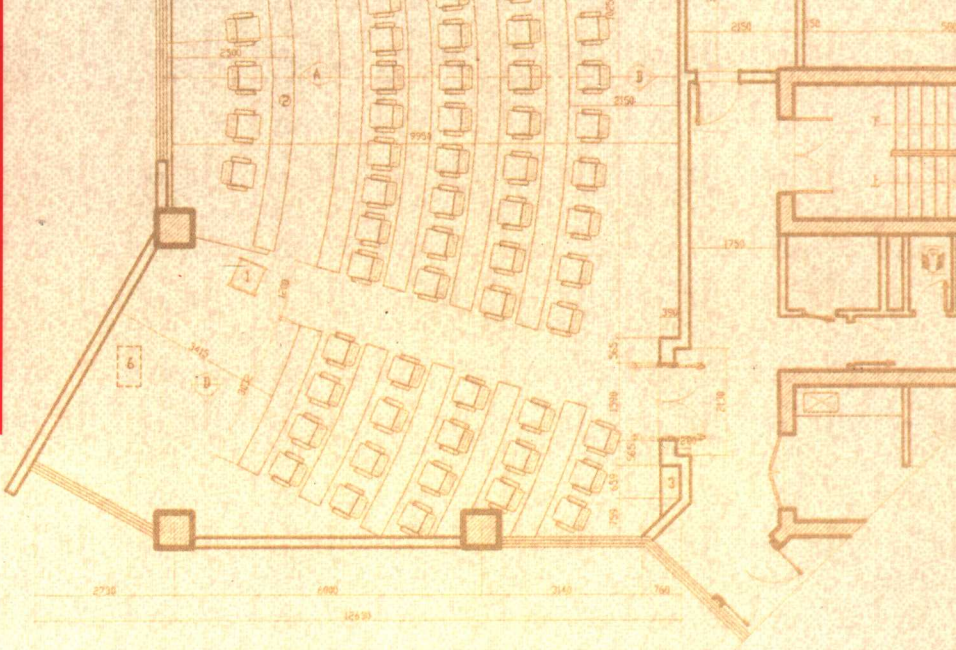
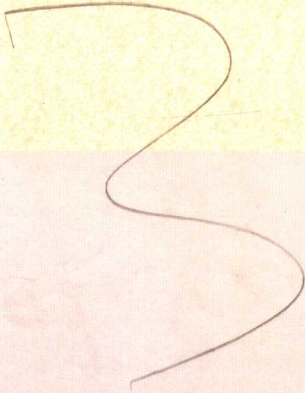




力学建模导论

卓家寿 邵国建 武清玺 黄 丹/著



 科学出版社
www.sciencep.com

TU311/83

2007

力学建模导论

卓家寿 邵国建 著
武清玺 黄 丹

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书阐述了力学建模在科学研究和工程应用中的重要性,介绍了工程结构中力学分析研究的常用模型,归纳了力学建模的因素、仿真策略、建模的内涵和检验标准,提出了力学仿真建模四准则、合理简化的利用以及数值仿真科学离散的原则,在此基础上,进一步就线性与非线性、连续介质与不连续介质、静力与动力、确定性与不确定性等不同类别问题的数值仿真细则和计算方法展开了较为深入的分析,给出了提高模型性能和质量仿真措施。此外,为求获得新的启示,书中还介绍了新近兴起的五种数值模型,以飨读者。

全书由六个模块组成,层次分明,重点突出,自始至终贯穿了建模仿真思想,联系工程实际紧密,深入浅出,便于自学,有利于培养和激发创新意识。

本书可作为高等院校相关工科研究生和工程力学专业的教科书或教学参考书,亦可供有关科研、设计和工程部门的科技工作者参考。

图书在版编目(CIP)数据

力学建模导论/卓家寿等著. —北京:科学出版社,2007

ISBN 978-7-03-020464-6

I. 力… II. 卓… III. 工程结构—结构力学—系统建模

N. TU311

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 160157 号

责任编辑:杨家福 / 责任校对:刘彦妮

责任印制:吕春珉 / 封面设计:耕者设计工作室

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

双青印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2007 年 11 月第 一 版 开本: B5(720 × 1000)

2007 年 11 月第一次印刷 印张: 14 1/4

印数: 1—3 000 字数: 273 000

定价: 35.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换〈新欣〉)

