



全国工程硕士专业学位教育指导委员会推荐教材

何坚勇 编著

运筹学基础 (第2版)

<http://www.tup.com.cn>



清华大学出版社

全国工程硕士专业学位教育指导委员会推荐教材



何坚勇 编著

运筹学基础 (第2版)

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书是一本着重实际应用又兼顾理论要求的运筹学教材。主要内容包括线性规划、整数规划、目标规划、非线性规划、动态规划及决策分析。各章附有习题,书末有习题解答和提示。

本书对数学基础要求较低,适用专业范围广;基本概念与基本理论阐述清晰透彻,密切联系实际,各种算法推导详细,配有丰富实用的例题。本书可作为工程硕士研究生以及经济管理等非数学专业大学生、研究生的教材,也可供科技人员和管理人员参考。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

运筹学基础/何坚勇编著. —2版. —北京:清华大学出版社,2008.3

(全国工程硕士专业学位教育指导委员会推荐教材)

ISBN 978-7-302-16587-3

I. 运… II. 何… III. 运筹学—高等学校—教材 IV. O22

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第189518号

责任编辑:刘颖

责任校对:焦丽丽

责任印制:何芊

出版发行:清华大学出版社

<http://www.tup.com.cn>

c-service@tup.tsinghua.edu.cn

社总机:010-62770175

投稿咨询:010-62772015

地 址:北京清华大学学研大厦A座

邮 编:100084

邮购热线:010-62786544

客户服务:010-62776969

印 刷 者:清华大学印刷厂

装 订 者:三河市兴旺装订有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:185×230 印张:31.75

字数:643千字

版 次:2008年3月第2版

印次:2008年3月第1次印刷

印 数:1~4000

定 价:46.00元

本书如存在文字不清、漏印、缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系调换。联系电话:010-62770177 转 3103 产品编号:021798-01

前言

运筹学,即最优化理论,或在有的领域中称为管理科学,广泛应用于工业、农业、交通运输、商业、国防、建筑、通信、政府机关等各个部门、各个领域。它主要解决最优生产计划、最优分配、最佳设计、最优决策、最佳管理等最优化问题。掌握优化思想并善于对遇到的问题进行优化处理,是企业领导或各级各类管理人员必须具备的基本素质。运筹学就是帮助读者学会如何根据实际问题的特点,抽象出不同类型的数学模型,然后选择不同的方法进行计算。

随着经济建设与科教事业的不断发展,近十年来在学生队伍中出现了新的群体——工程硕士研究生。这部分学员的特点是具有丰富的实践经验,大多在各级领导岗位上或承担一定的技术业务工作,又受过良好的大学教育,只是离开学校时间较长,多达十来年,少则三五年。因此数学基础知识忘得较多,对理论推导有一定的惧怕心理,但又有在理论上进行深造与提高的强烈愿望。针对工程硕士研究生的上述特点,编写一本数学基础要求低、适用专业范围广、着重实际应用又兼顾理论要求的运筹学教材,是作者多年来的一个心愿。

本书首先设置了预备知识这一章,着重复习与本书有关的微积分和线性代数的基础知识,如向量、矩阵、二次型的正定性,多元函数的梯度、极值、泰勒公式等,也补充了一般大学课程中没有但本书需要用到的知识,如多元函数的黑塞矩阵概念。

本书的主体介绍了线性规划、运输问题、整数规划、目标规划、非线性规划、动态规划及决策分析。这些都是运筹学中最基本且应用最广泛的内容,涵盖了运筹学中的大部分内容。全部讲授约需 64 课时,书中部分打 * 内容可选讲。

本书在阐述基本概念与基本理论时,力求清晰、透彻。在适当的地方配置了一些思考题,以促使读者深入思考、加深对内容的理解。对于基本的理论、主要的定理都给予了证明。因此本书在理论上有一定的深度。使读者不仅知其然,并且知其所以然,为其举一反三、扩大应用面打好基础。在证明定理时,尽量考虑到学员的现有基础。如在证明线性规划最优性准则定理(本书定理 3.1.1)时,若按通常证法,书写简单明了,但几次教学实践结

Foreword

果,不少学员都感到有疑问.分析原因,主要是对线性方程组有无穷多个解时,若取不同的基础解系,其解集是等同的这一点理解不深.因此本书在证明该定理时,多费了一些笔墨,从线性方程组的解集角度入手,证明满足最优性准则的可行解必是全部可行解中的最优解.这样做实践效果较好.本书对一些理论上过深或推导过于繁琐的内容,采取以讲清概念、用几何图形加以辅证的方法,避免过繁的推导或引入过多的数学概念(这些推导与概念对于数学专业也许是必须的).

