1.1 美国高中数学课程标准的制订背景	2
1.1.2 面向21世纪的美国高中数学课程标准	3
1.1.3 分析与启示	8
第2节 面向21世纪的日本高中数学新课程	11
1.2.1 日本的教育情况简介	11
1.2.2 面向21世纪的日本高中数学学习指导要领	13
1.2.3 分析与启示	19
第3节 面向21世纪的俄罗斯高中数学新课程	21
1.3.1 俄罗斯的数学教育	21
1.3.2 面向21世纪的俄罗斯高中数学教育标准	22
1.3.3 分析与启示	26
第4节 面向21世纪的国际高中数学新课程发展趋向	28
1.4.1 国际高中数学新课程的两种类型	28
1.4.2 面向21世纪的国际高中数学新课程的选择性	28
1.4.3 面向21世纪的国际高中数学新课程的内容	29
1.4.4 分析与启示	30
第2章 走进我国高中数学新课程	33
第1节 我国数学课程的发展	34
2.1.1 简单的历史回顾	34
2.1.2 对我国数学课程现状的认识	36
2.1.3 国内外数学课程的发展趋势	40
第2节 高中数学新课程教学的基本理念	41
2.2.1 对数学教学的再认识	41
2.2.2 新课程理念下的数学教学	48
第3节 高中数学新课程的结构和定位	60
2.3.1 高中数学新课程的框架结构及其特点	60

目 录

2.3.2 必修课程的构成及其整体定位	62
2.3.3 选修系列1、2的构成及其整体定位	63
2.3.4 选修系列3、4的构成及其整体定位	63
2.3.5 如何组织学生选择课程	64
第3章 高中数学新课程的教学设计与学习策略	65
第1节 高中数学新课程的教学设计	66
3.1.1 教学设计概述	66
3.1.2 普通高中数学新课程的教学设计的特点	76
第2节 高中数学新课程的学习策略	77
3.2.1 面向高中数学新课程的学习策略	77
3.2.2 几种具体的数学学习策略	81
第4章 高中数学新课程必修课程的教学	87
第1节 必修课程的内容、要求与变化	88
4.1.1 必修课程的内容及其整体定位	88
4.1.2 必修课程内容的要求与变化	88
第2节 必修课程的教学设计与评析	100
4.2.1 函数内容的教学设计案例与评析	100
4.2.2 几何内容的教学设计案例与评析	122
4.2.3 算法初步内容的教学设计案例与评析	138
4.2.4 统计、概率内容的教学设计案例与评析	143
4.2.5 数列、不等式、解三角形内容的教学设计案例与评析	156
第5章 高中数学新课程选修课程系列1、2的教学	171
第1节 选修课程系列1、2的内容、变化与要求	172
5.1.1 选修课程系列1、2的内容及其整体定位	172
5.1.2 选修课程系列1、2内容的要求与变化	173
第2节 选修课程系列1、2的教学设计与评析	184
5.2.1 常用逻辑用语内容的教学设计案例与评析	184
5.2.2 几何内容的教学设计案例与评析	192
5.2.3 推理与证明、框图内容的教学设计案例与评析	199
5.2.4 微积分内容的教学设计案例与评析	208
5.2.5 计数原理、统计案例、概率内容的教学设计案例与评析	213
第6章 高中数学新课程选修课程系列3、4的教学	231

第1节 选修课程系列3的实施	232
6.1.1 设置选修课程系列3的意图	232
6.1.2 数学史选讲的教学	232
6.1.3 信息安全与密码的教学	235
6.1.4 球面上的几何的教学	238
6.1.5 对称与群的教学	243
6.1.6 欧拉公式与闭曲面分类的教学	245
6.1.7 三等分角与数域扩充的教学	249
第2节 选修课程系列4的实施	252
6.2.1 设置选修课程系列4的意图	252
6.2.2 几何证明选讲的教学	252
6.2.3 矩阵与变换的教学	256
6.2.4 数列与差分的教学	259
6.2.5 坐标系与参数方程的教学	263
6.2.6 不等式选讲的教学	265
6.2.7 初等数论初步的教学	270
6.2.8 优选法与试验设计初步的教学	273
6.2.9 统筹法与图论初步的教学	279
6.2.10 风险与决策的教学	282
6.2.11 开关电路与布尔代数的教学	284
第7章 高中数学新课程的评价	289
第1节 高中数学新课程评价的基本理念	290
7.1.1 促进学生的发展是高中数学新课程评价的基本出发点	290
7.1.2 高中数学新课程关注学生对数学价值和数学教育价值的认识	291
7.1.3 高中数学新课程的结构变化要求多种评价方式	291
第2节 高中数学新课程应注重学习过程的评价	293
7.2.1 数学课程的特点和学生的学习心理要求注重学习过程的评价	293
7.2.2 学习过程评价的内容与方式	296
第3节 高中数学新课程对基础知识、基本技能和能力的评价	300
7.3.1 对数学基础知识的评价	300
7.3.2 对数学基本技能和能力的评价	303
第8章 高中数学新课程与高中数学教师的专业发展	307
第1节 高中数学新课程与高中数学教师的素养	308