销售部电话 010-62136131 编辑部电话 010-62137026(BA08)

前 言

力学建模是联结力学与工程应用最为重要的纽带,也是力学应用通向工程技术进步的一座桥梁,其重要性是毋庸置疑的。基于这点共识,有关工科高校在步入21世纪之际纷纷开设了力学建模的讲座或课程,提出了编写教材的要求。

力学建模的研究成果十分丰富,是伴随力学及其应用的发展而不断充实的,往往散见于有关力学和工程应用的文献中,鲜有见到系统地集中论述力学建模的专门论著,这就给力学建模教材的编写带来了相当大的难度。面临这种挑战,作者在总结前人和自身多年来科研成果的基础上,通过八轮的教学实践和多次易稿,终于给出了一部有系统理论可依、有公认准则可循和有科学方法可操作的《力学建模导论》书稿,权当教材试用。作为初次尝试,期望能起到抛砖引玉的作用。

本书介绍了工程结构中力学分析研究的常用模型,阐述了力学建模的因素和仿真对策、建模内涵和检验标准,提出了力学仿真建模四准则、合理简化的利用以及数值仿真科学离散的原则,在此基础上,进一步就线性与非线性、连续介质与不连续介质、静力与动力、确定性与不确定性等不同类别问题的数值仿真建模细则和计算方法展开了较为深入的分析,给出了提高模型性能质量的仿真措施。此外,为获得新的启示,书中还介绍了新近兴起、发展势头正旺的若干数值仿真模型与分析方法,以飨读者。

全书共分六章。第1章是本书的引导性内容,论述力学建模仿真的理论、准则、简化与实施;第2章是本书的基础模块,以线性平衡这一最基本的问题为对象全面地介绍力学的三大定律(平衡律、协调律和本构律)、完全等价的三种数学描述(微分、积分和变分)以及相应的模型与计算方法;第3章是本书的主体模块,从导致问题非线性的源头因素入手,重点论述工程中五类非线性问题的个性仿真策略以及相适应的模型和算法;第4章和第5章是本书扩大应用的模块,分别介绍动力问题和不确定性问题的仿真建模;第6章则是本书启迪性的内容,介绍新近推出的若干高性能数值模型。

本书撰写分工如下:第1~4章由卓家寿教授撰写,博士后黄丹提供和整理算例;第5章由武清玺教授撰写;第6章由邵国建教授撰写。全书由卓家寿统稿。此外,参加本书打印和校核工作的有博士后黄丹、博士生秦剑峰和蒋群、硕士生任宜斌和盛超等。

本书的部分内容是在承担国家自然科学基金重点项目(No. 50539090)《深埋

长大引水隧洞和洞室群的安全与预测研究》课题研究中获得的新成果。本书的出版得到国家与江苏省重点学科“河海大学工程力学学科”建设基金的支持,作者在此谨致以深切的谢意。

由于力学建模尚无现成教材可供借鉴,更因作者水平有限,书中不尽如人意之处在所难免,敬请读者不吝指正。

卓 家 寿

2007 年 9 月于南京清凉山

目 录

前言

第 1 章 力学建模仿真	1
1.1 科学研究与建模	1
1.2 建模进展回顾	2
1.3 力学建模的要点	5
1.3.1 建模因素的分类与仿真对策	5
1.3.2 建模的标准	6
1.3.3 建模的内涵	7
1.4 力学模型的分类	8
1.5 数值仿真建模的准则.....	10
1.5.1 线弹性问题仿真建模的三准则	10
1.5.2 非线性问题仿真建模的四准则	10
1.5.3 仿真建模四准则的内涵	11
1.6 模型的合理简化.....	11
1.6.1 对称性的应用	12
1.6.2 Saint-Venant 原理的应用	13
1.6.3 线弹性体若干特性的应用.....	15
1.7 数值建模仿真的科学离散.....	17
1.7.1 足够多的单元	18
1.7.2 合理的单元布局	18
1.7.3 优良品质的单元形态	19
1.7.4 半无限地基计算范围的选取	20
1.8 小结.....	20
参考文献	21
第 2 章 线性平衡问题的仿真模型	22
2.1 平衡问题的提出.....	22
2.2 弹性体平衡问题的力学定律与力学建模.....	22
2.3 线性平衡问题的数学建模.....	23
2.3.1 线弹性体平衡问题的微分描述	23
2.3.2 线弹性体平衡问题的积分描述	24