本书注重联系实际,在介绍每一种规划模型前都以实际问题引入.在讲清概念和理论后,对各种算法都有详细的推导过程,且配有例题,参照例题的解法,学员可以比较容易理解算法的原理,掌握算法的基本步骤,并学会如何应用这些算法.书中还配有几十个各行各业的应用实例,学员参照这些实例可以学习到如何根据实际问题建立相应数学模型的方法与技巧.

建立数学模型是为了解决实际问题,得到计算结果,并分析、研究与运用结果.在第15章中用优化软件包 LINDO/LINGO,以及计算软件 MATLAB 作为优化软件平台,对某些实例与例题进行了计算.专门用于求解数学规划的 LINDO/LINGO 优化软件包目前在教育、科研与工业界得到广泛应用(读者可在开发 LINDO 软件的公司网站 <http://www.lindo.com> 上免费下载该软件的学生版);而 MATLAB 是美国 Math Works 公司 20 世纪 80 年代初开发的一套以矩阵计算为基础的科学科学与工程计算软件,是目前我国使用较普遍的计算软件.

书中每章都配有习题,其中有部分实例及习题选自历年研究生入学运筹学考试真题,以帮助读者对知识点的理解与运用.书末给出了答案(部分题给出了详解).

本书第 1 版自 2000 年出版以来,已印刷了 2 万 7 千余册,且得到了部分学者、专家及广大读者的欢迎与厚爱,也收到了一些建议及意见.据此借本书被全国工程硕士专业学位教育委员会推荐作为全国工程硕士研究生教育的核心教材之机,作了一些修改.同时受出版社委托,作者编写了一个教学指南,内容包括各章的教学时间分配,各章的教学要求、教学重点、主要概念、定理及公式,习题详解及书中部分内容的疑点解析等,以方便教师使用本书.

本书主要对象是工程硕士研究生,同时也可作为经济管理等非数学专业的大学生、研究生的“运筹学”教材,对科技工作者与管理人员也有一定的参考价值.相信广大学员学习本书后,能较快地掌握运筹学的基本知识,并应用到工作实际中去,定会对工作有所帮助,也为进一步学习运筹学理论打下良好的基础.

在本书编写过程中,得到了清华大学研究生院与清华大学出版社的大力支持,清华大学应用数学系的领导与运筹学教研组的同事也给予了充分的支持和合作.第 15 章中部分例题的计算是由博士生牛小波同学完成的.在多年的教学实践及编写本书的过程中,编者

从许多国内外专家、学者的著作中汲取了营养,获益匪浅,本书直接或间接地引用了他们的部分成果(见书末参考文献)。还有对本书提出了宝贵意见与建议的广大读者,在此一并表示感谢与敬意。

由于作者水平有限,本书缺点甚至错误在所难免,敬请专家、学者及读者不吝指正。

编 者

2007年8月于清华园

目 录

前言 / I

第 1 部分 预备知识

第 1 章 预备知识 /3

1.1	向量	3
1.1.1	向量定义及线性运算	3
1.1.2	向量的线性相关性	4
1.1.3	向量组的秩	6
1.2	矩阵	7
1.2.1	矩阵的概念与运算	7
1.2.2	矩阵的求逆运算	9
1.2.3	矩阵的初等变换	11
1.2.4	矩阵的分块	12
1.2.5	矩阵的秩	16
1.3	二次型及其正定性	19
1.3.1	二次型及其矩阵表达式	19
1.3.2	二次型的正定性	21
1.4	多元函数的导数与极值	23
1.4.1	一元函数的导数、极值与泰勒公式	23
1.4.2	多元函数的梯度、黑塞矩阵与泰勒公式	27
1.4.3	多元函数的极值	34
习题 1	37