8.1.1 普通高中数学新课程的特点	308
8.1.2 普通中学数学教师的专业素养	309
第2节 高中数学教师专业发展的途径	313
8.2.1 教师在职培训	314
8.2.2 中学数学教师专业发展的其他途径	321
参考文献	323

第 1 章

面向 21 世纪的国际高中数学新课程

- 面向 21 世纪的美国高中数学新课程
- 面向 21 世纪的日本高中数学新课程
- 面向 21 世纪的俄罗斯高中数学新课程
- 面向 21 世纪的国际高中数学新课程发展趋向

改革开放以来,我国基础教育取得了辉煌成就,基础教育课程建设也取得了显著成绩。但是,我国基础教育总体水平还不高,原有的基础教育课程已不能完全适应时代发展的需要。为贯彻《中共中央国务院关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》(中发[1999]9号)和《国务院关于基础教育改革与发展的决定》(国发[2001]21号),教育部决定大力推进基础教育课程改革,调整和改革基础教育的课程体系、结构、内容,构建符合素质教育要求的新的基础教育课程体系。新一轮的基础教育课程改革从上世纪90年代末启动,涉及幼儿教育、义务教育和普通高中教育。

普通高中数学课程改革从2000年开始正式启动,同年6月开始正式研制普通高中数学课程标准。经过三年的研制和反复研究、修订,2003年4月,教育部颁布了《普通高中数学课程标准(实验)》,这也标志新一轮高中数学课程改革实验的开始。实验到现在为止已经有两年时间了,新一轮课程改革中存在的问题是什么?如何解决这些问题?本书旨在通过对高中数学新课程中具体内容教学的探讨,更好地推动课程改革的实施和进行。

不断的变革是数学教育的自然本质。进入21世纪以来,随着社会和科学技术的进步,数学学科的发展,世界各国对数学教育进行了新的思考和改革,世界范围内的数学教育改革在不同时间、不同地点,以不同规模展开。我国这次的新一轮课程改革是在思考自己优势和不足的情况下,同时也借鉴国际数学教育改革的成果,以更好地促进我国的数学课程改革。以下,我们通过几个主要国家的数学教育和数学课程改革情况,对面向21世纪的国际高中数学新课程发展趋向作出分析和思考。

第1节 面向21世纪的美国高中数学新课程

1.1.1 美国高中数学课程标准的制订背景

美国没有全国统一的国家数学课程标准,各地方可以自行制订与管理。因此,美国也没有全国统一高考,绝大多数高中毕业生可以升入大学。美国的教育制度大多由当地部门做出决策,由此带来的问题是,由于美国各地对学生有不同要求,如何来评价他们的学生已经达到了相应的要求呢?如何在一定程度上达到统一要求呢?20世纪80年代前后,美国参与“第二次国际数学教育比较研究”(The Second International Mathematics Study),在参与的二十多个国家和地区中,美国排最后几位,特别是韩国、日本和中国香港学生的成绩都好于美国。他

