全国工程硕士专业学位教育指导委员会推荐教材

何坚勇 编著

运筹学基础（第2版）

http://www.tup.com.cn

清华大学出版社

全国工程硕士专业学位教育指导委员会推荐教材

何坚勇 编著

运筹学基础（第2版）

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书是一本着重实际应用又兼顾理论要求的运筹学教材.主要内容包括线性规划、整数规划、目标规划、非线性规划、动态规划及决策分析.各章附有习题,书末有习题解答和提示.

本书对数学基础要求较低,适用专业范围广;基本概念与基本理论阐述清晰透彻,密切联系实际,各种算法推导详细,配有丰富实用的例题.本书可作为工程硕士研究生以及经济管理等非数学专业大学生、研究生的教材,也可供科技人员和管理人员参考.

图书在版编目(CIP)数据

运筹学基础/何坚勇编著. —2版. —北京:清华大学出版社,2008.3
(全国工程硕士专业学位教育指导委员会推荐教材)
ISBN 978-7-302-16587-3

Ⅰ.运… Ⅱ.何… Ⅲ.运筹学—高等学校—教材 Ⅳ.O22

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 189518 号

责任编辑:刘 颖
责任校对:焦丽丽
责任印制:何 芊

出版发行:清华大学出版社
地 址:北京清华大学学研大厦A座
http://www.tup.com.cn
邮 编:100084
c-service@tup.tsinghua.edu.cn
社 总 机:010-62770175
邮购热线:010-62786544
投稿咨询:010-62772015
客户服务:010-62776969
印 刷 者:清华大学印刷厂
装 订 者:三河市兴旺装订有限公司
经 销:全国新华书店
开 本:185×230 印张:31.75 字数:643千字
版 次:2008年3月第2版 印次:2008年3月第1次印刷
印 数:1~4000
定 价:46.00元

本书如存在文字不清、漏印、缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系调换。联系电话:010-62770177 转 3103 产品编号:021798-01

前言

运筹学，即最优化理论，或在有的领域中称为管理科学，广泛应用于工业、农业、交通运输、商业、国防、建筑、通信、政府机关等各个部门、各个领域.它主要解决最优生产计划、最优分配、最佳设计、最优决策、最佳管理等最优化问题.掌握优化思想并善于对遇到的问题进行优化处理，是企业领导或各级各类管理人员必须具备的基本素质.运筹学就是帮助读者学会如何根据实际问题的特点，抽象出不同类型的数学模型，然后选择不同的方法进行计算.

随着经济建设与科教事业的不断发展，近十年来在学生队伍中出现了新的群体——工程硕士研究生.这部分学员的特点是具有丰富的实践经验，大多在各级领导岗位上或承担一定的技术业务工作，又受过良好的大学教育，只是离开学校时间较长，多达十来年，少则三五年.因此数学基础知识忘得较多，对理论推导有一定的惧怕心理，但又有在理论上进行深造与提高的强烈愿望.针对工程硕士研究生的上述特点，编写一本数学基础要求低、适用专业范围广、着重实际应用又兼顾理论要求的运筹学教材，是作者多年来的一个心愿.

本书首先设置了预备知识这一章，着重复习与本书有关的微积分和线性代数的基础知识，如向量、矩阵、二次型的正定性，多元函数的梯度、极值、泰勒公式等，也补充了一般大学课程中没有但本书需要用到的知识，如多元函数的黑塞矩阵概念.

本书的主体介绍了线性规划、运输问题、整数规划、目标规划、非线性规划、动态规划及决策分析.这些都是运筹学中最基本且应用最广泛的内容，涵盖了运筹学中的大部分内容.全部讲授约需64课时，书中部分打 * 内容可选讲.

本书在阐述基本概念与基本理论时，力求清晰、透彻.在适当的地方配置了一些思考题，以促使读者深入思考、加深对内容的理解.对于基本的理论、主要的定理都给予了证明.因此本书在理论上有一定的深度.使读者不仅知其然，并且知其所以然，为其举一反三、扩大应用面打好基础.在证明定理时，尽量考虑到学员的现有基础.如在证明线性规划最优性准则定理(本书定理3.1.1)时，若按通常证法，书写简单明了，但几次教学实践结

Foreword

果，不少学员都感到有疑问. 分析原因，主要是对线性方程组有无穷多个解时，若取不同的基础解系，其解集是等同的这一点理解不深. 因此本书在证明该定理时，多费了一些笔墨，从线性方程组的解集角度入手，证明满足最优性准则的可行解必是全部可行解中的最优解. 这样做实践效果较好. 本书对一些理论上过深或推导过于繁琐的内容，采取以讲清概念、用几何图形加以辅证的方法，避免过繁的推导或引入过多的数学概念（这些推导与概念对于数学专业也许是必须的）.

本书注重联系实际，在介绍每一种规划模型前都以实际问题引入. 在讲清概念和理论后，对各种算法都有详细的推导过程，且配有例题，参照例题的解法，学员可以比较容易理解算法的原理，掌握算法的基本步骤，并学会如何应用这些算法. 书中还配有几十个各行各业的应用实例，学员参照这些实例可以学习到如何根据实际问题建立相应数学模型的方法与技巧.