Contents

第 2 部分 线性规划

第 2 章 线性规划的基本概念

/43

2.1	线性规划问题及其数学模型	43
2.1.1	问题的提出	43
2.1.2	线性规划问题的数学模型	45
2.2	两个变量问题的图解法	45
2.3	线性规划数学模型的标准形式及解的概念	49
2.3.1	标准形式	49
2.3.2	将非标准形式化为标准形式	50
2.3.3	有关解的概念	51
2.4	线性规划的基本理论	54
2.4.1	凸集与凸组合	54
2.4.2	线性规划基本定理	56
	习题 2	61

第 3 章 单纯形法

/63

3.1	单纯形法原理	63
3.1.1	单纯形法的基本思路	63
3.1.2	确定初始基本可行解	67
3.1.3	最优性检验	69
3.1.4	基变换	71
3.1.5	无穷多个最优解及无界解的判定	74
3.2	单纯形表	75
3.3	人工变量及其处理方法	81
3.3.1	大 M 法	82
3.3.2	两阶段法	84
3.3.3	关于退化与循环的问题	87
3.4	改进单纯形法	88
3.4.1	单纯形法的矩阵描述	88
*	3.4.2 改进单纯形法	91
	习题 3	96

第 4 章 线性规划的对偶理论	/101
4.1 线性规划的对偶问题	101
4.1.1 对偶问题的实例	101
4.1.2 三种形式的对偶关系	103
4.2 对偶理论	109
4.3 对偶解(影子价格)的经济解释	116
4.4 对偶单纯形法	117
4.5 灵敏度分析	122
习题 4	133
第 5 章 运输问题	/137
5.1 运输问题的数学模型及其特点	137
5.1.1 产销平衡运输问题的数学模型	137
5.1.2 运输问题数学模型的特点	139
5.2 表上作业法	141
5.2.1 确定初始基本可行解	141
5.2.2 位势法求检验数	145
5.2.3 用闭回路法调整当前基本可行解	148
5.2.4 表上作业法计算中的两个问题	154
* 5.3 表上作业法的理论解释	157
5.3.1 用西北角规则求得的解是基本可行解	158
5.3.2 对于非基格存在唯一闭回路	161
5.3.3 检验数 σ_{ij} 与 $v_n = a$ 的取值无关	162
5.4 产销不平衡的运输问题	165
习题 5	170
第 6 章 线性规划应用实例	/174
6.1 套裁下料问题	174
6.2 配料问题	175
6.3 生产工艺优化问题	177
6.4 有配套约束的资源优化问题	178
6.5 多周期动态生产计划问题	180

6.6	投资问题	181
6.6.1	投资项目组合选择	182
6.6.2	连续投资问题	182
*6.7	运输问题的扩展	184
	习题 6	189
第 7 章 整数规划 /195		
7.1	分枝定界法	197
7.2	割平面法	204
7.3	0-1 型整数规划	209
7.3.1	特殊约束的处理	210
7.3.2	0-1 型整数规划的典型应用问题	211
7.3.3	求解小规模 0-1 规划问题的隐枚举法	214
7.4	指派问题与匈牙利解法	216
7.4.1	指派问题的数学模型	216
7.4.2	匈牙利法的基本原理	217
7.4.3	匈牙利法求解步骤	219
	习题 7	227
第 8 章 目标规划 /231		
8.1	线性目标规划的基本概念与数学模型	231
8.2	线性目标规划的图解法	235
8.3	线性目标规划的序贯式算法	239
8.4	线性目标规划的单纯形算法	245
	习题 8	249

第 3 部分 非线性规划

第 9 章 非线性规划的基本概念与基本原理 /255		
9.1	非线性规划的数学模型	255
9.1.1	非线性规划问题举例	255
9.1.2	非线性规划问题的一般数学模型	257
9.1.3	局部最优解与全局最优解	259