们通过比较研究发现,成绩最好的国家或地区都有全国(或全地区)统一的大纲或课程,而美国没有。20世纪80年代中期,作为一个民间专业团体的美国数学教师协会(National Council of Teacher of Mathematics,简称NCTM^①)决定成立一个委员会来提出课程标准。经过几年的努力,于1989年出台了《学校数学的课程与评价标准》(Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics),在一定程度上起到了统一要求的作用,这一标准的出台引起了较大反响,主要表现在:(1)该标准被翻译成多种文字;(2)其他学科纷纷仿效数学课程标准,制订相应的课程标准(如,美国的科学标准);(3)美国各州也相应形成了各自的数学内容框架;(4)此成果获全美教育研究会颁发的奖项;(5)美国教育期刊中的许多文章引用了这一文件,被引用率首屈一指。以后多数地方的数学课程标准基本上是以NCTM提出的原则与标准为依据的。

随后,NCTM又分别于1991年、1995年发布了《数学教学职业标准》(The Professional Standards for Teaching Mathematics)和《学校数学评价标准》(The Assessment Standards for School Mathematics)。随着这些标准的相继发表,美国联邦政府花费了大量的财力、人力来培训教师,让他们熟悉标准中的观念,掌握其要旨,懂得如何付诸于教学实践。于是,人们期待美国数学教育有一个很大的提高。然而,“第三次国际数学和科学研究”(TIMSS)的研究结果显示,美国学生的表现与人们的期望相距甚远。其中,8年级和12年级的测试成绩远远低于其他国家,4年级也只达到了国际平均水平,因而批评意见纷至沓来。有批评者认为以前出版的这些标准足以让人产生这样几种误解:忽视基本计算,对问题仅有近似解答就足够了,数学教学只有唯一正确方法,有标准记号的教材就是支持改革的,没有有效的研究结果支持改革等等。除此之外,也有人认为,这些标准让人所产生的误解还包括:具体经验能自动导致抽象,现代技术在数学中的使用等于教学改革。针对以上批评意见,NCTM认为“标准”应不断加以改进和完善。于是,从1996年起他们开始着手制订《学校数学的原则和标准》。1998年10月,NCTM在网上发布了长达334页的《学校数学的原则与标准(讨论稿)》(Principles and Standards for School Mathematics: Discussion Draft),规划了美国21世纪的数学课程,这一标准在2000年4月正式颁行。

1.1.2 面向21世纪的美国高中数学课程标准

2000年美国国家数学课程标准的特点是:第一,依据一定的原则为基础,这

^① NCTM创建于1923年,是一个致力于改进从幼儿园到12年级数学教学的数学教育专业组织,近年来主要进行数学课程标准的制订和数学教师的职业化培训,是美国教育界最具影响力的专业组织之一。

些原则包括公平性、课程、教学、学习、评估和技术原则,这些原则是美国21世纪数学课程改革的指导思想。第二,改变了过去通行的6—3—3学制,改为分学段设置,共分四个学段,分别是幼儿园—2年级,3年级—5年级,6年级—8年级,9年级—12年级,体现了从幼儿园到高中一贯的基本思想。高中实行四年制,即第四个阶段9年级—12年级。第三,强化了对教师的指导。这是以往课程标准中所没有的,也是这一次课程标准的重点之一。第四,强调科学技术在数学课程中的重要地位,强调科学技术与数学教学过程相结合,并提供大量电子版的数学例子,使教师懂得怎样在教学实践中去运用信息技术。

2000年美国学校数学课程标准描述了一个全面的、充满雄心的学校数学教学目标,其中前五个标准提出了有关数学内容领域的目标,即数及其运算、代数、几何、度量、数据处理与概率;后五个标准提出了有关过程性领域的目标,即问题解决、数学推理和证明、数学交流、数学联系、数学表述。

有关数学内容领域的目标,由2~4个对所有学年段都适用的特定目标以及各学年段的具体要求组成。有关过程性领域的目标,主要通过具体例子刻画各学年段的内容以及教师在实现这些内容过程中的作用。尽管这些目标内容也适用于各学年段,但每个学年段还是各有侧重。其中数学内容领域的目标:

1. 数及其运算

这一部分的核心是发展数的意识。

(1) 理解数和数的表示方式;

深刻理解很大的和很小的数以及它们的各种表征;

比较和对照各种数和数系的性质;

理解向量和矩阵作为系统具有实数系的某些性质;

用数论的知识论证整数间的关系。

(2) 理解运算的意义以及彼此之间的联系;

判断像乘、除、幂、求方根一类运算对数值的影响;

理解向量及矩阵的加法和乘法的性质和表征;