2.3.3 线弹性体平衡问题的变分描述	25
2.4 线性平衡问题的数值仿真模型	26
2.4.1 有限差分法的离散模型和求解方法	27
2.4.2 有限单元法的离散模型和求解方法	30
2.4.3 边界单元法的离散模型和求解方法	34
2.5 小结	38
参考文献	39
第3章 非线性平衡问题的仿真建模	40
3.1 非线性问题的类别	40
3.1.1 几何非线性问题	40
3.1.2 材料非线性问题	41
3.1.3 接触非线性问题	41
3.1.4 变结构非线性问题	41
3.1.5 场耦合非线性问题	42
3.2 非线性平衡问题数值仿真建模的一般共识	42
3.3 材料非线性平衡问题的仿真建模	43
3.3.1 材料的本构方程必须满足自然物质共有的公理、原理和准则	44
3.3.2 完整的本构内涵应体现不同应力状态下的本构行为	44
3.3.3 科学地确定有关材料的力学(本构)参数	47
3.3.4 在材料非线性数值分析中要体现全过程的本构仿真	47
3.4 几何非线性平衡问题的仿真建模	53
3.4.1 不同参照坐标架描述的数学模型	54
3.4.2 TLD法增量有限元数值仿真模型	55
3.4.3 弹性稳定性中的初始屈服问题的数值仿真	58
3.4.4 几何非线性问题的简化	59
3.4.5 几何非线性或稳定问题有限元支配方程的解法	60
3.5 接触非线性问题的数值分析方法	62
3.5.1 接触状态的力学描述	62
3.5.2 接触面条件的数学描述	64
3.5.3 弹性接触问题的数学模型	65
3.5.4 接触问题的数值仿真建模与相应解法	67
3.6 场耦合非线性问题的数值仿真	78
3.6.1 裂隙渗流场的数学模型	79
3.6.2 裂隙岩体结构位移场的数学模型	80
3.6.3 裂隙岩体结构双场耦合问题的仿真建模	80

3.6.4 兼有裂隙和孔隙岩体的双场耦合问题的仿真建模	82
3.7 变结构非线性问题的建模	85
3.8 小结	89
参考文献	90
第4章 动力平衡问题的仿真建模	91
4.1 概述	91
4.2 动力平衡问题的力学原理与数学模型	92
4.2.1 基于 d'Alembert 原理导出的动力平衡微分表达式	93
4.2.2 基于虚功原理以积分形式描述的动力普遍方程	93
4.2.3 基于 Hamilton 原理的变分驻值条件表述的动力方程	95
4.3 线性动力问题的有限元模型与振型叠加法	96
4.4 非线性动力问题的增量模型与逐步积分法	100
4.4.1 Wilson- θ 法	101
4.4.2 Newmark- β 法	103
4.4.3 逐步积分法的统一模式	104
4.5 小结	106
参考文献	106
第5章 不确定性问题及其仿真建模	107
5.1 概述	107
5.2 结构计算中的不确定性及其概率模型	109
5.2.1 随机变量模型	109
5.2.2 随机过程模型	112
5.2.3 随机场模型	116
5.3 不确定性问题的可靠度分析	122
5.3.1 工程结构可靠性及其判别准则	122
5.3.2 结构可靠度与可靠指标	123
5.3.3 可靠指标的几何涵义	126
5.4 结构可靠性的仿真建模和常用计算方法	127
5.4.1 一次二阶矩法(数字特征模型)	127
5.4.2 梯度优化法(约束优化模型)	129
5.4.3 Monte Carlo 法(随机抽样模型)	130
5.4.4 响应面法(函数逼近模型)	133
5.5 结构体系可靠度分析	135
5.5.1 结构体系可靠度分析概述	135
5.5.2 结构体系可靠度分析的仿真建模	136