9.2	无约束问题的最优性条件	260
9.3	凸函数与凸规划	265
9.3.1	凸函数定义与性质	265
9.3.2	凸函数的判别准则	269
9.3.3	凸规划	273
9.4	解非线性规划的基本思路	275
*9.5	有关收敛速度问题	279
	习题 9	280
第 10 章	一维搜索 /281	
10.1	黄金分割法	282
10.1.1	单谷函数及其性质	282
10.1.2	0.618 法基本原理与步骤	283
10.2	加步探索法	288
10.2.1	基本原理和步骤	288
10.2.2	计算举例	289
10.3	牛顿法	290
*10.4	抛物线法	292
	习题 10	294
第 11 章	无约束问题的最优化方法 /295	
11.1	变量轮换法	295
11.2	最速下降法	298
11.2.1	基本原理	298
11.2.2	最速下降法的算法步骤	300
11.3	牛顿法	302
11.3.1	牛顿方向和牛顿法	302
11.3.2	计算举例	304
11.3.3	修正牛顿法	306
11.4	共轭梯度法	307
11.4.1	共轭方向与共轭方向法	308
11.4.2	正定二次函数的共轭梯度法	311
11.4.3	非二次函数的共轭梯度法	317

习题 11	318
第 12 章 约束问题的最优化方法	/320
12.1 约束极值问题的最优性条件	320
12.1.1 起作用约束与可行下降方向	320
12.1.2 库恩-塔克条件	323
12.2 可行方向法	328
12.2.1 基本原理与算法步骤	329
12.2.2 计算举例	330
12.3 近似规划法	334
12.3.1 线性近似规划的构成	334
12.3.2 近似规划法的算法步骤	335
12.3.3 计算举例	335
12.4 制约函数法	339
12.4.1 外点法	339
12.4.2 内点法	343
习题 12	347

第 4 部分 动态规划

第 13 章 动态规划	/351
13.1 动态规划问题实例	351
13.2 动态规划的基本概念	353
13.2.1 多阶段决策过程	353
13.2.2 动态规划的基本概念	355
13.3 最优性定理与基本方程	358
13.3.1 最优性原理	358
13.3.2 最优性定理	359
13.3.3 动态规划的基本方程	360
13.4 动态规划应用举例	365
13.4.1 资源分配问题	366
13.4.2 生产与库存计划问题	371
* 13.4.3 设备更新问题	378

习题 13	382
-------------	-----

* 第 5 部分 决策分析

* 第 14 章 决策分析 /387

14.1 决策的基本概念.....	387
14.1.1 决策问题实例.....	387
14.1.2 决策问题中的主要概念.....	388
14.1.3 决策问题的分类.....	389
14.2 确定型决策.....	390
14.3 风险型决策.....	391
14.3.1 最优期望损益值决策准则.....	391
14.3.2 决策表法.....	392
14.3.3 决策树法.....	394
14.4 效用理论.....	398
14.4.1 效用的概念与效用曲线.....	400
14.4.2 效用曲线的类型.....	404
14.4.3 最大效用期望值决策准则及其应用.....	405
14.5 不确定型决策.....	408
习题 14	411