建立数学模型是为了解决实际问题，得到计算结果，并分析、研究与运用结果. 在第15章中用优化软件包 LINDO/LINGO，以及计算软件 MATLAB 作为优化软件平台，对某些实例与例题进行了计算. 专门用于求解数学规划的 LINDO/LINGO 优化软件包目前在教育、科研与工业界得到广泛应用（读者可在开发 LINDO 软件的公司网站 http://www.lindo.com 上免费下载该软件的学生版）；而 MATLAB 是美国 Math Works 公司20世纪80年代初开发的一套以矩阵计算为基础的科学与工程计算软件，是目前我国使用较普遍的计算软件.

书中每章都配有习题，其中有部分实例及习题选自历年研究生入学运筹学考试真题，以帮助读者对知识点的理解与运用. 书末给出了答案（部分题给出了详解）.

本书第1版自2000年出版以来，已印刷了2万7千余册，且得到了部分学者、专家及广大读者的欢迎与厚爱，也收到了一些建议及意见. 据此借本书被全国工程硕士专业学位教育委员会推荐作为全国工程硕士研究生教育的核心教材之机，作了一些修改. 同时受出版社委托，作者编写了一个教学指南，内容包括各章的教学时间分配，各章的教学要求、教学重点、主要概念、定理及公式，习题详解及书中部分内容的疑点解析等，以方便教师使用本书.

本书主要对象是工程硕士研究生，同时也可作为经济管理等非数学专业的大学生、研究生的“运筹学”教材，对科技工作者与管理人员也有一定的参考价值. 相信广大学员学习本书后，能较快地掌握运筹学的基本知识，并应用到工作实际中去，定会对工作有所帮助，也为进一步学习运筹学理论打下良好的基础.

在本书编写过程中，得到了清华大学研究生院与清华大学出版社的大力支持，清华大学应用数学系的领导与运筹学教研组的同事也给予了充分的支持和合作. 第15章中部分例题的计算是由博士生牛小波同学完成的. 在多年的教学实践及编写本书的过程中，编者

从许多国内外专家、学者的著作中汲取了营养，获益匪浅，本书直接或间接地引用了他们的部分成果(见书末参考文献)。还有对本书提出了宝贵意见与建议的广大读者，在此一并表示感谢与敬意.

由于作者水平有限，本书缺点甚至错误在所难免，敬请专家、学者及读者不吝指正.

编　者

2007年8月于清华园

目录

Contents

第2部分 线性规划

*第 5 部分　决 策 分 析

第 6 部分　优化软件计算实例

第 1 部分　预备知识

本部分主要是复习微积分与线性代数中的有关内容，包括向量与矩阵的基本概念与运算、二次型及其正定性，一元及多元函数的导数、极值与泰勒公式、黑塞矩阵等. 这些知识都是学习本书相关内容时要用到的数学工具. 由于篇幅有限，本书只能作一个简要的复习，不能作系统的讲述. 对有关定理也只给出内容或说明，不予证明. 如读者需要了解相关知识，可查阅有关书籍. 对于读者较熟悉的内容，如一元函数的导数运算、线性代数中行列式运算、解线性方程组运算等在本部分中也不再赘述.

为了帮助读者理解有关概念，文中配有部分例题及习题.

第1章

预备知识

1.1 向量

1.1.1 向量定义及线性运算

定义 1.1.1 n 个数 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 构成的一个有次序的数组称为一个 n 维向量，记作 $\boldsymbol{\alpha}=(a_1,a_2,\cdots,a_n)$，$a_i(i=1,2,\cdots,n)$ 称为向量的第 i 个分量. 如 $\boldsymbol{\alpha}_1=(2,3)$ 是一个二维向量，$\boldsymbol{\alpha}_2=(2,0,-4)$ 是一个三维向量，等等.

向量可记成行的形式，也可记成列的形式，分别称为行向量与列向量，如 $\boldsymbol{\alpha}=(-1,0,4)$ 为三维行向量，而 $\boldsymbol{\alpha}=\begin{bmatrix}-1\\0\\4\end{bmatrix}$ 则为三维列向量.

为了书写方便，列向量也可用行向量的转置形式来表示：

$$\boldsymbol{\alpha}=\begin{bmatrix}a_1\\a_2\\\vdots\\a_n\end{bmatrix}=(a_1,a_2,\cdots,a_n)^{\mathrm{T}}.$$

两个向量 $\boldsymbol{\alpha}$，$\boldsymbol{\beta}$ 相等当且仅当它们的对应分量相等，即 $\boldsymbol{\alpha}=\boldsymbol{\beta}\Leftrightarrow a_i=b_i(i=1,2,\cdots,n)$.