5.5.3	结构体系可靠度计算的常用方法	138
5.5.4	结构体系可靠度分析算例	142
5.6	随机有限元模型与方法	146
5.6.1	引言	146
5.6.2	摄动随机有限元法	147
5.6.3	Neumann 随机有限元法	148
5.6.4	验算点展开随机有限元法	149
5.6.5	Monte Carlo 随机有限元法	151
5.6.6	随机有限元法算例	151
5.7	小结	153
	参考文献	153
第6章	若干高性能的数值模型	156
6.1	广义位移有限元模型	156
6.1.1	引言	156
6.1.2	广义有限元的概念	157
6.1.3	平面问题的广义有限元	158
6.1.4	三维问题的广义有限元	160
6.1.5	广义有限元和传统有限元的联合运用及程序实施	163
6.1.6	算例分析	164
6.1.7	地下工程开挖计算的广义有限元法	169
6.1.8	结语	172
6.2	带转动自由度的内参型非协调元模型	172
6.2.1	引言	172
6.2.2	引入平面内转动自由度的泛函基础	173
6.2.3	带转动自由度的内参型非协调元模型	174
6.2.4	算例分析	177
6.2.5	结语	179
6.3	通用的板壳位移元模型	179
6.3.1	引言	179
6.3.2	平板弯曲单元	180
6.3.3	GSQ24 壳体单元	185
6.3.4	算例分析	186
6.3.5	结语	189
6.4	有限点离散模型与无单元法	189
6.4.1	引言	189

6.4.2	滑动最小二乘法	191
6.4.3	权函数的选择	193
6.4.4	变分形式和 Lagrange 乘子	194
6.4.5	实施方法	198
6.4.6	方程组的解法	199
6.4.7	算例分析	200
6.4.8	结语	202
6.5	数值流形元模型	203
6.5.1	引言	203
6.5.2	由有限单元结点和物体边界形成的有限覆盖	204
6.5.3	有限覆盖的覆盖函数、权函数和流形单元的位移函数	207
6.5.4	流形元法的平衡方程与单元劲度矩阵	209
6.5.5	单纯形积分	211
6.5.6	数值算例	213
6.5.7	结语	214
6.6	小结	214
	参考文献	215

第1章 力学建模仿真

1.1 科学研究与建模

世界上一切事物均是遵循着一定的客观内在规律运动和变化的,而事物之间又是彼此关联和相互制约的。无论是从宏观的天体到常规的物体,还是从细观的颗粒、纤维和晶体到微观的分子、原子和基本粒子,无一不是这样的。自然科学研究的物体如此,社会科学研究的的事件也如此。

科学的研究与发展离不开建模,客观事物变化规律的研究往往并不是直接罗列考察体真实的全部现象,而是通过科学抽象与合理简化、略去次要因素并抓住其本质特征而建立近似写照模型来进行分析研究的。换言之,科学就是通过对考察体的模型的研究和分析来揭示和阐明真实世界中根本性的客观规律,进而将其用于指导人类的工程实践和社会活动的。

建立一个科学的模型并非易事,需要经过观测和实验、理论分析和计算、判断和归纳以及实践检验和修正完善等一系列的过程才能完成。这就要求科技人员对所研究对象的专业和相关学科的基础均有相当深入的了解,尤其要掌握足够深度的数学知识。众所周知,考察体本身的变化规律与事物之间关联的规律往往蕴含着一定的数量关系,因此,建模过程中没有数学工具是万万不行的,任何学科专业问题的建模最终是要给出一个能够反映该考察问题本质的数学模型,这将是该学科走向精密化和科学化的一种标志。借助数学这个有效的工具,便可以深层地认识客观事物变化现象的本质,预测未来,促进科学研究的可持续发展和进步。当然,在强调数学建模重要性的同时,还应看到考察问题所涉及的专业知识和对相关学科的基础知识、分析判断和归纳的能力以及创新思维方法等诸方面的作用,倘若忽视了这一点,就有可能导致出现数学模型脱离所考察问题实际的危险。因此,建模研究必须综合运用有关专业、相关基础和数学的知识,不断地提高科研攻关的能力以及培养科学思维的方法,必要时甚至需要组织各类学科专业人员的联合攻关。

专门问题的建模往往包含各种层次的专业模型和数学模型的确定。例如在土木水利工程中的结构分析问题就含有地质模型、结构模型、材料模型、力学模型和数学模型等不同层次的建模研究,它们之间是相互关联的。依照上述层次顺序,可以认为前者是后者的基础,后者蕴含了前者。而在工程结构分析中所谓的力学建模常常包含了上述各层次模型的一体化研究。

力学建模根据研究手段或工具的不同可分为物理模型研究和数学模型研究

前者采用实验手段进行研究,如室内缩尺模型的相似实验、模拟模型的试验以及现场实验等;后者采用理论分析或数值仿真计算手段进行研究,如对考察问题的微分、积分或变分描述表达式的解析求解或数值求解。本书重点介绍工程结构分析问题数值求解的建模研究。