第 6 部分 优化软件计算实例

第 15 章 优化软件计算实例 /417

15.1 MATLAB 7.0 优化工具箱计算实例	417
15.2 LINDO/LINGO 软件计算实例	429

习题答案及提示 /445

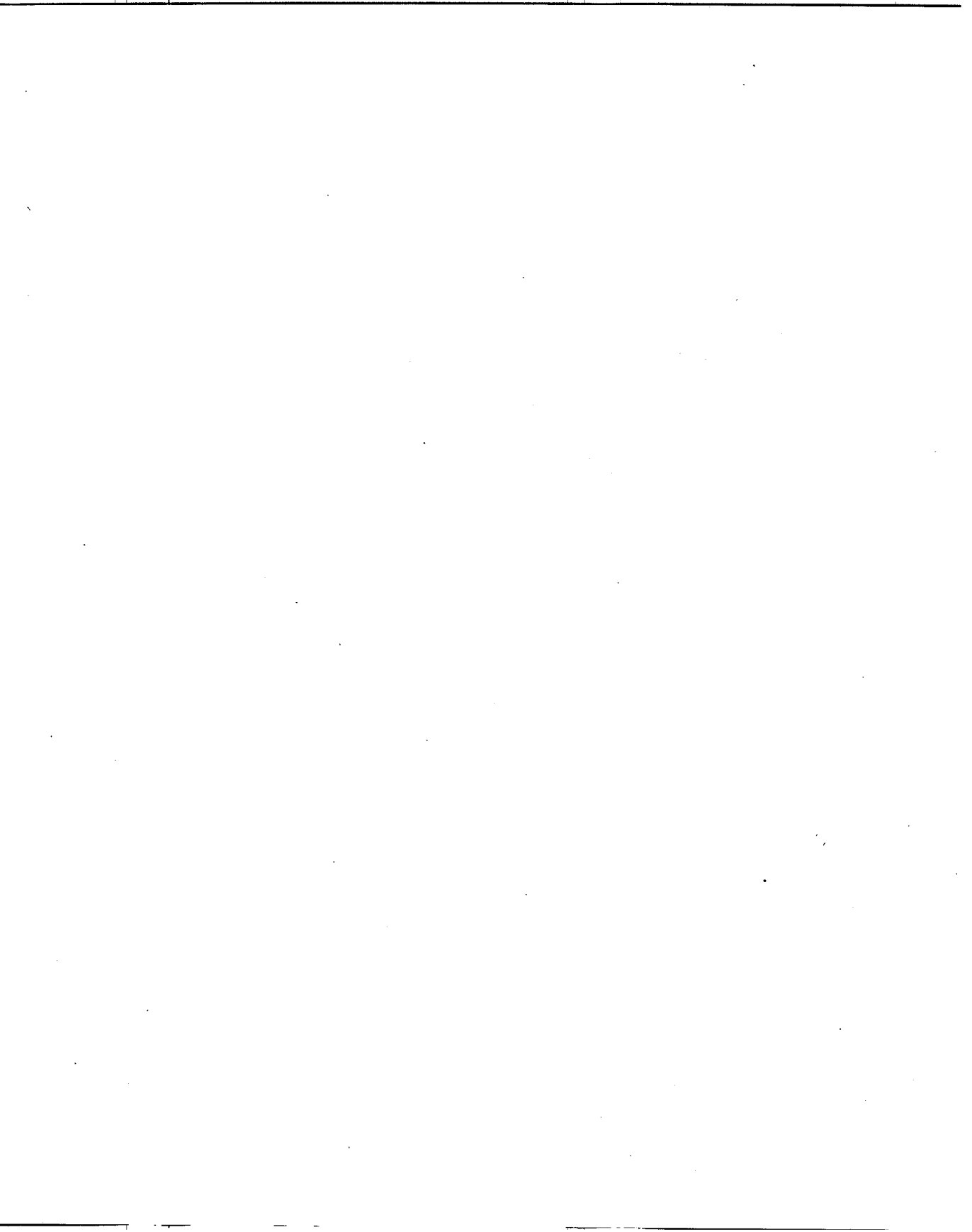
参考文献 /489

索引 /490

第 1 部分 预备知识

本部分主要是复习微积分与线性代数中的有关内容,包括向量与矩阵的基本概念与运算、二次型及其正定性,一元及多元函数的导数、极值与泰勒公式、黑塞矩阵等.这些知识都是学习本书相关内容时要用到的数学工具.由于篇幅有限,本书只能作一个简要的复习,不能作系统的讲述.对有关定理也只给出内容或说明,不予证明.如读者需要了解相关知识,可查阅有关书籍.对于读者较熟悉的内容,如一元函数的导数运算、线性代数中行列式运算、解线性方程组运算等在本部分中也不再赘述.

为了帮助读者理解有关概念,文中配有部分例题及习题.



第1章

预备知识

1.1 向量

1.1.1 向量定义及线性运算

定义 1.1.1 n 个数 a_1, a_2, \dots, a_n 构成的一个有次序的数组称为一个 n 维向量, 记作 $\alpha = (a_1, a_2, \dots, a_n)$, $a_i (i=1, 2, \dots, n)$ 称为向量的第 i 个分量. 如 $\alpha_1 = (2, 3)$ 是一个二维向量, $\alpha_2 = (2, 0, -4)$ 是一个三维向量, 等等.