定义 1.1.2 向量 $\boldsymbol{\gamma}=(a_1+b_1,a_2+b_2,\cdots,a_n+b_n)$ 称为向量 $\boldsymbol{\alpha}=(a_1,a_2,\cdots,a_n)$ 与向量 $\boldsymbol{\beta}=(b_1,b_2,\cdots,b_n)$ 之和，记作 $\boldsymbol{\gamma}=\boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{\beta}$.

定义 1.1.3 向量 $k\boldsymbol{\alpha}=(ka_1,ka_2,\cdots,ka_n)$ 称为数 k 乘向量 $\boldsymbol{\alpha}$.

向量 $\boldsymbol{\alpha}$ 的负向量 $-\boldsymbol{\alpha}=(-a_1,-a_2,\cdots,-a_n)=(-1)\boldsymbol{\alpha}$.

因此向量的减法可化为加法：$\boldsymbol{\alpha}-\boldsymbol{\beta}=\boldsymbol{\alpha}+(-1)\boldsymbol{\beta}$.

例 1.1.1 设$\boldsymbol{\alpha}=(3,0,-4)$,$\boldsymbol{\beta}=(2,-1,6)$,则

$$2\boldsymbol{\alpha}-\frac{1}{3}\boldsymbol{\beta}=(6,0,-8)+\left(-\frac{2}{3},\frac{1}{3},-2\right)=\left(\frac{16}{3},\frac{1}{3},-10\right).$$

显然只有同维向量才能进行加减运算.

定义 1.1.4 设有 s 个 n 维向量 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$及 s 个实数 $k_1,k_2,\cdots,k_s$. 称$k_1\boldsymbol{\alpha}_1+k_2\boldsymbol{\alpha}_2+\cdots+k_s\boldsymbol{\alpha}_s$为 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$的一个线性组合. 又若 n 维向量 $\boldsymbol{\beta}=k_1\boldsymbol{\alpha}_1+k_2\boldsymbol{\alpha}_2+\cdots+k_s\boldsymbol{\alpha}_s$,则称$\boldsymbol{\beta}$可由向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$线性表出.

例 1.1.2 设$\boldsymbol{\alpha}_1=(1,2,4)$,$\boldsymbol{\alpha}_2=(2,1,5)$,$\boldsymbol{\alpha}_3=(-1,1,-1)$,$\boldsymbol{\beta}=(1,-4,-2)$,则

$$\boldsymbol{\beta}=-2\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2-\boldsymbol{\alpha}_3.$$

所以$\boldsymbol{\beta}$是 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 的一个线性组合,或说 $\boldsymbol{\beta}$可由$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性表出.

一个向量$\boldsymbol{\beta}$并非都可由某一组向量 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$线性表出. 若不存在一组实数 $k_1,k_2,\cdots,k_s$ 使 $\boldsymbol{\beta}=k_1\boldsymbol{\alpha}_1+k_2\boldsymbol{\alpha}_2+\cdots+k_s\boldsymbol{\alpha}_s$成立,则称 $\boldsymbol{\beta}$不能由向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$线性表出.

例如 $$\boldsymbol{\alpha}_1=\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{\alpha}_2=\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{\alpha}_3=\begin{bmatrix}1\\1\\0\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{\beta}=\begin{bmatrix}2\\3\\4\end{bmatrix},$$

则$\boldsymbol{\beta}$不能由$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性表出. 不然若$\boldsymbol{\beta}=k_1\boldsymbol{\alpha}_1+k_2\boldsymbol{\alpha}_2+k_3\boldsymbol{\alpha}_3$,则有

$$k_1\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}+k_2\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}+k_3\begin{bmatrix}1\\1\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\\3\\4\end{bmatrix},$$

即

$$\begin{cases}1\cdot k_1+0\cdot k_2+1\cdot k_3=2,\\0\cdot k_1+1\cdot k_2+1\cdot k_3=3,\\0\cdot k_1+0\cdot k_2+0\cdot k_3=4.\end{cases}$$

其第 3 个方程是一个矛盾方程,无解. 因此 $\boldsymbol{\beta}$不能由$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性表出.

1.1.2 向量的线性相关性

定义 1.1.5 若存在一组不全为零的数 $k_1,k_2,\cdots,k_s$ 使 $k_1\boldsymbol{\alpha}_1+k_2\boldsymbol{\alpha}_2+\cdots+k_s\boldsymbol{\alpha}_s=\mathbf{0}$ 成立,则称向量组$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$线性相关. 否则称向量组$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$线性无关,也即只有当$k_1=k_2=\cdots=k_s=0$ 时,才能使 $k_1\boldsymbol{\alpha}_1+k_2\boldsymbol{\alpha}_2+\cdots+k_s\boldsymbol{\alpha}_s=\mathbf{0}$ 成立. 或者说,只要 $k_1,k_2,\cdots,k_s$不全为零,那么线性组合 $k_1\boldsymbol{\alpha}_1+k_2\boldsymbol{\alpha}_2+\cdots+k_s\boldsymbol{\alpha}_s$必不为零,则称向量组$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$线性无关.

例 1.1.3 已知向量组$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性无关,问向量组$\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_3+\boldsymbol{\alpha}_1$是线性相关还是线性无关,并证明你的结论.