1.2 建模进展回顾

工程结构中最为关注的是建筑物的安全和适用问题,这就要求该结构建模能从力学角度入手提供强度、刚度和稳定性等诸方面的可靠保证,弄清该结构的力学行为和规律。力学中最基础的研究内容便是考察体在时间、空间中的位置变化(如移动、转动、流动、变形、振动、波动和扩散等),即物质的机械运动规律,这是物质运动的最基本形式。当然,物质运动还有其他的形式,如热运动、电磁运动、原子及其内部的运动以及化学运动等。在物体的运动中,机械运动并非单独存在,常常伴随有上述其他形式的运动,倘若它们变化较弱或对机械运动影响较少时,则可略去不计;而当它们与机械运动之间存在较大的相互影响时,还必须计及其间的相互作用或耦合效应。

就物质的机械运动本身而言,其运动状态的变化是由物质间或物质内部质点间的一种相互作用(定义为力)引起的。静止或保持运动状态不变,均意味着该考察体上各种作用力在某种意义上的平衡,这只是机械运动的一种特殊情况,但在工程中却是最为常见的考察状态。

人类对物质机械运动的研究由来已久,经过漫长时间的探索,沿着实践-理论-实践的路径不断深入地揭示其理论规律并用于指导工程实践。与此同时,人类逐渐认识到建模的必要性和重要性,对考察体研究的模型也逐步向逼真迈进,经过从简单到复杂、从局部到整体、从简化到精化的来回螺旋上升的过程发展,不断地完善了建模的理论和技术,形成当今相对比较成熟的建模学。

建模研究与力学发展是息息相关的。力学的历史开端^[1]可以追溯到公元前3000年的远古时代,那时人类已在观察自然现象和生产劳动实践中积累并应用了物体机械运动某些规律的知识,对平衡和运动逐渐有所了解,但尚未能抽象出模型来开展研究,停留在经验行事的阶段。经过古代力学阶段(公元6世纪以前)和中世纪力学阶段(公元6世纪到16世纪)研究的漫长年代,人类对力、运动以及它们之间的关系的认识才逐渐深化和初具系统,这就为经典力学的建立做好了前期准备。进入公元17世纪到18世纪阶段,经典力学得以建立和完善,其标志是1687年英国大科学家牛顿(Isacc Newton)的巨著《自然哲学的数学原理》的出版,建立了以牛顿三大运动定律为支柱的经典力学,力学从此开始成为一门独立的科学。

牛顿运动定律是以自由质点为模型得出的成果。法国科学家达朗贝尔(Jean Le Rond d'Alembert)将它推广到受约束物体的运动(详见1743年他的名著《动力

学》);瑞士科学家欧拉(Leonhard Euler)也着手研究自由质点和受约束质点的运动,并将其成果推广到刚体和不可压缩、无粘性的理想流体(详见1765年他的名著《刚体运动理论》);法国科学家拉格朗日(Joseph-Louis Lagrange)进一步应用数学分析描述质点和质点系(含刚体和流体)的力学问题,并于1788年发表了名著《分析力学》。至此,以质点系和刚体运动规律为主要研究模型的经典力学臻于完善。

到了19世纪,欧洲主要国家先后完成了工业革命,在经典力学的基础上加上前一时期对固体和流体物质研究的积累,产生了力学许多新的分支,如材料力学、结构力学、弹性力学、水动力学等。其研究模型出现了杆件、杆系、板壳、块体和连续介质体等一类变形体模型,其研究采用了将力学与数学分析、变分学和微分方程等数学理论广泛地相结合的方法。数学弹性力学和水动力学两个分支的建立标志着力学已从物理学科中独立出来,并向理论和应用两个方面齐头并进。此期间分析力学的研究,已从Lagrange力学发展为以积分形式变分原理为基础的Hamilton力学。哈密顿(William Rowan Hamilton,英国科学家)在1834年发表的长篇论文“论动力学中的一个普遍方法”中提出了哈密顿变分原理,这个变分原理无论是对当时力学的发展或是对近代、现代力学的建立均具有深远的影响。