理解作为计数方法的排列及组合。

(3) 流利地计算并作出合理的估计;

熟练掌握对实数、向量及矩阵的运算,包括用心算和笔算处理简单情况,用科技手段处理较复杂的问题;

判断数字计算和答案的合理性。

2. 代数

强调量之间的关系变化,模式的使用,针对现象建立数学模型,对变化进行数学研究。

(1) 理解模式、关系和函数;

用显示方法定义或递归形式定义的函数归纳模式；

理解关系和函数，并能合理选用和灵活地转换其各种表征形式；

通过研究截距、零值、渐近线以及局部和整体的变化来分析一元函数的性质；

理解和施行诸如算术合成、复合、求逆等常用函数的变换，对较复杂的符号表达式则用科技手段来施行这些变换；

理解和比较包括指数函数、多项式函数、有理函数、对数函数及周期函数在内的不同类型的函数性质；

解释二元函数各表征的含义。

(2) 使用代数系统表示和分析数学情境和数学结构；

理解代数表达式、方程、不等式及关系的等价形式和意义；

书面表达方程、不等式及方程组的等价形式并熟练解之——以心算或笔算解简单的题而应用科技手段解所有的问题；

用符号代数表征和解释数学关系；

用各种符号形式包括递归和参数形式，表示函数和关系；

评价和识别包括使用科技手段所得到的符号运算的结果、意义、作用及合理性。

(3) 用数学模型表达和解释数量关系；

确定一个情境中关键的数量关系并找出为这一关系建模的一类或几类函数；

用包括迭代和递归符号表达式表征在各种情况下所引申出的关系；

对被模型化的问题情境作合理的结论。

(4) 分析不同背景(context)的变化；

用图像和数字形式的数据来逼近和理解变化率。

3. 几何

(1) 分析二维和三维几何图形的特征和性质，进行几何关系的讨论；

分析和弄清二维空间和三维空间中物体的性质和特点；

调查二维和三维空间中不同的几何物体之间的关系(包括全等和相似)，提出和检验有关假设，并解决有关问题；

用演绎支持几何假设的可靠性、证明定理以及评判他人的论据；

用三角关系式确定长度和角。

(2) 使用坐标和其他几何系统进行空间定位和空间关系的描述；

使用笛卡儿坐标系和其他坐标系，如航海系统、极坐标或球面坐标系来分析几何问题；

检验对使用笛氏坐标的二维和三维空间中的物体提出的假设，解决有关

问题。

(3) 运用变换和对称分析数学情景；

使用草图、坐标、向量、函数记号以及矩阵来理解和表示平面上物体的平移、反射、旋转和伸缩变换；

使用各种方法领会简单变换及其复合的效果。

(4) 应用空间直观、几何推理和建模来解决问题；

使用各种工具描绘和构造二维和三维空间中几何物体的多种表示；

从各种透视角度想象三维空间物体，分析它们的剖面；

使用图来模拟问题和解决问题；

使用几何模型来深入理解和解决其他数学领域的问题；

使用几何思想来深入理解和解决其他学科以及像艺术和建筑这样有趣的领域里的问题。

4. 度量

(1) 理解物体的可测量性、单位、系统和测量过程；

能对涉及度量的问题合理选择单位和比例长度。

(2) 运用合适的技术、工具和公式进行测量；

在度量时，分析精密度、准确度和近似误差；

理解和运用包括锥体、球体和柱体在内的几何图形的面积公式、表面积公式和体积公式；

应用逐次逼近、上下界和极限等非正式概念于度量情境中去；

运用单位分析来检验度量计算。

5. 数据处理与概率

(1) 形成以数据表述的问题，收集、组织、使用相关的数据来进行回答；

理解各种研究之间的差别和哪些推论可以合乎逻辑地从某种研究中得出；

了解经过良好设计的研究的特点，包括随机选择在问卷调查和实验中的作用；

理解度量数据和分类数据的意义，单变量数据和双变量数据的意义以及变量一词的意义；

理解直方图、平行框图以及散点图，并用它们显示数据；

计算基本统计量，理解统计量和参数之间的差别。

(2) 选择、使用适当的统计方法分析数据；

对于单变量数据，能表征其分布，描绘其形状，并且能确定计算哪些概括性的统计量；

对于双变量数据，能做出散点图，描绘其形状，并用科技工具确定回归系数、回归方程以及相关系数；