向量可记成行的形式, 也可记成列的形式, 分别称为行向量与列向量, 如 $\alpha = (-1, 0,$

4) 为三维行向量, 而 $\alpha = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}$ 则为三维列向量.

为了书写方便, 列向量也可用行向量的转置形式来表示:

$$\alpha = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = (a_1, a_2, \dots, a_n)^T.$$

两个向量 α, β 相等当且仅当它们的对应分量相等, 即 $\alpha = \beta \Leftrightarrow a_i = b_i (i=1, 2, \dots, n)$.

定义 1.1.2 向量 $\gamma = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, \dots, a_n + b_n)$ 称为向量 $\alpha = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ 与向量 $\beta = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ 之和, 记作 $\gamma = \alpha + \beta$.

定义 1.1.3 向量 $k\alpha = (ka_1, ka_2, \dots, ka_n)$ 称为数 k 乘向量 α .

向量 α 的负向量 $-\alpha = (-a_1, -a_2, \dots, -a_n) = (-1)\alpha$.

因此向量的减法可化为加法: $\alpha - \beta = \alpha + (-1)\beta$.

例 1.1.1 设 $\alpha = (3, 0, -4)$, $\beta = (2, -1, 6)$, 则

$$2\alpha - \frac{1}{3}\beta = (6, 0, -8) + \left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, -2\right) = \left(\frac{16}{3}, \frac{1}{3}, -10\right).$$

显然只有同维向量才能进行加减运算.

定义 1.1.4 设有 s 个 n 维向量 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 及 s 个实数 k_1, k_2, \dots, k_s . 称 $k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + \dots + k_s\alpha_s$ 为 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 的一个线性组合. 又若 n 维向量 $\beta = k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + \dots + k_s\alpha_s$, 则称 β 可由向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 线性表出.

例 1.1.2 设 $\alpha_1 = (1, 2, 4)$, $\alpha_2 = (2, 1, 5)$, $\alpha_3 = (-1, 1, -1)$, $\beta = (1, -4, -2)$, 则

$$\beta = -2\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3.$$

所以 β 是 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 的一个线性组合, 或说 β 可由 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性表出.

一个向量 β 并非都可由某一组向量 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 线性表出. 若不存在一组实数 k_1, k_2, \dots, k_s 使 $\beta = k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + \dots + k_s\alpha_s$ 成立, 则称 β 不能由向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 线性表出.

例如

$$\alpha_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \alpha_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \alpha_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \beta = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix},$$

则 β 不能由 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性表出. 不然若 $\beta = k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + k_3\alpha_3$, 则有

$$k_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + k_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + k_3 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix},$$

即

$$\begin{cases} 1 \cdot k_1 + 0 \cdot k_2 + 1 \cdot k_3 = 2, \\ 0 \cdot k_1 + 1 \cdot k_2 + 1 \cdot k_3 = 3, \\ 0 \cdot k_1 + 0 \cdot k_2 + 0 \cdot k_3 = 4. \end{cases}$$

其第 3 个方程是一个矛盾方程, 无解. 因此 β 不能由 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性表出.

1.1.2 向量的线性相关性

定义 1.1.5 若存在一组不全为零的数 k_1, k_2, \dots, k_s 使 $k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + \dots + k_s\alpha_s = \mathbf{0}$ 成立, 则称向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 线性相关. 否则称向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 线性无关, 也即只有当 $k_1 = k_2 = \dots = k_s = 0$ 时, 才能使 $k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + \dots + k_s\alpha_s = \mathbf{0}$ 成立. 或者说, 只要 k_1, k_2, \dots, k_s 不全为零, 那么线性组合 $k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + \dots + k_s\alpha_s$ 必不为零, 则称向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 线性无关.

例 1.1.3 已知向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, 问向量组 $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 + \alpha_1$ 是线性相关还是线性无关, 并证明你的结论.