20世纪上半叶(1900~1960年),物理学发生了巨大的变化,力学进一步从物理学分离出来成为独立的学科,进入到近代力学阶段。1905年和1915年划时代的伟大科学家爱因斯坦(Albert Einstein)先后提出了狭义相对论和广义相对论,加上同期建立的量子力学,明确地指明经典力学的适用范围限于宏观问题、远低于光速的机械运动。这一时期力学的发展还来自以航空工程为代表的近代工程技术突破性的推动,它带动流体力学、固体力学和一般力学的迅猛发展,诸如:在流体力学方面提出了空气动力学分析机翼的举力线理论、机翼阻力的边界层理论、声障问题、烧蚀耐热问题、核爆炸冲击波计算的自模拟理论、流体运动的稳定性以及湍流理论等;在固体力学方面提出了弹性波的传播、孔边应力集中问题、板壳理论、变分原理、塑性理论和有限变形理论等;在一般力学方面提出了非线性振动理论和连续介质力学等等。上述这些成果均是这一期间近代力学进展的重要标志,其代表人物有德国学者普朗特(Ludwig Prandtl)、美籍匈牙利学者卡门(Theodore Von Karman)、英国学者泰勒(Geoffrey Ingram Taylor)、前苏学者谢多夫(Леонид Нванович Седов)和中国学者钱学森等。他们善于从错综复杂的自然现象、科学实验结果和工程技术实践中抓住事物的本质,提炼成力学模型,进而采用合适的数学工具,揭示事物的变化规律并将其应用于解决工程难题,最后再由观察结果反复检验,直到修正模型接近实际为止。

1960年以后,力学进入了现代力学的时代。随着电子计算机的飞速发展和广泛应用,基础科学与技术科学各学科之间的相互渗透和综合,宏观与微观研究相结合途径的开拓,力学研究出现了崭新的面貌。力学分析与计算机应用的结合产生了另一个新的分支——计算力学,它的兴起与发展解决了长期不敢问津的复杂疑难

问题,以有限元法为代表的计算力学已成为当今结构分析的最强有力的工具。计算机的应用还惊人地发现了孤立子和混沌现象,孤立子的发现使非线性波理论焕然一新,混沌和有关的奇怪吸引子理论的一些成果冲击了数学和物理学中的许多分支。此外,计算机的出现还推动了材料本构关系的深入研究和力学实验方法的现代化,同时也为学科交叉渗透研究和宏观-细观-微观的多尺度研究提供了条件。在这个时期,还有一些新的力学生长点,如生物力学、岩石力学、理性力学、细观力学、微观力学、损伤力学、断裂力学、统计力学、随机力学和不连续介质力学等出现了。值得一提的是在这些新力学分支中出现了不连续介质模型和随机、模糊或未确知的不确定性等新模型;一些新的观念被提出来了,如传统一直认为经典力学的确定论与统计力学的随机论是截然不同的两种观点,却在对混沌现象的研究成果面前动摇了。该研究成果借助宏观和微观研究的沟通,揭示了经典力学系统本身就具有内在的随机性,由此开始消除了认识自然界的确定论和概率论两大对立描述体系间的鸿沟,于是人们又得重新估计经典力学与统计力学之间的联系。

回顾力学发展史上各个阶段所采用模型的演变,可以看到:人类建模研究是随着考察对象和问题的不同而不断丰富和提高了,或是随着对考察体问题认识的深化而发展的。例如,以研究牛顿力学一般原理和一切宏观离散系统的力学现象为主要内容的一般力学中,采用的模型有质点、质点系、刚体和多刚体系统,建立了理论力学(包括静力学、运动学和动力学)、线性振动与非线性振动、分析力学、运动稳定性、陀螺力学、随机振动、天体力学、机构学和控制理论等学科分支。固体力学是以研究可变形固体在外来因素作用下所产生的位移、运动、应变、应力以及破坏等方面规律为主要内容的一个力学分支,所采用的模型是反映固体某些特性的变形体模型。这些模型按描述材料体系的不同,有弹性体、弹塑性体、粘弹塑性体、损伤体、均质体与非均质体、各向同性体和各向异性体、连续介质和不连续介质等分析模型;按描述结构的几何特性的不同,有杆件和杆系、平面体和轴对称体、板壳和空间体等分析模型;此外,按参数和结构响应的确定性与否,还有确定性模型和不确定性模型之分。基于上述不同的模型,在固体力学中又派生出材料力学、结构力学、弹性力学、板壳力学、塑性力学、粘性力学、损伤力学、断裂力学、细观力学、微观力学、振动理论、稳定性理论以及随机力学等学科分支。流体力学则是研究在外来因素作用下流体(含液体与气体)本身的静止状态和运动状态以及流体和固体界壁间相对运动的相互作用和流动规律,所采用的模型大多为连续介质体,根据不同观点可分为牛顿流体和非牛顿流体、不可压缩体和可压缩流体、无粘性的理想流体和粘性流体、平面流体和三维流动体等分析模型,并基于不同模型相应地建立了流体静力学、流体运动学、流体动力学、水力学、多相流体力学、渗流力学、非牛顿流体力学、气体动力学、空气动力学、爆炸力学以及生物流体力学等学科分支。