显示和讨论至少有一个变量是分类变量的双变量数据；

认识对单变量数据进行的线性变换是如何影响有关数据显示的形状、中心以及分布的；

确定双变量情形中的趋势，找出模拟数据的函数或者变化数据使之可以被模拟。

(3) 发展和评价基于数据的推断和预测；

用模拟方法研究从已知总体中得到的样本统计量的变异性，并作出样本分布图；

领会样本统计量是如何反映样本参数的，并且利用样本分布作为非正式推断的基础；

通过检查研究设计和数据分析的恰当与否以及结论的效度，评价根据有关数据得出的研究报告；

理解基本统计技术是如何用在工作场所来进行质量监督的。

(4) 理解和应用概率的基本概念；

理解样本空间和概率分布的概念，对简单的情形会构造样本空间的分布；

应用模拟方法来构造经验概率的分布；

对于简单的情形，会计算和解释随机变量的期望值；

懂得条件概率和独立事件的概率；

掌握怎样计算一个复合事件的概率的方法。

以上我们了解了美国高中学生需要掌握的数学内容领域的目标，另外，还有以下过程性领域的要求：

1. 问题解决

- (1) 通过问题解决形成新的知识；
- (2) 解决数学或其他情境中出现的问题；
- (3) 采取各种策略解决问题；
- (4) 监控和反思数学问题解决的过程。

2. 数学推理和证明

- (1) 意识到推理和证明是数学的重要方面；
- (2) 进行猜想，并作出证明；
- (3) 进行论证、证明，并进行评价；
- (4) 选择不同的推理和证明方式。

3. 数学交流

- (1) 通过交流，组织和巩固数学思维；
- (2) 与同学、教师和其他人进行清楚的数学交流；
- (3) 分析和评价别人的数学思维和策略；

(4) 使用数学语言确切地表述数学思想。

4. 数学联系

(1) 认识并且运用各种数学思想方法之间的联系；

(2) 理解数学思想方法是如何相互联系并且相互依赖形成一个和谐的整体；

(3) 在数学以外的领域认识和使用数学。

5. 数学表述

(1) 创造和利用各种数学表征来组织、记录和交流数学观念；

(2) 选择、运用、转换问题的表征以解决问题；

(3) 应用表述来对物理、社会和数学现象进行解释和建模。

1.1.3 分析与启示

上面我们简要介绍了美国高中数学课程标准的制订背景及面向21世纪的美国高中数学新课程，那么，美国的高中数学新课程有哪些特点？它们对我国高中数学新课程的教学又有哪些影响呢？

一、美国高中数学新课程的特点

美国高中数学新课程的特点主要表现在以下两个方面：

1. 增加数学课程内容深度，拓宽已有高中数学学习内容

“数学是打开机会大门的钥匙。现在数学不再仅仅是科学的语言，它也以直接的和基本的方式为商业、财政、保健和国防作出贡献。它为学生打开职业大门；它使国民能够作出有充分依据的决定；它为国家提供技术经济竞争的学问。为了充分参与未来世界，美国必须开发数学的力量。”“在今天的美国，掌握数学变得比以往任何时候都重要，那些很好地掌握了数学的学生在学术和职业上就有了更大的优势。”1994年3月美国总统克林顿签署《美国2000年教育目标法》，明确提出美国数学和科学的国家教育目标，“到2000年，美国学生应该在数学和科学成绩上占据世界首位。”由此可见，美国各界对数学给予了充分的重视。而且，从国际教育成就评价协会(the International Association for the Evaluation of Educational Achievement, 简称 IEA)组织的三次国际测试成绩^①来看，美国的数学教育和科学教育总体呈上升趋势。

从1995年的第三次国际数学和科学评测(Third International Mathematics and Science Study, 简称 TIMSS)开始，美国数学教育界根据国际测试的结果并比较了各参与国情况，对本国数学教育进行了反思，2000年美国课程标准在以下

^① 第一次国际科学评测(20世纪60年代初)、第二次国际数学评测和科学评测(20世纪80年代初)、第三次国际数学和科学评测(简称 TIMSS, 1995年、1999年、2003年)。