1.3 力学建模的要点

所谓建模指的是用某种形式或模式去近似描述、模拟所考察对象本身及其变化过程的现象和规律。从研究和解决问题的角度看,这种近似模拟的模型应包含有具体模型和抽象模型,前者要保证其反映考察问题的根本特征,后者既要量化表达考察事物内在变化规律及其与外部事物之间的关联规律,又要确保它是可解的。这样组建的模型才能达到既定性又定量地揭示真实客观规律的目的。

1.3.1 建模因素的分类与仿真对策

建模时,务必对与考察问题有关事物进行详尽和深入的分析,并将其分解为三种不同层次的类型^[2]:

第一类,与考察问题无关的或影响微不足道的事物或因素。

第二类,对考察问题有影响但不是直接研究的事物或因素。可将它视为模型的参数,在模型分析计算时视为输入量,在数学关系中作为自变量。

第三类,在考察问题中要直接研究的事物或因素。可将其列为模型求解问题的待求量和输出量,在数学关系中作为因变量。

一般情况下,建模完全可以不考虑第一类事物而将其摒弃,但必须精心描述或近似写照出第二、三类事物。

处理第一类事物是十分必要的,倘若不摒弃该略去的事物,得到的模型将会复杂到令人望而生畏或是需要提供难以置信的庞大数据而无从下手。因此,模型的复杂程度无需超过实际应用和理解的要求,从某种角度看,一个有效的模型应越简单越好,更简单合理而实用的模型往往表明您对所考察事物的特性理解更深刻、更透彻,其分析和计算的效率也更高。但是也应该注意这样的情况:当考察体工作环境有所变化或是精度要求有所不同时,必须重新审视原来列为第一类的事物是否可以忽略不计。例如,考察一个质量为 m 的物体受到一个外力 F 作用的运动状况就会随着工作环境或精度要求的不同而选用不同简化程度的模型。

若上述考察体处于真空状态或其在空气中的运动速度 v 不大时,则可认为其没有空气阻力或粘性阻尼力很小,而且可以认为质量不随时间变化,所采用的数学模型可简化为

$$F = m \frac{dv}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2} \quad (1.1)$$

若考察体在空气中运动,其速度 v 较大但远小于光速,此时粘性阻尼力为 kv^2 (当 v 相对不大时,其值为 kv , k 为阻尼系数)就较大,是不能忽略的因素,而质量仍可认为不随时间而变。因此,应采用计入阻尼的运动模型,采用下式所示的数学表达式

$$F = m \frac{dv}{dt} + kv^2 \quad (1.2)$$

倘若考察体的速度 v 增大到接近光速时,由相对论可知,此时考察体的质量不再保持不变,于是应采用下式的数学表达式

$$F = \frac{d}{dX}(mv) + kv^2 \quad (1.3)$$

由此可见,同一考察体处于不同的环境或工况时应当选取不同的模型,对某些事物是否属于第一类事物存在着不同的认识,这就要求建模追求简捷性的同时还应该注意某些事物作用的动态性。当然,上述例子表明式(1.3)是最精确的表达式,但在工况改变时或所要求的精度降低时,也可退化为式(1.2)或式(1.1),因其毕竟比式(1.3)要简单而高效。

对于第二类事物(参数、输入量或自变量)的描述在工程结构分析中常指考察体的外部环境参数和内部结构参数。前者为外来作用因素如荷载、变温、外部约束条件或支座位移等,常统称为广义荷载参数或简称为荷载参数;后者为考察体本身固有的结构参数,如几何形体尺寸、结构组成形式、内部连接条件以及有关的材料参数等。在结构的正分析问题中,这是已知的或事先已求出的量,视为考察问题的输入量。此类事物虽不是本考察问题的直接研究对象,但对所考察问题的解是有很大影响的。因此,这类模型参数需要保证其具有足够的精度,必要时还应列为专题研究。而当此第二类事物与第三类事物存在耦合作用(如土木工程中上部结构和下部地基的相互作用,水利工程中坝体结构与库水、地基之间的动力耦合作用等)时,还需建立联合模型作一体化研究。

第三类事物,即为本考察问题的直接研究对象。在工程结构的受力分析中,则需要量化描述考察体的全部响应,如结构的位移与变形、应变与应力以及强度破坏或失稳特征等。这是待求的未知量和有待分析计算的输出量,其描述和求解应当遵循力学的一般规律、定理和法则。对变形体的平衡问题而言,三大定律即几何学中的变形协调律、力学中的平衡律和物理学中的本构律必须全部满足,缺一不可。至于如何选用数学工具去量化表达这三大定律,就应进行从力学抽象到数学的建模升级研究,在数学模型中有微分描述、积分描述或变分描述等诸方面等价的表达式,最终的选择可由该问题解的精度和效率来决定。

1.3.2 建模的标准

一个理想的模型既能反映考察问题的根本特征,同时又是可以量化求解的模型,应满足:

1) 模型的可靠性,即在一定精度要求的范畴内真实地反映该考察问题的主要特征,经得起实验或现场量测的检验。

2) 模型的适用性,即能够应用已有的数学工具进行确切的描述、合理的处理

和有效的量化计算。

1.3.3 建模的内涵

完整的建模研究包含三个方面。

(1) 模型的建立

工程结构常用结构的计算简图和有关的示力图表示该结构的力学分析计算模型,其描述的内容含有考察体的几何形状和尺寸、内部介质或元件之间的连接方式、材料的类型以及反映外部环境对考察体施加的外来作用等。为了方便,上述所描述的内容也可将其分解为结构的几何模型、结构的材料模型和结构的外来作用模型。

结构的几何建模往往是从已有的几何元件形体库(含质点、杆件、板壳、平面体和空间体等)中选择一种元件或数种元件的组合作为表征考察体的几何特征。而当选择组合作为模型时,还必须根据元件之间相互作用状况确定其内部连接方式。在力学描述中,一维元件的连接点、二维(三维)元件连接线(面)上任一个连接点常用链杆、铰结点或刚结点表示该交界点相互约束或连接程度,反映其位移或应力的连续度;更为严密的全面的数学描述则是用该连接点位移和位移对位置坐标变量的各阶导数表示其连续程度。此外,几何建模对内部空洞或缝隙以及外部无限地基还要专门处理。前者应根据分析问题的需要借助力学知识确定其是否要描述,以及如何模拟;后者常常采用有限地基作近似取代,但需论证确定该有限地基合理的计算范围和边界的约束条件。

结构的材料建模必须反映实际存在的材料分布、材料的类型和介质间断面的特征。材料的分布主要描述其空间几何特性;材料的类型是根据材料的力学行为判定其所属的本构特性,如是各向同性体或是各向异性体,是线性体或是非线性体(若是非线性体又是哪一类非线性体),有否时间效应(粘性)等;介质间断面的特性则由该界面的几何、力学和物理的条件来表述。

考察结构的外来作用建模包含施加在考察体上的体力、面力和集中力,内外的变温以及边界面上的位移或约束条件等因素的描述,常将此类外来作用因素统称为广义荷载。一般情况下广义荷载是给定的已知量,但有时必须事先进行分析研究,将相关物体对考察体的作用以荷载或外部约束形式施加于考察体。若遇相关物体和考察体之间存在有明显的耦合作用,则需另建模型描述和求解该耦合作用的效应。外部约束是反映相邻物体对考察体边界位移的强制性限制。当相邻连接的物体刚度甚大或该考察体边界位移受限以致小到可以忽略时,可以刚性约束模拟,并根据其限制的方向选择某种形式的刚性约束(如链杆、铰支、夹支和固定支座等);当相邻物体存在变形且对考察体位移具有影响时,其简化的模型采用等效的弹簧约束支座描述相邻物体对考察体位移的某种程度的限制,其弹簧系数另由理论计算或试验研究确定。